FAKTORIJELE I BINOMNA FORMULA (m©h)

broj **n!** čitamo "en faktorijela"

to je pozitivan cijeli broj nastao množenjem nekog broja sa svim prethodnim pozitivnim cijelim brojevima:

$$n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ \ldots\ \cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n$$

nula faktorijela po definiciji je jednako 1

$$0! = 1\ ,\ 1! = 1\ ,\ n! = (n-1)!\cdot n\ \ (n>0)\ ,\ n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot n$$

Primjeri

$$3! = 1\cdot 2\cdot 3 = 6\ ,\ 5! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5 = 120\ ,\ \frac{7!}{5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7}{5!} = 42\ ,\ \frac{(n+1)!}{n!} = \frac{n!\cdot(n+1)}{n!} = n+1$$

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{(n-1)!\cdot n\cdot(n+1)\cdot(n+2)}{(n-1)!} = n\cdot(n+1)\cdot(n+2)\ ,\ \frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} = \frac{(2n-1)!\cdot 2n\cdot(2n+1)}{(2n-1)!} = 2n\cdot(2n+1)$$

binomni koeficijent

$\binom{n}{k}$ čita se "en povrh (ili iznad) k" , $n\in N$, $0\le k\le n$

$$\binom{n}{k} = \frac{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)}{k!} \quad \text{ili} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

svojstva binomnog koeficijenta

$$\binom{n}{0} = 1\ ,\ \binom{n}{n} = 1\ ,\ \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}\ ,\ \binom{n}{1} = n\ ,\ \binom{n}{n-1} = n\ ,\ \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1}\cdot\frac{k+1}{n+1}\ ,\ \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}\ ,\ \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \ \ldots\ + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \ \ldots\ + (-1)^n\cdot\binom{n}{n} = 0\ ,\ \binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \ \ldots\ = 2^{n-1}\ ,\ \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \ \ldots\ = 2^{n-1}$$

Primjeri

$$\binom{7}{4} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = 35 \ \text{ ili } \ \binom{7}{4} = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = \frac{4!\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{4!\cdot 6} = 35\ ,\ \binom{10}{7} = \binom{10}{3} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3} = 120$$

binom

dvočlani izraz, algebarski izraz koji predočuje zbroj ili razliku dviju veličina (označenih slovima), primjer su binoma izrazi x + y ili x – y

razvoj binoma

postupak kojim se neka potencija binoma pretvara u niz sastavljen od jednostavnijih članova, tj. višečlani izraz ili polinom, primjerice

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \quad \text{i} \quad (x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

binomni poučak

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \ \ldots\ + \binom{n}{n-1}a^1b^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

ili

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \ \ldots\ + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n$$

Primjer

$$(2x+3)^4=(2x)^4+\binom{4}{1}\cdot(2x)^3\cdot 3^1+\binom{4}{2}\cdot(2x)^2\cdot 3^2+\binom{4}{3}\cdot(2x)^1\cdot 3^3+3^4=$$

$$=16x^4+4\cdot 8x^3\cdot 3+6\cdot 4x^2\cdot 9+4\cdot 2x\cdot 27+81=16x^4+96x^3+216x^2+216x+81$$

opći član u razvoju binoma

k – ti član u razvoju binoma $(a+b)^n$ je oblika $\binom{n}{k-1}\cdot a^{n-(k-1)}\cdot b^{k-1}$

Primjer

Odredi četvrti član u razvoju binoma $\left(5x^2+3\right)^7$.

$$\left.\begin{matrix} n=7 \quad , \quad k=4 \\ \binom{n}{k-1}\cdot a^{n-(k-1)}\cdot b^{k-1} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \binom{7}{3}\cdot\left(5x^2\right)^4\cdot 3^3=35\cdot 625x^8\cdot 27=590625x^8$$

Pascalov trokut (kineski trokut)

trokutasti raspored brojeva (s brojem 1 u vrhu), u kojem je svaki broj zbroj para brojeva iznad sebe, tj. svaki element tog trokuta jednak je zbroju elemenata u prethodnom retku, lijevo i desno od njega (osim rubnih elemenata koji su jednaki 1)

n = 0	1								
n = 1	1	1							
n = 2	1	2	1						
n = 3	1	3	3	1					
n = 4	1	4	6	4	1				
n = 5	1	5	10	10	5	1			
n = 6	1	6	15	20	15	6	1		
n = 7	1	7	21	35	35	21	7	1	
n = 8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

- zbroj horizontalnog retka Pascalovog trokuta uvijek je jednak broju 2 dignutom na potenciju koja odgovara broju retka (gledanog odozgo), s tim da najviši, jednočlani redak smatramo nultim

n = 0	1								
n = 1	1	1							
n = 2	1	2	1						
n = 3	1	3	3	1					
n = 4	1	4	6	4	1				
n = 5	1	5	10	10	5	1			
n = 6	1	6	15	20	15	6	1		
n = 7	1	7	21	35	35	21	7	1	
n = 8	1	8	28	56	70	56	28	8	1

- n = 4 , $\boxed{1+4+6+4+1=2^4=16}$
- n = 6 , $\boxed{1+6+15+20+15+6+1=2^6=64}$

- pojedini članovi Pascalovog trokuta koeficijenti su polinoma za n – ti stupanj u binomnom razvoju
- retci daju i binomnu funkciju raspodjele, to jest vjerojatnost neke kombinacije ishoda kod zbivanja koje može imati samo dva, i to jednako vjerojatna ishoda