

FAKTORIJELE I BINOMNA FORMULA (m@h)

broj $n!$ čitamo "en faktorijela"

to je pozitivan cijeli broj nastao množenjem nekog broja sa svim prethodnim pozitivnim cijelim brojevima:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$

nula faktorijela po definiciji je jednako 1

$$0! = 1, 1! = 1, n! = (n-1)! \cdot n \quad (n > 0), n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Primjeri

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6, \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120, \quad \frac{7!}{5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{5!} = 42, \quad \frac{(n+1)!}{n!} = \frac{n! \cdot (n+1)}{n!} = n+1$$

$$\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{(n-1)! \cdot n \cdot (n+1) \cdot (n+2)}{(n-1)!} = n \cdot (n+1) \cdot (n+2), \quad \frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} = \frac{(2n-1)! \cdot 2n \cdot (2n+1)}{(2n-1)!} = 2n \cdot (2n+1)$$

binomni koeficijent

$\binom{n}{k}$ čita se "en povrh (ili iznad) k", $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq k \leq n$

$$\binom{n}{k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-k+1)}{k!} \quad \text{ili} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

svojstva binomnog koeficijenta

$$\binom{n}{0} = 1, \quad \binom{n}{n} = 1, \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \quad \binom{n}{1} = n, \quad \binom{n}{n-1} = n, \quad \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n+1}{k+1} \cdot \frac{k+1}{n+1}, \quad \binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}, \quad \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \binom{n}{3} + \dots + (-1)^n \cdot \binom{n}{n} = 0, \quad \binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = 2^{n-1}, \quad \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots = 2^{n-1}$$

Primjeri

$$\binom{7}{4} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 35 \quad \text{ili} \quad \binom{7}{4} = \frac{7!}{4! \cdot 3!} = \frac{4! \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{4! \cdot 6} = 35, \quad \binom{10}{7} = \binom{10}{3} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 120$$

binom

dvočlani izraz, algebarski izraz koji predočuje zbroj ili razliku dviju veličina (označenih slovima), primjer su binoma izrazi $x + y$ ili $x - y$

razvoj binoma

postupak kojim se neka potencija binoma pretvara u niz sastavljen od jednostavnijih članova, tj. višočlani izraz ili polinom, primjerice

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \quad \text{i} \quad (x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

binomni poučak

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \dots + \binom{n}{n-1}a^1b^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

ili

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \binom{n}{3}a^{n-3}b^3 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n$$

