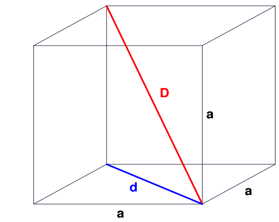
STEREOMETRIJA (m©h)

kocka (heksaedar)

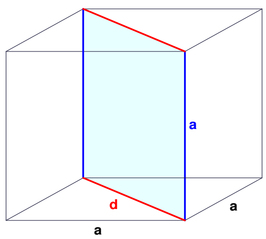


- pravilni poliedar
- omeđena s šest kvadrata

$$O = 6 \cdot a^2 \ , \ V = a^3 \ , \ D = a \cdot \sqrt{3} \ , \ d = a \cdot \sqrt{2}$$

$$a = \sqrt{\frac{O}{6}} = \sqrt[3]{V} = \frac{D \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{d \cdot \sqrt{2}}{2}$$

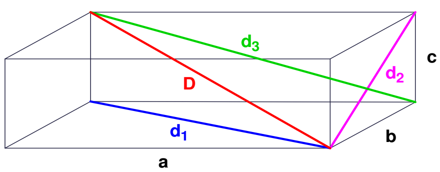
dijagonalni presjek kocke



- dijagonalni presjek je pravokutnik

$$P = d \cdot a = a^2 \cdot \sqrt{2}$$

kvadar



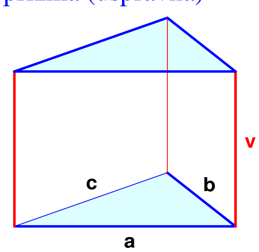
- uspravna četverostrana prizma
- baza (osnovka) je pravokutnik
- kvadar je omeđen s šest pravokutnika
- dva po dva pravokutnika su sukladna

$$O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \ , \ V = a \cdot b \cdot c$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2} \ , \ d_2 = \sqrt{b^2 + c^2} \ , \ d_3 = \sqrt{a^2 + c^2}$$

prizma (uspravna)



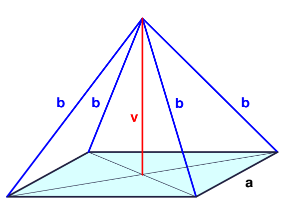
- baze (osnovke) prizme su sukladni mnogokuti
- oplošje se sastoji od dvije baze i pobočja koje čine pravokutnici

$B -$ bazu računamo po formulama za površinu mnogokuta
$P -$ pobočje, zbroj površina pravokutnika

$$O = 2 \cdot B + P$$

$$V = B \cdot v$$

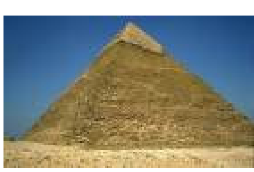
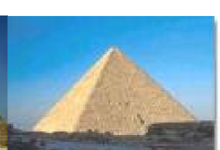
piramida (uspravna)



- baza (osnovka) piramide je mnogokut površine B
- strane (pobočke) piramide su trokuti
- trokuti čine pobočje (plašt) P piramide

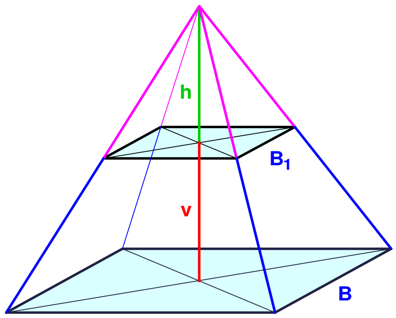
$$O = B + P$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot v$$

piramide


krnja piramida



- baze (osnovke) krnje piramide su mnogokuti površina B i B_1
- strane (pobočke) piramide su trapezi

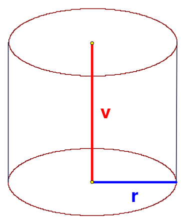
P – pobočje, zbroj površina trapeza

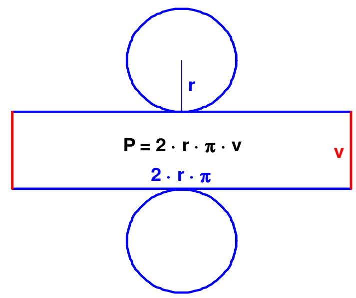
$$B : B_1 = (v+h)^2 : h^2$$

$$O = B + B_1 + P$$

$$V = \frac{v}{3} \cdot \left[B + \sqrt{B \cdot B_1} + B_1 \right]$$

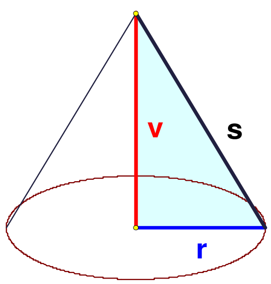
valjak





$$O = 2 \cdot B + P = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot (r+v) \quad , \quad V = B \cdot v = r^2 \cdot \pi \cdot v \quad , \quad P = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot v$$

stožac



- baza (osnovka) stošca je krug
- plašt je kružni isječak polumjera s i duljine luka 2rπ

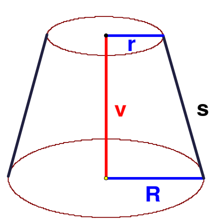
s – izvodnica, $s^2 = r^2 + v^2$

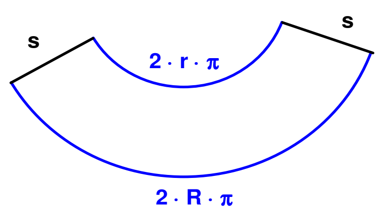
$$P = r \cdot \pi \cdot s$$

$$O = r \cdot \pi \cdot (r+s)$$

$$V = \frac{1}{3} r^2 \cdot \pi \cdot v$$

krnji stožac





- baze (osnovke) krnjeg stošca su krugovi polumjera R i r, a visina v
- plašt je prstenasti dio kružnog isječka
- duljina većeg luka je 2Rπ
- duljina manjeg luka je 2rπ

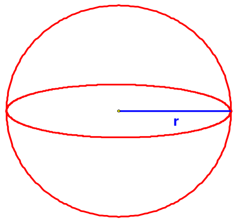
$$s^2 = v^2 + (R-r)^2$$

$$O = R^2 \cdot \pi + r^2 \cdot \pi + s \cdot \pi \cdot (R+r) = \pi \cdot \left[R^2 + r^2 + (R+r) \cdot s \right]$$

$$P = \pi \cdot s \cdot (R+r) - \text{površina plašta}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot v \cdot \left(R^2 + r^2 + R \cdot r \right)$$

kugla



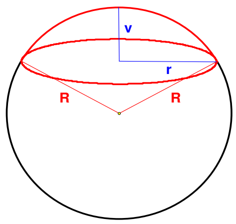
- rub kugle nazivamo sfera

$$O = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$$

$$r = \sqrt{\frac{O}{4 \cdot \pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot V}{4 \cdot \pi}}$$

kuglin isječak

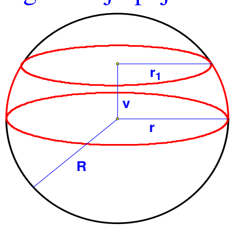


- tijelo koje od kugle odsijeca ploha stošca koja ima vrh u središtu kugle

R – polumjer kugle, v – visina pripadnog odsječka

$$V = \frac{2}{3} \cdot R^2 \cdot \pi \cdot v$$

kuglin sloj i pojas

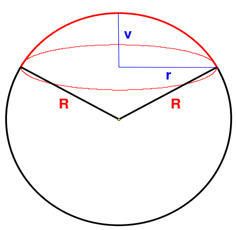


- kuglin sloj je dio kugle koji odsijecaju dvije paralelne ravnine
- kuglin pojas je dio sfere koji je određen kuglinim slojem

$$P = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot v \ , \ P - \text{površina kuglina pojasa}$$

$$V = \frac{\pi \cdot v}{6} \cdot \left(3 \cdot r^2 + 3 \cdot r_1^2 + v^2\right)$$

kapica i odsječak



- tijelo koje od kugle odsijeca ravnina
- kapica je dio sfere koji pripada kuglinu odsječku

$$P = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot v \ , \ P - \text{površina kugline kapice}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot v^2 \cdot \pi \cdot (3 \cdot R - v) = \frac{1}{6} \cdot v \cdot \pi \cdot \left(3 \cdot r^2 + v^2\right)$$

pravilni poliedri

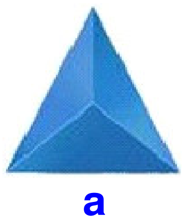
- strane su sukladni mnogokuti
- iz svakog vrha izlazi jednak broj bridova
- strana (pobočka) pravilnog poliedra je: jednakostraničan trokut, kvadrat ili pravilni peterokut
- Euklid je dokazao da postoji samo pet pravilnih poliedara (Platonova tijela)
- svaki poliedar može nastati tako da se ravninama siječe kocka
- Eulerova formula:

v + s = b + 2

v – broj vrhova poliedra, s – broj strana poliedra, b – broj bridova poliedra

- svakom se pravilnom poliedru može upisati i opisati kružnica
  r – polumjer upisane kružnice, R – polumjer opisane kružnice

tetraedar

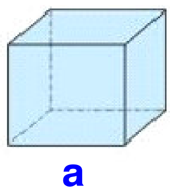


- strane su sukladni jednakostranični trokuti
- v = 4, s = 4, b = 6
- središta strana tetraedra su vrhovi novog tetraedra

$$r = \frac{\sqrt{6}}{12} \cdot a \quad , \quad R = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a \quad , \quad O = \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$v = \frac{a \cdot \sqrt{6}}{3} \quad , \quad V = \frac{\sqrt{2}}{12} \cdot a^3$$

heksaedar (kocka)



- strane su sukladni kvadrati
- v = 8, s = 6, b = 12
- središta strana kocke su vrhovi oktaedra

$$r = \frac{1}{2} \cdot a \quad , \quad R = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \quad , \quad O = 6 \cdot a^2$$

$$V = a^3$$

oktaedar

- strane su sukladni jednakostranični trokuti
- v = 6, s = 8, b = 12
- središta strana oktaedra su vrhovi heksaedra (kocke)

$$r = \frac{\sqrt{6}}{6} \cdot a \quad , \quad R = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \quad , \quad O = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$V = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot a^3$$

dodekaedar

- strane su sukladni pravilni peterokuti
- v = 20, s = 12, b = 30
- središta strana dodekaedra su vrhovi ikosaedra

$$r = \frac{\sqrt{10 \cdot \left(25 + 11 \cdot \sqrt{5}\right)}}{20} \cdot a \quad , \quad R = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{15}}{4} \cdot a \quad , \quad O = 3 \cdot \sqrt{5 \cdot \left(5 + 2 \cdot \sqrt{5}\right)} \cdot a^2$$

$$V = \frac{1}{4} \cdot \left(15 + 7 \cdot \sqrt{5}\right) \cdot a^3$$

ikosaedar

- strane su sukladni jednakostranični trokuti
- v = 12, s = 20, b = 30
- središta strana ikosaedra su vrhovi dodekaedra

$$r = \frac{3 + \sqrt{5}}{4 \cdot \sqrt{3}} \cdot a \quad , \quad R = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{2 \cdot \left(5 + \sqrt{5}\right)} \cdot a \quad , \quad O = 5 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

$$V = \frac{5 \cdot \left(3 + \sqrt{5}\right)}{12} \cdot a^3$$

nogometna lopta ☺

- "rezanjem" vrhova ikosaedra dobije se model nogometne lopte,
- oplošje čine 20 pravilnih šesterokuta i 12 pravilnih peterokuta