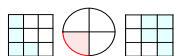


RAZLOMCI (m@h)



nazivi

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{brojnik}}{\mathbf{b} \rightarrow \mathbf{nazivnik}}$$

Primjer

$$\frac{3}{5}, \begin{cases} 3 \text{ je brojnik} \\ 5 \text{ je nazivnik} \end{cases} \quad \text{razlomačka crta znači dijeljenje}$$

veza cijelog broja i razlomka

$$\text{svaki cijeli broj ujedno je i razlomak, } n = \frac{n}{1} \quad \text{Primjer } 6 = \frac{6}{1}$$

proširivanje razlomaka

brojnik i nazivnik pomnožimo istim brojem različitim od nule

$$\frac{a}{b} = [\text{proširimo s brojem } n] = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}, n \neq 0 \quad \text{Primjer } \frac{5}{8} = [\text{proširimo s } 2] = \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{10}{16}$$

skraćivanje razlomaka

brojnik i nazivnik dijelimo istim brojem različitim od nule

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = [\text{kratimo s brojem } n] = \frac{(a \cdot n) : n}{(b \cdot n) : n} = \frac{a}{b} \quad \text{Primjer } \frac{10}{15} = [\text{kratimo s } 5] = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}$$

recipročni razlomci

razlomci $\frac{a}{b}$ i $\frac{b}{a}$ su međusobno recipročni, $\frac{b}{a} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$

$$\text{njihov umnožak je jednak } 1, \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1 \quad \text{Primjer } \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = 1, 7 \cdot \frac{1}{7} = 1, \frac{1}{9} \cdot 9 = 1$$

zbrajanje razlomaka

- razlomke jednakih nazivnika zbrajamo tako da nazivnik prepisemo, a brojnike zbrojimo

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}, b \neq 0 \quad \text{Primjer } \frac{2}{11} + \frac{5}{11} = \frac{2+5}{11} = \frac{7}{11}$$

- razlomke različitih nazivnika zbrajamo tako da ih svedemo na zajednički nazivnik (biramo najmanji zajednički višekratnik zadanih nazivnika)

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, b, d \neq 0$$

$$\text{Primjeri } \frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 4 \cdot 5}{35} = \frac{21 + 20}{35} = \frac{41}{35}, \quad \frac{7}{3} + \frac{5}{6} = \frac{7 \cdot 2 + 5 \cdot 1}{6} = \frac{14 + 5}{6} = \frac{19}{6}$$

oduzimanje razlomaka

- razlomke jednakih nazivnika oduzimamo tako da nazivnik prepisemo, a brojnike oduzmemo

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}, b \neq 0 \quad \text{Primjer } \frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7-2}{9} = \frac{5}{9}$$

- razlomke različitih nazivnika oduzimamo tako da ih svedemo na zajednički nazivnik (biramo najmanji zajednički višekratnik zadanih nazivnika)

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, b, d \neq 0$$

$$\text{Primjeri } \frac{7}{6} - \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 5 - 2 \cdot 6}{30} = \frac{35 - 12}{30} = \frac{23}{30}, \quad \frac{11}{15} - \frac{2}{3} = \frac{11 \cdot 1 - 2 \cdot 5}{15} = \frac{11 - 10}{15} = \frac{1}{15}$$

množenje razlomaka

brojnik množimo brojnikom, a nazivnik množimo nazivnikom

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, b, d \neq 0 \quad \text{Primjer } \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{9} = \frac{2 \cdot 7}{5 \cdot 9} = \frac{14}{45}$$

kod množenja nastojimo skratiti razlomke, ako je moguće

$$\text{Primjeri } \frac{6}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{6}{4} \cdot \frac{5}{7} = [\text{kratimo 6 i 4 s brojem 2}] = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{5}{12} = \frac{8}{3} \cdot \frac{5}{12} = [\text{kratimo 8 i 12 s brojem 4}] = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{3} = \frac{10}{9}$$

dijeljenje razlomaka

prvi razlomak pomnožimo recipročnom vrijednošću drugog razlomka

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{Primjer } \frac{4}{3} : \frac{5}{7} = \frac{4}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{28}{15}$$

množenje cijelog broja i razlomka

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{1 \cdot c} = \frac{a \cdot b}{c} \quad \text{Primjer } 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5}$$

dvojni razlomak

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \rightarrow \text{vanjski član}}{b \rightarrow \text{unutarnji član}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{1}} = \frac{a}{b} = \frac{a}{b \cdot c}, \quad \frac{\frac{a}{1}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b}$$

$$\text{Primjeri } \frac{\frac{5}{3}}{\frac{2}{7}} = \frac{5 \cdot 7}{3 \cdot 2} = \frac{35}{6}, \quad \frac{\frac{7}{3}}{\frac{4}{4}} = \frac{7}{3} = \frac{7 \cdot 1}{3 \cdot 4} = \frac{7}{12}, \quad \frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{15}{2}$$

kod dvojnog razlomka krati se vanjski i unutarnji član ako je moguće

$$\text{Primjeri } \frac{\frac{5}{3}}{\frac{10}{7}} = \frac{5}{3} = \frac{5}{3} = [\text{kratimo 5 i 10 s brojem 5}] = \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{9}{15}} = \frac{4}{9} = \frac{4}{9} = [\text{kratimo 9 i 15 s brojem 3}] = \frac{4}{3} = \frac{20}{21}$$

kvadriranje razlomka

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2} \quad \text{Primjer } \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$$

potenciranje razlomka

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \text{Primjer } \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

kada je razlomak jednak nuli

brojnik mora biti jednak nuli

$$\frac{a}{b} = 0, \quad b \neq 0 \Rightarrow a = 0 \quad \text{Primjer } \frac{x-5}{2} = 0 \Rightarrow x-5=0 \Rightarrow x=5$$

(ne) jednakost razlomaka

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad \text{Primjer } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \Rightarrow 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 \Rightarrow 12 = 12$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d < b \cdot c$$

Primjer $\frac{2}{3} < \frac{5}{7} \Rightarrow 2 \cdot 7 < 3 \cdot 5 \Rightarrow 14 < 15$

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d > b \cdot c$$

Primjer $\frac{4}{5} > \frac{5}{7} \Rightarrow 4 \cdot 7 > 5 \cdot 5 \Rightarrow 28 > 25$

predznaci

$$\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b} = \frac{-a}{b}, \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

(ne) pravi razlomak

$\frac{a}{b}$ je pravi razlomak ako je $a < b$, $\frac{a}{b}$ je nepravi razlomak ako je $a > b$

Primjeri $\frac{7}{9}$ je pravi razlomak, $\frac{9}{5}$ je nepravi razlomak

mješoviti broj

zbroj prirodnog broja i pravog razlomka, $a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$, $c \neq 0$

Primjer $2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 1}{5} = \frac{11}{5}$, $3\frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{23}{7}$

kako nepravi razlomak zapisati kao mješoviti broj

dijelimo brojnik s nazivnikom

dobiveni kvocijent je cijeli broj

ostatak je brojnik pravog razlomka

$$\left. \begin{array}{l} \text{dijelimo brojnik s nazivnikom} \\ \text{dobiveni kvocijent je cijeli broj} \\ \text{ostatak je brojnik pravog razlomka} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{23}{5} = \left[\begin{array}{l} 23 : 5 = 4 \\ 3 \end{array} \right] = 4\frac{3}{5}$$

decimalni zapis razlomka

brojnik dijelimo nazivnikom, svaki se razlomak može napisati kao decimalni broj

$$\frac{a}{b} = a : b$$

Primjer $\frac{5}{8} = 5 : 8 = 0.625$

dijeljenjem brojnika s nazivnikom možemo dobiti:

- konačan decimalni broj

$$\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1.5, \quad \frac{7}{20} = 7 : 20 = 0.35$$

- čisto periodički decimalni broj

$$\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2.6666\dots = 2.\dot{6}, \quad \frac{7}{11} = 7 : 11 = 0.63636363\dots = 0.\dot{6}\dot{3}$$

- mješoviti periodički decimalni broj

$$\frac{8}{15} = 8 : 15 = 0.53333\dots = 0.5\dot{3}, \quad \frac{23}{55} = 23 : 55 = 0.418181818\dots = 0.4\dot{1}\dot{8}$$

$\frac{a}{0}$ nema točan smisao, često se netočno piše $\frac{a}{0} = \infty$ (beskonačno, neizmjereno), ∞ nije broj

$\frac{a}{0} = \infty$ je samo skraćeno zapisivanje fraze: "ako se djeljitelj približava nuli, kvocijent neograničeno raste po apsolutnoj vrijednosti"

$\frac{0}{0}$ je neodređeni izraz