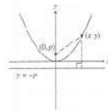
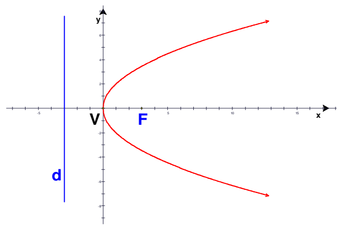
PARABOLA (m©h)


parabola



parabola je skup svih točaka ravnine koje su jednako udaljene od čvrste točke F i čvrstog pravca d te ravnine

žarište ili fokus: $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

ravnalica ili direktrisa: $d \ \ldots \ x = -\frac{p}{2}$

vrh ili tjeme

V(0, 0), jednako je udaljen od žarišta F i ravnalice d

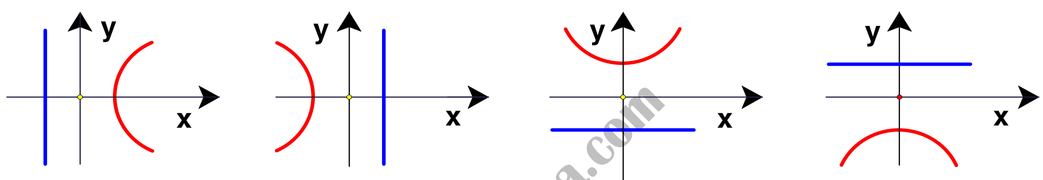
os parabole

pravac VF, y = 0

parametar parabole

p – udaljenost žarišta i ravnalice

jednadžbe parabole



$y^2 = 2 \cdot p \cdot x$	$y^2 = -2 \cdot p \cdot x$	$x^2 = 2 \cdot p \cdot y$	$x^2 = -2 \cdot p \cdot y$
$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$	$F\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$	$F\left(0, \frac{p}{2}\right)$	$F\left(0, -\frac{p}{2}\right)$
$x = -\frac{p}{2}$	$x = \frac{p}{2}$	$y = -\frac{p}{2}$	$y = \frac{p}{2}$

jednadžba parabole s okomitom osi

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad , \quad p = \frac{1}{2 \cdot |a|}$$

- ako je a > 0 parabola je okrenuta tjemenom prema dolje
- ako je a < 0 parabola je okrenuta tjemenom prema gore

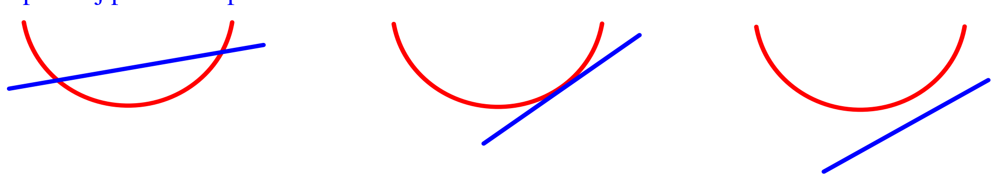
koordinate tjemena T(x_0, y_0)

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a} \quad , \quad y_0 = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}$$

vršna jednadžba parabole

$$y^2 = 2 \cdot p \cdot x$$

međusobni položaj parabole i pravca



pravac je sekanta parabole | pravac je tangenta parabole | pravac ne siječe parabolu presjek pravca i parabole

traže se njihove zajedničke točke (ako postoje)

treba riješiti sustav jednadžbi

$$\left.\begin{array}{l} y = kx + l \\ y^2 = 2\cdot p\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} \text{uvrstimo y iz prve} \\ \text{u drugu jednadžbu} \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \text{nakon sređivanja dobijemo} \\ \text{kvadratnu jednadžbu} \end{pmatrix}:$$

- ako jednadžba ima dva realna rješenja, onda pravac siječe parabolu u dvije točke
- ako jednadžba ima dvostruko realno rješenje, onda je pravac tangenta
- ako jednadžba ima konjugirano kompleksna rješenja, onda se pravac i parabola ne sijeku

uvjet dodira pravca $y = k \cdot x + l$ i parabole $y^2 = 2\cdot p\cdot x$

$$p = 2\cdot k\cdot l$$

koordinate dirališta

$$D\left(\frac{l}{k}, 2\cdot l\right)$$

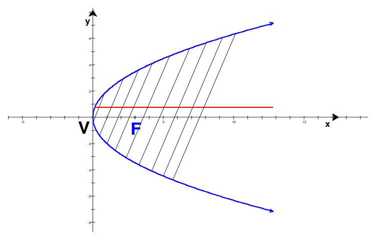
jednadžba tangenta u točki $T(x_0, y_0)$ parabole

$$y_0\cdot y = p\cdot(x + x_0)$$

jednadžba normale u točki $T(x_0, y_0)$ parabole

$$y - y_0 = -\frac{y_0}{p}\cdot(x - x_0)$$

promjer parabole



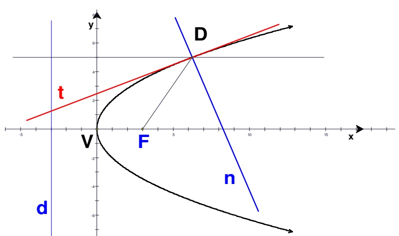
promjer je pravac paralelan osi parabole i raspolavlja tetive paralelne tangenti na kraju promjera

ako je koeficijent smjera tih tetiva k, onda je jednadžba promjera

$$y = \frac{p}{k}$$

simetričnost

ima jednu os simetrije

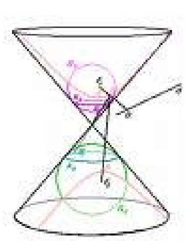


tangenta i normala na parabolu simetrale su kutova između radijus – vektora žarišta $\vec{FD}$ i promjera kroz dirałište D

površina segmenta parabole koji je određen točkama $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, -y_2)$

$$P = \frac{4}{3}\cdot x_1\cdot y_1$$

presjek plašta stošca ravninom

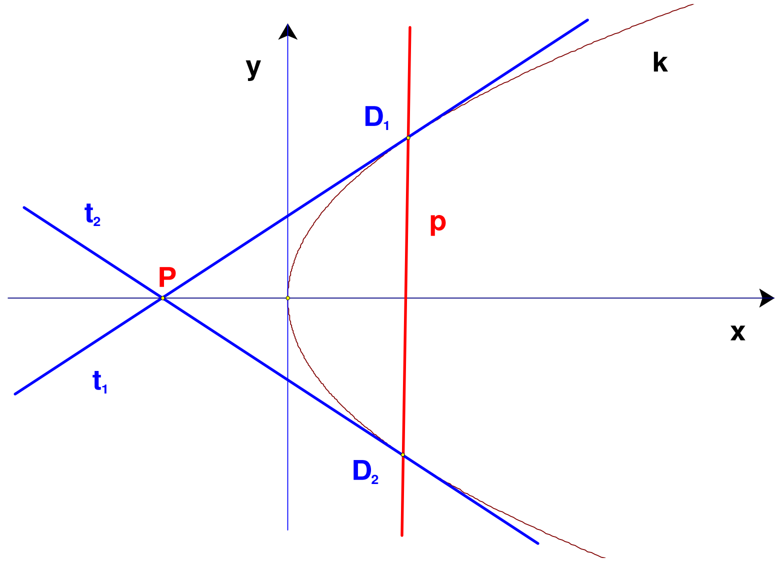


elipsa: ravnina siječe samo jedan dio stošca i sve njegove izvodnice
parabola: ravnina je paralelna s jednom izvodnicom
hiperbola: ravnina siječe oba dijela stošca
točka: ravnina ne sadrži ni jednu izvodnicu, a prolazi vrhom
pravac: ravnina dira stožac duž jedne izvodnice
dva ukrštena pravca: ravnina sadrži dvije izvodnice
dva paralelna pravca: ravnina je paralelna s osi i sadrži dvije izvodnice (valjak)
prazan skup: ravnina je paralelna s osi i ne sadrži ni jednu izvodnicu (valjak)

Jednadžba parabole kojoj je os paralelna s osi x, a koordinate vrha su V(p, q)

$$(y-p)^2 = 2 \cdot p \cdot (x-q)$$

pol i polara parabole



Polara je spojnica dirališta D_1 i D_2 tangenata povučenih iz točke P na parabolu k.
Pravac p je polara točke P s obzirom na parabolu k.
Točka P je pol pravca p (polare) s obzirom na parabolu k.
Jednadžba polare točke P s obzirom na parabolu k glasi:

$$\left.\begin{array}{l} y^2 = 2 \cdot p \cdot x \\ P(x_0, y_0) \end{array}\right\} \Rightarrow y_0 \cdot y = p \cdot (x + x_0)$$