JOŠ O SUSTAVU 2 X 2

Mladen Halapa, *Bjelovar*

Ljudska mašta i kreativnost su neiscrpne u domišljanju različitih postupaka rješavanja problema. Zanimljivo je proučavati pronalaženje nepoznanica x i y u sustavima dviju linearnih jednadžbi s dvije nepoznanice. Pokazat ćemo, današnjim algebarskim zapisom, kako su tom problemu doskočili matematičari starog Babilona. Možemo je nazvati, recimo, *metodom slobodne procjene ili pretpostavke*.

Primjer 1 Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{cases} 2x+3y=19 & (1) \\ x+y=8. & (2) \end{cases}$$

Pretpostavimo da su rješenja jednaka, tj. $x = y$. Zbog (2) je

$$x = 4 \text{ i } y = 4.$$

Dobivene rezultate uvrstimo u jednadžbu (1):

$$2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 20 \neq 19.$$

Lijeva strana u (1) je veća od 19! Zato moramo za nepoznanicu x uzeti drugi broj. Vrijednost od x promijenimo za neki iznos p:

$$x = 4 - p. \qquad (3)$$

Iz (2) je onda nepoznanica y:

$$y = 4 + p. \qquad (4)$$

Nove vrijednosti nepoznanica x i y uvrstimo u jednadžbu (1):

$$2 \cdot (4 - p) + 3 \cdot (4 + p) = 19,$$

i izračunamo $p = -1$. Stavimo li iznos od p u (3) i (4), bit će $x = 5$ i $y = 3$. To su rješenja danog sustava linearnih jednadžbi.

Primjer 2 Riješimo tom metodom sljedeći sustav nelinearnih jednadžbi:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 7 \\ x - y = 1. \end{cases}$$

Pretpostavimo da je x = – y. Iz druge jednadžbe je onda x = 0.5 i y = –0.5. Uvrstimo li te vrijednosti u prvu jednadžbu, dobit ćemo:

$$0.125 - (-0.125) = 0.25 \neq 7.$$

Zato moramo korigirati nepoznanice x i y. Ako stavimo x = 0.5 + p, onda iz druge jednadžbe slijedi y = p – 0.5.

Ponovno uvrstimo nove vrijednosti u prvu jednadžbu:

$$(p + 0.5)^3 - (p - 0.5)^3 = 7,$$

$$p^2 = 2.25 \quad \Rightarrow \quad p_{1,2} = \pm 1.5.$$

Sada je:

$$p_1 = 1.5 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2, \quad y_1 = 1,$$

$$p_2 = -1.5 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -1, \quad y_1 = -2.$$

Rješenja sustava su:

$$(x, y) \in \{(2,1), (-1,-2)\}.$$