

OPĆENITA PRIBLIŽNA KONSTRUKCIJA PRAVILNIH MNOGOKUTA

Mladen Halapa, Bjelovar

Kako nacrtati pravilni n – terokut zadan polumjerom opisane kružnice?

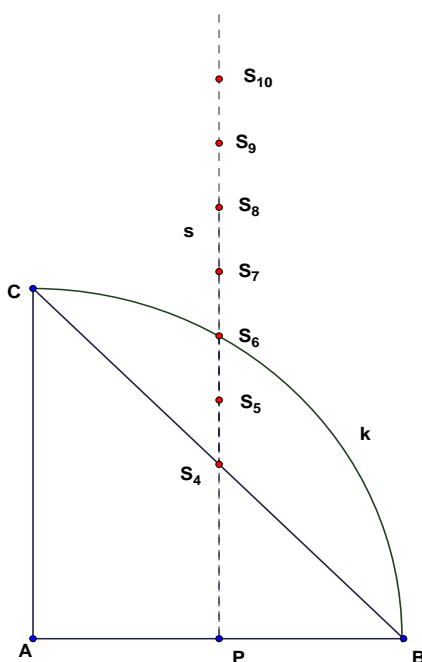
U MFL–u 1/173, 1993/94, opisana je općenita približna konstrukcija pravilnih mnogokuta . Ima li univerzalnih konstrukcija pravilnih n – terokuta kojima je zadana duljina stranice? Naravno! Evo jedne od njih:

Nacrtati pravilni n -terokut ako je zadana duljina stranice s_n .

Konstrukcija.

1. Nacrtati dužinu \overline{AB} tako da je $|AB| = s_n$.
2. Konstruirati s , simetralu dužine \overline{AB} . Točka P je presjek dužine \overline{AB} i simetrale s .
3. Točkom A povući okomicu n na \overline{AB} .
4. Naći presjek C , okomice n i kružnice $k(A, s_n)$.
5. Sjecište kružnice $k(A, s_n)$ i simetrale s označiti sa S_6 .
6. Točka S_4 je presjek dužine \overline{BC} i simetrale s .
7. S_5 je polovište dužine $\overline{S_4S_6}$.
8. Na simetrali nacrtati redom točke $S_7, S_8, S_9, S_{10}, \dots$ tako da vrijedi

$$|S_4S_5| = |S_6S_7| = |S_7S_8| = |S_8S_9| = |S_9S_{10}| = \dots$$



Tvrđnja. Točka S_4 je središte kružnice opisane pravilnom četverokutu duljine stranice $|AB|$.

Točka S_5 je središte kružnice opisane pravilnom peterokutu duljine stranice $|AB|$, itd.

Središnji kut pravilnog n – terokuta upisanog u kružnicu je

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}.$$

Izračunajmo nekoliko središnjih kutova mnogokuta sa slike. Označimo te kutove slovom β . Uzet ćemo, kao primjer, točku S_{10} središte kružnice opisane pravilnom deseterokutu duljine stranice $|AB|$. Trokut ABC je jednakokračan pravokutan trokut pa je

$$|BC| = \sqrt{2} \cdot |AB|,$$

$$|PS_4| = \frac{1}{2} \cdot |AB|.$$

Trokut ABS_6 je jednakostraničan, odakle se dobije

$$|PS_6| = \frac{\sqrt{3} \cdot |AB|}{2},$$

$$|S_4S_6| = |PS_6| - |PS_4| = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot |AB|,$$

$$|S_4S_5| = \frac{1}{2} \cdot |S_4S_6| = \frac{\sqrt{3}-1}{4} \cdot |AB|.$$

Nadalje,

$$\beta = \sphericalangle AS_{10}B, \quad |PS_{10}| = |PS_6| + 4 \cdot |S_4S_6| = \frac{3\sqrt{3}-2}{2} \cdot |AB|.$$

Iz trokuta APS_{10} je

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\beta}{2}\right) = \frac{|AP|}{|PS_{10}|} = \frac{\frac{1}{2} \cdot |AB|}{\frac{1}{2} \cdot |AB| \cdot (3\sqrt{3}-2)} = \frac{3\sqrt{3}+2}{23}$$

$$\beta = 34.74731826^\circ.$$

Dakle, to je središnji kut deseterokuta konstruiranog ovom univerzalnom konstrukcijom.

Prikažimo rezultate za neke pravilne n – terokute:

n	$\alpha/^\circ$	$\beta/^\circ$
4	90	90
5	72	72.41204622
6	60	60
7	51.42857143	50.96746918
8	45	44.17732616
9	40	38.9208091
10	36	34.74731826
11	32.72727273	31.36174493
12	30	28.56475914

Za male n rezultati se vrlo malo razlikuju od točne vrijednosti, a za $n = 4$ i $n = 6$ konstrukcija je točna.

Literatura:

- [1] Ž. Hanjš, *Približne konstrukcije nekih pravilnih mnogokuta*, MFL 1, 1993/94, 1-6.
- [2] V. Benčić, *Elementarna geometrija, II. dio*, Školska knjiga, Zagreb, 1974.