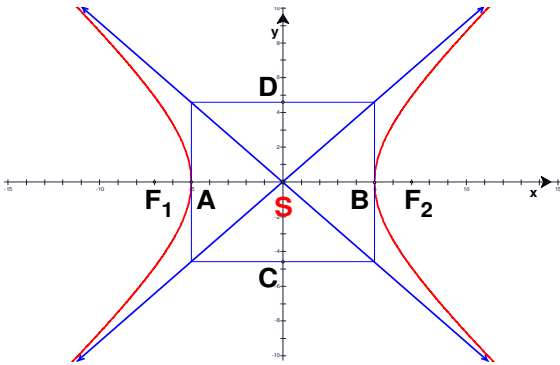


HIPERBOLA (m©h)

hiperbola



hiperbola je skup svih točaka ravnine za koje je apsolutna vrijednost razlike udaljenosti od dvije zadane (fiksne) točke te ravnine stalna (konstantna) središte hiperbole **S(0, 0)**

žarišta ili fokusi: $F_1(-e, 0), F_2(e, 0)$

vrhovi ili tjemena: $A(-a, 0), B(a, 0)$

realna ili glavna os hiperbole: $|AB| = 2a$

imaginarna os hiperbole: $|CD| = 2b$,
 $C(0, -b), D(0, b)$

realna poluos hiperbole: $|AS| = |SB| = a$

imaginarna poluos hiperbole: $|CS| = |SD| = b$

linearni ekscentricitet hiperbole: $|F_1S| = |SF_2| = e, e^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow e = \sqrt{a^2 + b^2}$

numerički ekscentricitet hiperbole: $\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}, e > a \Rightarrow \varepsilon > 1$

parametar hiperbole

tetiva hiperbole koja prolazi fokusom i okomita je na realnu os

duljina parametra: $2p = \frac{2 \cdot b^2}{a},$ poluparametar: $p = \frac{b^2}{a}$

osna (kanonska) jednadžba hiperbole

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{ili} \quad b^2 \cdot x^2 - a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot b^2$$

vršna jednadžba hiperbole

$$y^2 = 2 \cdot p \cdot x + \frac{b^2}{a^2} \cdot x^2$$

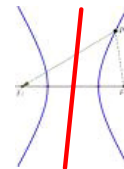
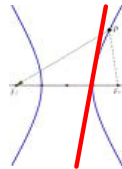
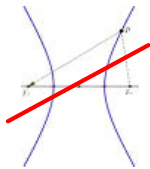
parametarska jednadžba hiperbole

$$x = a \cdot \text{cht}, \quad y = b \cdot \text{sht} \quad \text{ili} \quad x = a \cdot \frac{1}{\text{cost}}, \quad y = b \cdot \text{tgt}, \quad t - \text{parametar}$$

jednadžba hiperbole sa središtem S(p, q), a osi 2a i 2b paralelne su s koordinatnim osima

$$\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$$

međusobni položaj hiperbole i pravca



pravac je sekanta hiperbole

pravac je tangenta hiperbole

pravac ne siječe hiperbolu

presjek pravca i hiperbole

traže se njihove zajedničke točke (ako postoje)

treba riješiti sustav jednadžbi

$$\left. \begin{array}{l} y = kx + l \\ b^2 \cdot x^2 - a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot b^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{uvrstimo } y \text{ iz prve} \\ \text{u drugu jednadžbu} \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{nakon sređivanja dobijemo} \\ \text{kvadratnu jednadžbu} \end{array} \right):$$

- ako jednačba ima dva realna rješenja, onda pravac siječe hiperbolu u dvije točke
- ako jednačba ima dvostruko realno rješenje, onda je pravac tangenta
- ako jednačba ima konjugirano kompleksna rješenja, onda se pravac i hiperbola ne sijeku

uvjet dodira pravca $y = k \cdot x + l$ i hiperbole $b^2 \cdot x^2 - a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot b^2$

$$a^2 \cdot k^2 - b^2 = l^2$$

koordinate dirališta

$$D\left(-\frac{k \cdot a^2}{l}, -\frac{b^2}{l}\right)$$

uvjet dodira pravca $Ax + By + C = 0$ i hiperbole $b^2 \cdot x^2 - a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot b^2$

$$A^2 \cdot a^2 - B^2 \cdot b^2 = C^2$$

jednačba tangente u točki $T(x_0, y_0)$ hiperbole

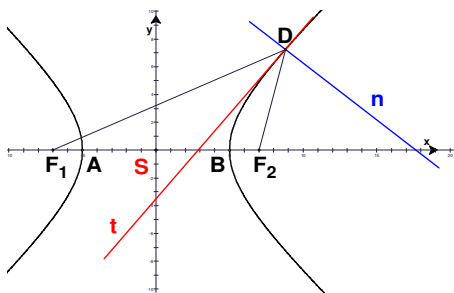
$$\frac{x_0 \cdot x}{a^2} - \frac{y_0 \cdot y}{b^2} = 1 \quad \text{ili} \quad b^2 \cdot x_0 \cdot x - a^2 \cdot y_0 \cdot y = a^2 \cdot b^2$$

jednačba normale u točki $T(x_0, y_0)$ hiperbole

$$y - y_0 = -\frac{a^2 \cdot y_0}{b^2 \cdot x_0} \cdot (x - x_0)$$

simetričnost

- hiperbola ima dvije osi simetrije
- hiperbola ima jedno središte simetrije



tangenta i normala na hiperbolu simetrane su unutarnjeg i vanjskog kuta među radijus–vektorima dirališta:

$$\vec{F_1D} \text{ i } \vec{F_2D}$$

asimptote

- pravci koji dodiruju hiperbolu u beskonačnosti
- pravci kojima se grane hiperbole neograničeno približavaju pri udaljavanju u beskonačnost

jednačbe asimptota

$$y = \frac{b}{a} \cdot x \quad , \quad y = -\frac{b}{a} \cdot x$$

jednakostranična hiperbola

žarišta ili fokusi: $F_1(-a \cdot \sqrt{2}, 0)$, $F_2(a \cdot \sqrt{2}, 0)$, vrhovi ili tjemena: $A(-a, 0)$, $B(a, 0)$

asimptote: $y = -x$, $y = x$

jednačbe jednakostranične hiperbole

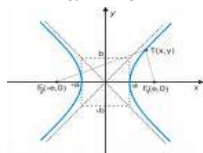
$$a = b \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1 \Rightarrow x^2 - y^2 = a^2$$

žarišta i koordinatne osi

ako su žarišta F_1 i F_2 na

x-osi jednačba hiperbole je:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



ako su žarišta F_1 i F_2 na

y-osi jednačba hiperbole je:

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2} = -1$$

