Zadatak 021 (Anamarija, hotelijerska škola)

Nultočka polinoma $P(x) = ax^2 + bx + c$ je $x_1 = 1 - i$. Ako je $P(1) = 2$, nađite polinom.

Rješenje 021

Budući da je $x_1 = 1 - i$ nultočka polinoma $P(x) = ax^2 + bx + c$, slijedi:

$$a\cdot(1-i)^2+b\cdot(1-i)+c=0 \Rightarrow a\cdot(1-2i-1)+b-bi+c=0 \Rightarrow -2ai+b-bi+c=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b+c)+(-2a-b)\cdot i=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{kompleksan broj jednak je nuli ako su}\\ \text{realni i imaginarni dio jednaki nuli,}\\ a+b\cdot i=0 \Leftrightarrow a=b=0\end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b+c=0\\ -2a-b=0\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} b+c=0\\ -2a-b=0 \;/\cdot(-1)\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b+c=0\\ 2a+b=0\end{array}\right\}.$$

Koeficijente a, b i c odredimo iz $P(1) = 2$:

$$P(1)=a\cdot1^2+b\cdot1+c=2 \Rightarrow a+b+c=2 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b+c=2\\ b+c=0\end{array}\right\} \Rightarrow a=2 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2a+b=0\\ a=2\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b=-4 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b+c=0\\ b=-4\end{array}\right\} \Rightarrow c=4.$$

Polinom glasi:

$$P(x)=2\cdot x^2-4\cdot x+4.$$

Vježba 021

Nultočka polinoma $P(x) = ax^2 + bx + c$ je $x_1 = 1 - i$. Ako je $P(1) = 1$, nađite polinom.

Rezultat: $P(x) = x^2 - 2x + 2$.

Zadatak 022 (Ana, gimnazija)

Broj n rastavimo na dva pribrojnika tako da zbroj kvadrata tih pribrojnika bude što je moguće manji.

Rješenje 022

Ako slovom x označimo prvi pribrojnik, onda je drugi pribrojnik $n - x$. Moramo pronaći minimalnu vrijednost kvadratne funkcije:

$$f(x)=x^2+(n-x)^2=x^2+n^2-2\cdot n\cdot x+x^2=2\cdot x^2-2\cdot n\cdot x+n^2.$$

Budući da je vodeći koeficijent ove funkcije broj 2, pozitivan broj, funkcija će imati najmanju vrijednost y_{min} u točki s apscisom:

$$x_0=-\frac{b}{2\cdot a}=-\frac{-2\cdot n}{2\cdot 2}=\frac{n}{2}.$$

Dakle, oba pribrojnika moraju biti jednaka, a minimalna vrijednost zbroja njihovih kvadrata iznosi:

$$y_{min}=f(x_0)=f\left(\frac{n}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}\right)^2+\left(n-\frac{n}{2}\right)^2=\frac{n^2}{4}+\frac{n^2}{4}=\frac{n^2}{2}.$$

Vježba 022

Broj 12 rastavimo na dva pribrojnika tako da zbroj kvadrata tih pribrojnika bude što je moguće manji.

Rezultat:

Pribrojnici		Zbroj kvadrata pribrojnika	
a	b	$a^2 + b^2$	
1	11	122	
2	10	104	
3	9	90	
4	8	80	
5	7	74	
6	6	72	rješenje

Zadatak 023 (Vedrana, gimnazija)

Za koju vrijednost realnog broja a funkcija $f(x)=\frac{1}{2}\cdot x^2-4\cdot x+a$ ima minimalnu vrijednost – 8?

Rješenje 023

Ponovimo!

Kvadratna funkcija $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ima ekstrem u točki s apscisom:

$$x_0=-\frac{b}{2\cdot a}.$$

Vrijednost ekstrema iznosi:

$$y_0=\frac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a}.$$

Ekstrem je minimum ako je a > 0, maksimum ako je a < 0. Zato je:

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=\frac{1}{2}\cdot x^2-4\cdot x+a \\ a=\frac{1}{2},\ b=-4,\ c=a \\ y_0=-8,\ y_0=\frac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{4\cdot\frac{1}{2}\cdot a-(-4)^2}{4\cdot\frac{1}{2}}=-8 \Rightarrow \frac{2\cdot a-16}{2}=-8\ /\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot a-16=-16 \Rightarrow 2\cdot a=0 \Rightarrow a=0.$$

Vježba 023

Za koju vrijednost realnog broja a funkcija $f(x)=\frac{1}{2}\cdot x^2-4\cdot x+a$ ima minimalnu vrijednost 8?

Rezultat: 16.

Zadatak 024 (Anamarija, hotelijerska škola)

Brojevi $x_1 = 2$ i $x_2 = 1$ su nultočke funkcije $f(x) = a \cdot x^2 + x - b$. Odredi a + b.

Rješenje 024

1.inačica

Budući da su $x_1 = 2$ i $x_2 = 1$ nultočke funkcije $f(x) = a \cdot x^2 + x - b$, vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} a\cdot 2^2+2-b=0 \\ a\cdot 1^2+1-b=0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4\cdot a-b=-2 \\ a-b=-1\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata}\end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4\cdot a-b=-2 \\ a-b=-1\ /\cdot(-1)\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4\cdot a-b=-2 \\ -a+b=1\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot a=-1\ /:3 \Rightarrow a=-\frac{1}{3} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=-\frac{1}{3} \\ a-b=-1\end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{1}{3}-b=-1\ /\cdot(-1) \Rightarrow \frac{1}{3}+b=1 \Rightarrow b=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}.$$

Vrijednost izraza a + b iznosi:

$$a+b=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}.$$

2.inačica

$$f(x)=a\cdot x^2+x-b=a\cdot\left(x^2+\frac{1}{a}\cdot x-\frac{b}{a}\right).$$

Uporabom Vièteovih formula dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} x_1=2\ ,\ x_2=1 \\ x_1+x_2=-\frac{1}{a} \\ x_1\cdot x_2=-\frac{b}{a}\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\frac{1}{a}=2+1 \\ -\frac{b}{a}=2\cdot 1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\frac{1}{a}=3 \\ -\frac{b}{a}=2\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=-\frac{1}{3} \\ b=\frac{2}{3}\end{array}\right\} \Rightarrow a+b=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}.$$

Vježba 024

Brojevi $x_1 = 2$ i $x_2 = 1$ su nultočke funkcije $f(x) = a \cdot x^2 + x - b$. Odredi $b - a$.

Rezultat: 1.

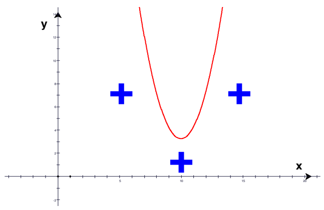
Zadatak 025 (Anamarija, hotelijerska škola)

Koje vrijednosti poprima realni parametar m ako je vrijednost izraza $x^2 + 2 \cdot x + m$ veća od 1 za svaki realni x?

Rješenje 025

$$x^2+2\cdot x+m>1 \Rightarrow x^2+2\cdot x+m-1>0.$$

Budući da je funkcija $f(x) = x^2 + 2 \cdot x + m - 1$ pozitivna za svaki x, znači nema realnih nultočaka. Njezina diskriminanta mora biti negativna:



$$\left.\begin{array}{l} f(x)=x^2+2\cdot x+m-1 \\ a=1\ ,\ b=2\ ,\ c=m-1 \end{array}\right\} \Rightarrow b^2-4\cdot a\cdot c<0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^2-4\cdot 1\cdot(m-1)<0 \Rightarrow 4-4\cdot(m-1)<0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4-4\cdot m+4<0 \Rightarrow -4\cdot m<-8 \ /:(-4) \Rightarrow m>2 \Rightarrow m\in\left\langle 2,+\infty\right\rangle.$$

Vježba 025

Koje vrijednosti poprima realni parametar m ako je vrijednost izraza $x^2 + 2 \cdot x + m$ pozitivna za svaki realni x?

Rezultat: $m\in\left\langle 1,+\infty\right\rangle.$

Zadatak 026 (Nina, gimnazija)

Užetom zadane duljine d = 80 m treba omeđiti zemljište pravokutnog oblika koje će imati najveću moguću površinu. Kolike će biti stranice toga pravokutnika?

Rješenje 026

Duljina užeta jednaka je opsegu traženog pravokutnika: O = 80 m. Pravokutnik je određen ako su poznate duljine x i y njegovih stranica. Opseg i površina iznose:

- $O = 2 \cdot x + 2 \cdot y$ opseg,
- $P = x \cdot y$ površina.

Iz formule za opseg izračunamo nepoznanicu y i uvrstimo u formulu za površinu:

$$\left.\begin{array}{l} O=80 \\ O=2\cdot x+2\cdot y \\ P=x\cdot y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\cdot x+2\cdot y=80 \ /:2 \\ P=x\cdot y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=40 \\ P=x\cdot y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=40-x \\ P=x\cdot y \end{array}\right\} \Rightarrow P=x\cdot(40-x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P(x)=-x^2+40\cdot x.$$

Površina pravokutnika izražena je kao kvadratna funkcija duljine jedne njegove stranice. Tražimo onu vrijednost x_0 nezavisne varijable x (duljina jedne stranice), za koju će kvadratna funkcija $P(x) = -x^2 + 40 \cdot x$ (površina) poprimiti najveću vrijednost y_0. U kvadratnoj funkciji $P(x) = -x^2 + 40 \cdot x$ je:

- koeficijent kvadratnog člana $a = -1$,
- koeficijent linearnog člana $b = 40$,
- slobodni član $c = 0$.

Graf kvadratne funkcije parabola je otvorena prema negativnoj strani ordinatne osi s tjemenom u točki (x_0, y_0), gdje je:

$$\left.\begin{array}{l} x_0=-\dfrac{b}{2\cdot a} \\ y_0=\dfrac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_0=-\dfrac{40}{2\cdot(-1)} \\ y_0=\dfrac{4\cdot(-1)\cdot 0-40^2}{4\cdot(-1)} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_0=20 \\ y_0=400 \end{array}\right\}.$$

Vidimo da promatrana kvadratna funkcija poprima najveću vrijednost (maksimum) $y_0 = 400$ kada nezavisna

varijabla x poprimi vrijednost $x_0 = 20$.
Rješenje zadanog problema je pravokutnik sa stranicama duljine x = 20 i y = 40 – 20 = 20 pa je, zapravo, riječ o kvadratu sa stranicom duljine 20 m i površinom 400 m^2.

Vježba 026

Užetom zadane duljine d = 100 m treba omeđiti zemljište pravokutnog oblika koje će imati najveću moguću površinu. Kolike će biti stranice toga pravokutnika?

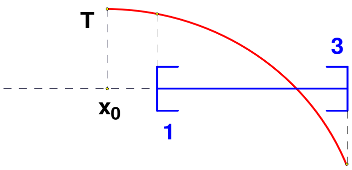
Rezultat: Riječ je o kvadratu sa stranicom duljine 25 m i površinom 625 m^2.

Zadatak 027 (2A, hotelijerska škola)

Koja je najveća vrijednost funkcije $f(x) = 6 - x - x^2$ za $x \in [1, 3]$?

Rješenje 027

Graf zadane funkcije je parabola $y = -x^2 - x + 6$ otvorom okrenuta prema dolje. Odredimo položaj apscise tjemena parabole u odnosu na segment $[1, 3]$:



$$\left.\begin{matrix} y = -x^2 - x + 6 \\ a = -1,\ b = -1,\ c = 6 \\ x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a} \end{matrix}\right\} \Rightarrow x_0 = -\frac{-1}{2 \cdot (-1)} = -\frac{1}{2}.$$

Budući da je apscisa x_0 tjemena parabole slijeve strane segmenta $[1, 3]$, luk parabole je "padajući, silazni" nad segmentom pa u točki x = 1 funkcija $f(x) = 6 - x - x^2$ ima maksimalnu vrijednost:

$$f(1) = 6 - 1 - 1^2 = 6 - 1 - 1 = 4.$$

Vježba 027

Koja je najmanja vrijednost funkcije $f(x) = 6 - x - x^2$ za $x \in [1, 3]$?

Rezultat: – 6.

Zadatak 028 (2A, hotelijerska škola)

Funkcija $f(x) = -x^2 + b \cdot x + c$ ima nultočke 1 i 7. Kolika je njezina maksimalna vrijednost?

Rješenje 028

Koeficijente b i c odredit ćemo iz sustava jednadžbi. Budući da su brojevi 1 i 7 nultočke funkcije, vrijedi:

$$\left.\begin{matrix} x_1 = 1\ ,\ x_2 = 7 \\ f(x) = -x^2 + b \cdot x + c \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -1^2 + b \cdot 1 + c = 0 \\ -7^2 + b \cdot 7 + c = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -1 + b + c = 0 \\ -49 + 7 \cdot b + c = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} b + c = 1 \\ 7 \cdot b + c = 49 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{bmatrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} b + c = 1\ / \cdot (-1) \\ 7 \cdot b + c = 49 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -b - c = -1 \\ 7 \cdot b + c = 49 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 6 \cdot b = 48\ /:6 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} b = 8 \\ b + c = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 8 + c = 1 \Rightarrow c = -7.$$

Dakle, tražimo maksimalnu vrijednost funkcije $f(x) = -x^2 + 8 \cdot x - 7$.

1.inačica

Budući da kvadratna funkcija $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ima ekstrem u točki s apscisom

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a},$$

a vrijednost ekstrema iznosi

$$y_0 = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a},$$

slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=-x^2+8\cdot x-7 \\ a=-1\ ,\ b=8\ ,\ c=-7 \end{array}\right\} \Rightarrow y_0=\frac{4\cdot(-1)\cdot(-7)-8^2}{4\cdot(-1)}=\frac{28-64}{-4}=\frac{-36}{-4}=9.$$

2.inačica

Ako su x_1 i x_2 nultočke funkcije f(x) = a · x^2 + b · x + c, apscisa x_0 tjemena iznosi

$$x_0=\frac{x_1+x_2}{2},$$

a ordinata tjemena

$$y_0=f(x_0).$$

Maksimalna vrijednost funkcije je:

$$\left.\begin{array}{l} x_1=1\ ,\ x_2=7 \\ x_0=\frac{x_1+x_2}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow x_0=\frac{1+7}{2}=4 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=f(x)=-x^2+8\cdot x-7 \\ x_0=4\ ,\ y_0=f(x_0) \end{array}\right\} \Rightarrow y_0=-4^2+8\cdot 4-7=-16+32-7=9.$$

Vježba 028

Funkcija f(x) = – x^2 + b · x + c ima nultočke 1 i 5. Kolika je njezina maksimalna vrijednost?

Rezultat: 4.

Zadatak 029 (2A, hotelijerska škola)

Odredite drugu nultočku funkcije f(x) = a$(x – 3)^2$ + 2, ako joj je jedna nultočka – 1.

Rješenje 029

Najprije odredimo koeficijent a zadane funkcije. Budući da je jedna nultočka – 1, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x=-1\ ,\ f(x)=a\cdot(x-3)^2+2 \\ f(-1)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow a\cdot(-1-3)^2+2=0 \Rightarrow 16\cdot a+2=0 \Rightarrow 16\cdot a=-2\ /:16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=-\frac{2}{16} \Rightarrow a=-\frac{1}{8} \Rightarrow f(x)=-\frac{1}{8}\cdot(x-3)^2+2.$$

Nultočke funkcije iznose:

$$-\frac{1}{8}\cdot(x-3)^2+2=0 \Rightarrow -\frac{1}{8}\cdot(x-3)^2+2=0\ /\cdot(-8) \Rightarrow (x-3)^2-16=0 \Rightarrow (x-3)^2=16\ /\sqrt{\ } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-3=\pm\sqrt{16} \Rightarrow x-3=\pm 4 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-3=4 \\ x-3=-4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=7\ (\text{drugo rješenje}) \\ x_2=-1 \end{array}\right\}.$$

Vježba 029

Odredite drugu nultočku funkcije f(x) = a$(x – 3)^2$ + 2, ako joj je jedna nultočka 7.

Rezultat: – 1.

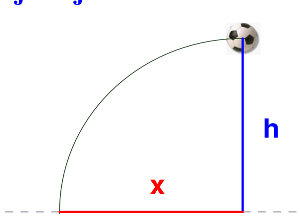
Zadatak 030 (2A, hotelijerska škola)

Na nogometnoj utakmici vratar ispucava loptu. Putanja lopte opisana je funkcijom

$$f(x)=-0.0126\cdot x^2+0.635\cdot x,$$

gdje je h visina lopte iznad zemlje, a x horizontalna udaljenost od mjesta ispucavanja. Visine h i x su izražene u metrima. Na kojoj udaljenosti od mjesta ispucavanja lopta pada na zemlju?

Rješenje 030



Udaljenost od mjesta ispucavanja lopte do pada na zemlju iznosi:

$$-0.0126\cdot x^2+0.635\cdot x=0 \Rightarrow x\cdot(-0.0126\cdot x+0.635)=0 \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} x=0 \\ -0.0126\cdot x+0.635=0 \end{array}\right\}=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=0\ (\text{nema smisla}) \\ -0.0126\cdot x=-0.635 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -0.0126 \cdot x = -0.635 \ /:(-0.0126) \ \Rightarrow\ x_2 = \frac{0.635}{0.0126} = 50.40\ m.$$

Vježba 030

Na nogometnoj utakmici vratar ispucava loptu. Putanja lopte opisana je funkcijom

$$f(x) = -0.0127 \cdot x^2 + 0.635 \cdot x,$$

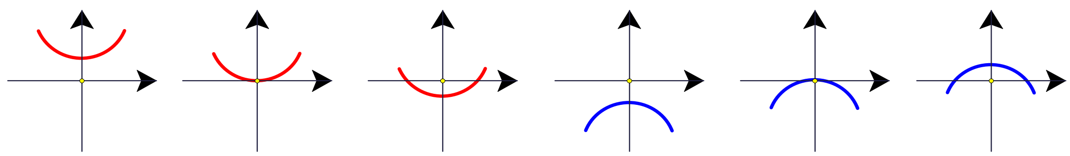
gdje je h visina lopte iznad zemlje, a x horizontalna udaljenost od mjesta ispucavanja. Visine h i x su izražene u metrima. Na kojoj udaljenosti od mjesta ispucavanja lopta pada na zemlju?

Rezultat: 50 m.

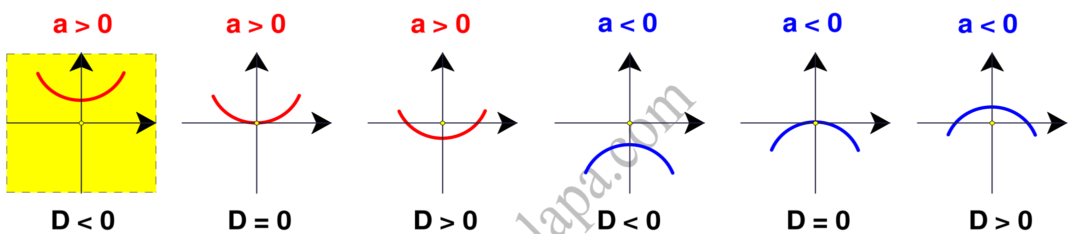
Zadatak 031 (2A, hotelijerska škola)

Na slikama su grafovi funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$. Za koju od njih vrijedi:

- a je pozitivno, $a > 0$
- diskriminanta je negativna, $D < 0$



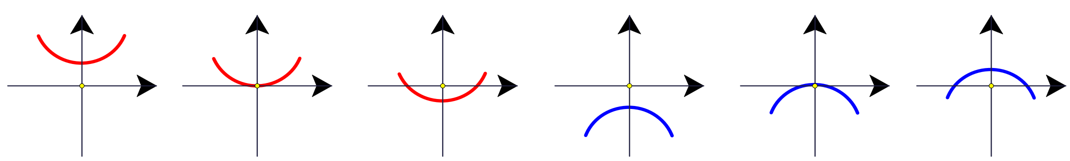
Rješenje 031



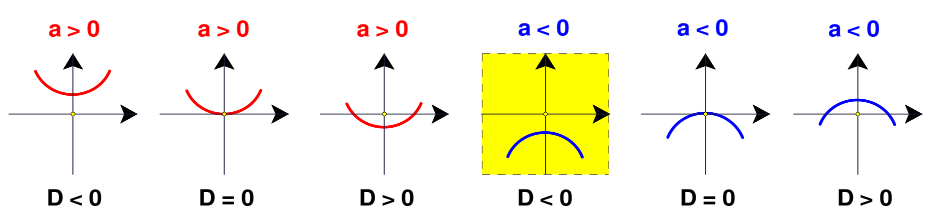
Vježba 031

Na slikama su grafovi funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$. Za koju od njih vrijedi:

- a je negativno, $a < 0$
- diskriminanta je negativna, $D < 0$



Rezultat:



Zadatak 032 (Anamarija, gimnazija)

Za koje vrijednosti realnog parametra k graf funkcije $f(x) = x^2 + k^2 \cdot x + k \cdot x + 9$ dodiruje os x?

Rješenje 032

$$f(x) = x^2 + k^2 \cdot x + k \cdot x + 9 \ \Rightarrow\ f(x) = x^2 + \left(k^2 + k\right) \cdot x + 9 \ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} a = 1 \\ b = k^2 + k \\ c = 9 \end{array}\right\}.$$

Graf kvadratne funkcije je parabola $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Budući da parabola dodiruje os x, ordinata tjemena parabole jednaka je nuli:

$$\left.\begin{array}{l} y_0=\dfrac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a} \\ y_0=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a}=0 \Rightarrow \left[\frac{x}{y}=0\ ,\ y\neq 0 \Rightarrow x=0\right] \Rightarrow 4\cdot a\cdot c-b^2=0\ /\cdot(-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^2-4\cdot a\cdot c=0 \Rightarrow \left(k^2+k\right)^2-4\cdot 1\cdot 9=0 \Rightarrow \left(k^2+k\right)^2-36=0 \Rightarrow \left(k^2+k\right)^2=36\ /\sqrt{\ } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(k^2+k\right)^2=\pm 6 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} k^2+k=6 \\ k^2+k=-6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} k^2+k-6=0 \\ k^2+k+6=0 \end{array}\right\}.$$

Tražimo rješenja prve kvadratne jednadžbe:

$$k^2+k-6=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \\ c=-6 \end{array}\right\} \Rightarrow k_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \Rightarrow k_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot 1\cdot(-6)}}{2\cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{1+24}}{2} \Rightarrow k_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{25}}{2} \Rightarrow k_{1,2}=\frac{-1\pm 5}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{ll} k_1=\dfrac{-1+5}{2}=\dfrac{4}{2}=2 & \text{je rješenje} \\ k_2=\dfrac{-1-5}{2}=-\dfrac{6}{2}=-3 & \text{je rješenje} \end{array}\right\}.$$

Tražimo rješenja druge kvadratne jednadžbe:

$$k^2+k+6=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \\ c=6 \end{array}\right\} \Rightarrow k_{3,4}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \Rightarrow k_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot 1\cdot 6}}{2\cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{1-24}}{2} \Rightarrow k_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{-23}}{2} \Rightarrow k_{3,4}=\frac{-1\pm\sqrt{23}\cdot i}{2} \text{ rješenja nisu realna}.$$

Vježba 032

Za koje vrijednosti realnog parametra k graf funkcije $f(x) = x^2 + k \cdot x + 9$ dodiruje os x?

Rezultat: – 6 i 6**.**

Zadatak 033 (Ivan, pomorska škola)

Nultočke kvadratne funkcije su – 1 i 2. Točka T(1, 4) je na grafu te funkcije. Nađite jednadžbu kvadratne funkcije.

Rješenje 033

Kvadratna funkcija glasi $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Budući da su – 1 i 2 njezine nultočke, vrijedi:

$$f(-1)=0 \quad , \quad f(2)=0.$$

Točka T(1, 4) je na grafu kvadratne funkcije pa slijedi

$$f(1)=4.$$

Sada postavimo sustav od tri jednadžbe sa tri nepoznanice:

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c \\ f(-1)=0 \\ f(2)=0 \\ f(1)=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a\cdot(-1)^2+b\cdot(-1)+c=0 \\ a\cdot 2^2+b\cdot 2+c=0 \\ a\cdot 1^2+b\cdot 1+c=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a-b+c=0 \\ 4\cdot a+2\cdot b+c=0 \\ a+b+c=4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{iz prve jednadžbe izračunamo, na primjer, a} \\ \text{i uvrstimo u druge dvije jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=b-c \\ 4\cdot a+2\cdot b+c=0 \\ a+b+c=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4\cdot(b-c)+2\cdot b+c=0 \\ b-c+b+c=4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4\cdot b-4\cdot c+2\cdot b+c=0 \\ b-c+b+c=4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 6\cdot b-3\cdot c=0\ /:3 \\ 2\cdot b=4\ /:2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\cdot b-c=0 \\ b=2 \end{array}\right\} \Rightarrow 2\cdot 2-c=0 \Rightarrow c=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=b-c \\ b=2\ ,\ c=4 \end{array}\right\} \Rightarrow a=2-4=-2.$$

Kvadratna funkcija glasi:

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c \\ a=-2\ ,\ b=2\ ,\ c=4 \end{array}\right\} \Rightarrow f(x)=-2\cdot x^2+2\cdot x+4.$$

Vježba 033

Nultočke kvadratne funkcije su – 2 i 3. Točka T(1, – 6) je na grafu te funkcije. Nađite jednadžbu kvadratne funkcije.

Rezultat: $f(x)=x^2-x-6.$

Zadatak 034 (Edi, maturant ekonomske škole)

Ako parabola $y = a \cdot (x - m)^2$ prolazi točkom A(– 3, – 4) i ima tjeme u točki B(– 5, 0), nađite parametar a.

Rješenje 034

Ponovimo!

Tjeme parabole $y = a \cdot (x - x_0)^2$ točka je $T(x_0, 0)$.

Zato je:

$$\left.\begin{array}{l} y=a\cdot(x-m)^2 \\ T(m,0)=B(-5,0) \end{array}\right\} \Rightarrow m=-5 \Rightarrow y=a\cdot(x+5)^2.$$

Budući da točka A(– 3, – 4) pripada paraboli, uvrstit ćemo koordinate točke A u jednadžbu parabole:

$$\left.\begin{array}{l} A(x,y)=A(-3,-4) \\ y=a\cdot(x+5)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow -4=a\cdot(-3+5)^2 \Rightarrow -4=a\cdot 2^2 \Rightarrow -4=4\cdot a \Rightarrow 4\cdot a=-4\ /:4 \Rightarrow a=-1.$$

Vježba 034

Ako parabola $y = a \cdot (x - m)^2$ prolazi točkom A(– 3, 4) i ima tjeme u točki B(– 5, 0), nađite parametar a.

Rezultat: a = 1.

Zadatak 035 (Petar, pomorska škola)

Riješi sustav nejednadžbi: $\begin{cases} x^2-1\ge 0 \\ x^2+2\cdot x>0. \end{cases}$

Rješenje 035

Trebamo riješiti nejednadžbu $x^2 - 1 \ge 0$. Najprije odredimo nultočke ove funkcije:

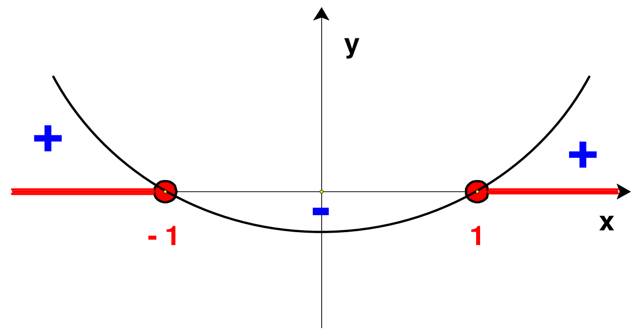
$$x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1\ /\sqrt{\ } \Rightarrow x=\pm\sqrt{1} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=-1 \\ x_2=1 \end{array}\right\}.$$

Nakon toga skiciramo njezin graf (to je parabola "otvorom" okrenuta prema gore).
Graf kvadratne funkcije (parabola) siječe x – os u dvije točke $x_1 = -1$ i $x_2 = 1$.
U točkama $x_1 = -1$ i $x_2 = 1$ vrijedi jednakost =, pa su i one rješenja zadane nejednadžbe $\ge$.
Zato smo ih popunili. Funkcija je pozitivna na onim intervalima gdje se njezin graf nalazi iznad x – osi.
Ti su intervali (označeno crveno na slici) skup rješenja kvadratne nejednadžbe

$$x^2 - 1 \ge 0.$$

Vidimo da graf leži iznad x – osi na dijelu do prve nultočke $x_1 = -1$ i poslije druge nultočka $x_2 = 1$. Nejednadžba $x^2 - 1 \ge 0$ vrijedi za:

$$x\in\langle -\infty, -1] \cup [1, +\infty\rangle.$$



Trebamo riješiti nejednadžbu $x^2 + 2 \cdot x > 0$. Najprije odredimo nultočke ove funkcije:

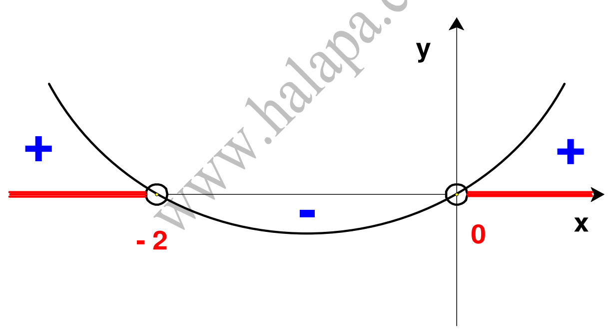
$$x^2 + 2 \cdot x = 0 \Rightarrow x \cdot (x+2) = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili} \\ a = b = 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 0 \\ x + 2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_2 = 0 \\ x_1 = -2 \end{array} \right\}.$$

Nakon toga skiciramo njezin graf (to je parabola "otvorom" okrenuta prema gore).
Graf kvadratne funkcije (parabola) siječe x – os u dvije točke $x_1 = -2$ i $x_2 = 0$.
U točkama $x_1 = -2$ i $x_2 = 0$ vrijedi jednakost =, pa one nisu rješenja zadane stroge nejednadžbe >.
Zato ih nismo popunili. Funkcija je pozitivna na onim intervalima gdje se njezin graf nalazi iznad x – osi.
Ti su intervali (označeno crveno na slici) skup rješenja kvadratne nejednadžbe

$$x^2 + 2 \cdot x > 0.$$

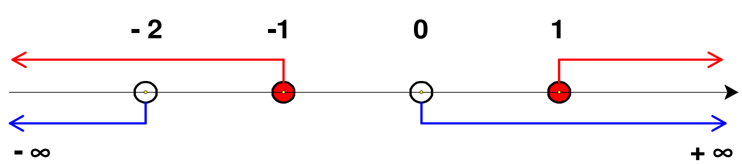
Vidimo da graf leži iznad x – osi na dijelu do prve nultočke $x_1 = -2$ i poslije druge nultočka $x_2 = 0$. Nejednadžba $x^2 + 2 \cdot x > 0$ vrijedi za:

$$x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 0, +\infty \rangle.$$



Konačno rješenje sustava nejednadžbi je presjek (zajednički dio) rješenja svake nejednadžbe:

$$\left. \begin{array}{l} x \in \langle -\infty, -1] \cup [1, +\infty \rangle \\ x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 0, +\infty \rangle \end{array} \right\} \Rightarrow [\text{presjek}] \Rightarrow x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup [1, +\infty \rangle.$$



Vježba 035

Riješi sustav nejednadžbi: $\begin{cases} x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 - x - 2 \leq 0. \end{cases}$

Rezultat: $x \in [1, 2].$

Zadatak 036 (Šime, informatika)

Broj t rastavite na dva pribrojnika tako da njihov umnožak bude najveći.

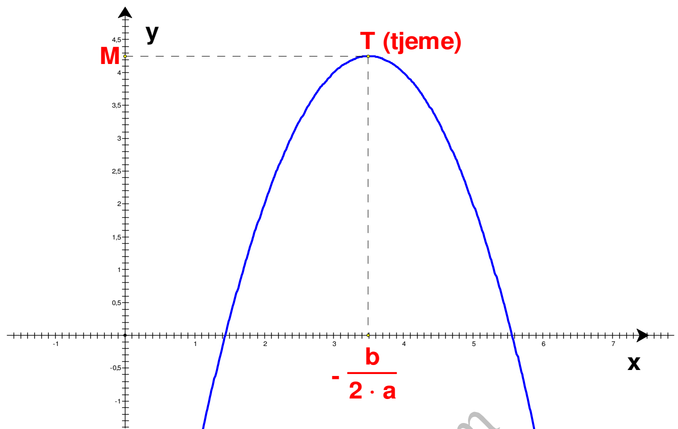
Rješenje 036

Ponovimo!

Kvadratna funkcija $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ postiže maksimum M ako je $a < 0$.
Maksimum M dobije se (postiže se) za

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a},$$

tj. uvrštavanjem te vrijednosti u $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ i iznosi $y = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}$.



Rastavimo broj t na dva pribrojnika. Neka je prvi pribrojnik x, tada je drugi pribrojnik t – x. Promotrimo umnožak pribrojnika:

$$y = x \cdot (t - x) \Rightarrow y = t \cdot x - x^2 \Rightarrow y = -x^2 + t \cdot x.$$

Njihov je umnožak

$$y = -x^2 + t \cdot x,$$

dakle, kvadratna funkcija. Problem se svodi na to da odredimo za koji x kvadratna funkcija $y = -x^2 + t \cdot x$, ima najveću vrijednost (maksimum). Naravno, za

$$\left. \begin{array}{l} y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \\ y = -x^2 + t \cdot x \\ a = -1 \ , \ b = t \ , \ c = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = -1 \ , \ b = t \\ x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow x_0 = -\frac{t}{2 \cdot (-1)} \Rightarrow x_0 = \frac{t}{2}.$$

Odavde slijedi da je

$$\left. \begin{array}{l} a = -1 \ , \ b = t \ , \ c = 0 \\ y = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{4 \cdot (-1) \cdot 0 - t^2}{4 \cdot (-1)} \Rightarrow y = \frac{-t^2}{-4} \Rightarrow y = \frac{t^2}{4}.$$

Pribrojnici su brojevi:

$$\frac{t}{2}, \ \frac{t}{2}.$$

Vježba 036

Broj 8 rastavite na dva pribrojnika tako da njihov umnožak bude najveći.

Rezultat: 4, 4.

Zadatak 037 (Maturantice, hotelijerska škola)

Kvadratna funkcija $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 4$, gdje su a i b realni koeficijenti ima maksimum u točki M(– 2, 6). Nađi umnožak nepoznatih koeficijenata tog polinoma.

Rješenje 037

Ponovimo!

Kvadratna funkcija

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

ima ekstrem u točki s apscisom

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}.$$

Vrijednost ekstrema iznosi

$$y_0 = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}.$$

Ekstrem je minimum ako je a > 0, maksimum ako je a < 0.
Budući da točka M(– 2, 6) pripada funkciji, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} M(x, y) = M(-2, 6) \\ y = a \cdot x^2 + b \cdot x + 4 \end{array}\right\} \Rightarrow 6 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 4 \Rightarrow 6 = 4 \cdot a - 2 \cdot b + 4 \Rightarrow -4 \cdot a + 2 \cdot b = 4 - 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -4 \cdot a + 2 \cdot b = -2 \ /:(-2) \Rightarrow 2 \cdot a - b = 1.$$

Točka M(– 2, 6) je maksimum funkcije $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 4$ pa za apscisu ekstrema vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x_0 = -2 \ , \ x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a} \\ f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 4 \\ a = a \ , \ b = b \ , \ c = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{b}{2 \cdot a} = -2 \ / \cdot 2 \cdot a \Rightarrow -b = -4 \cdot a \Rightarrow 4 \cdot a - b = 0.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se vrijednost za a i b:

$$\left.\begin{array}{l} 2 \cdot a - b = 1 \\ 4 \cdot a - b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2 \cdot a - b = 1 \ / \cdot (-1) \\ 4 \cdot a - b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2 \cdot a + b = -1 \\ 4 \cdot a - b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot a = -1 \ /:2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = -\frac{1}{2} \\ 4 \cdot a - b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - b = 0 \Rightarrow -2 - b = 0 \Rightarrow b = -2.$$

Umnožak koeficijenata a i b iznosi:

$$a \cdot b = -\frac{1}{2} \cdot (-2) = 1.$$

Vježba 037

Kvadratna funkcija $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 4$, gdje su a i b realni koeficijenti ima maksimum u točki M(– 2, 8). Nađi umnožak nepoznatih koeficijenata tog polinoma.

Rezultat: 4.

Zadatak 038 (Karoliona, maturantica)

Zadana je funkcija $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Odredi a, b i c uz uvjete: da je jedna nultočka $x_1 = -1$, da za x = 2 f(x) ima svoj minimum f(2) = – 9.

Rješenje 038

Ponovimo!

Ako je x_1 nultočka funkcije $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, tada vrijedi

$$a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c = 0.$$

Kvadratna funkcija

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

ima ekstrem u točki s apscisom

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}.$$

Vrijednost ekstrema iznosi:

$$y_0 = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}.$$

Ekstrem je minimum ako je a > 0, maksimum ako je a < 0.
Budući da je $x_1 = -1$ nultočka funkcije $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c = 0 \Rightarrow a - b + c = 0.$$

Za x = 2 funkcija f(x) ima svoj minimum f(2) = – 9 pa vrijedi:

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{b}{2 \cdot a} = 2 \\ \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} = -9 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\frac{b}{2 \cdot a} = 2 \; / \cdot (-2 \cdot a) \\ \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} = -9 \; / \cdot 4 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b = -4 \cdot a \\ 4 \cdot a \cdot c - b^2 = -36 \cdot a \end{array}\right\}.$$

Iz sustava jednadžbi dobiju se vrijednosti za a, b i c:

$$\left.\begin{array}{l} a - b + c = 0 \\ b = -4 \cdot a \\ 4 \cdot a \cdot c - b^2 = -36 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - (-4 \cdot a) + c = 0 \\ 4 \cdot a \cdot c - (-4 \cdot a)^2 = -36 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a + 4 \cdot a + c = 0 \\ 4 \cdot a \cdot c - 16 \cdot a^2 = -36 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5 \cdot a + c = 0 \\ 4 \cdot a \cdot c - 16 \cdot a^2 + 36 \cdot a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} c = -5 \cdot a \\ 4 \cdot a \cdot c - 16 \cdot a^2 + 36 \cdot a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 4 \cdot a \cdot (-5 \cdot a) - 16 \cdot a^2 + 36 \cdot a = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -20 \cdot a^2 - 16 \cdot a^2 + 36 \cdot a = 0 \Rightarrow -36 \cdot a^2 + 36 \cdot a = 0 \; / : (-36) \Rightarrow a^2 - a = 0 \Rightarrow a \cdot (a - 1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 0 \\ a - 1 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a_1 = 0 \text{ nema smisla} \\ a_2 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1 \\ b = -4 \cdot a \\ c = -5 \cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = 1 \\ b = -4 \\ c = -5 \end{array}\right\}.$$

Vježba 038

Zadana je funkcija $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Odredi a, b i c uz uvjete: da je jedna nultočka $x_1 = 1$, da za x = 3 f(x) ima svoj minimum f(3) = – 4.

Rezultat: a = 1, b = – 6, c = 5.

Zadatak 039 (Jelena, gimnazija)

Odredi jednadžbu parabole kojoj je tjeme T(1, 3) i prolazi točkom A(0, 0).

Rješenje 039

Ponovimo!

Kvadratna funkcija

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

ima ekstrem u točki s apscisom

$$x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}.$$

Vrijednost ekstrema iznosi:

$$y_0 = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}.$$

Graf kvadratne funkcije $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ je parabola čija jednadžba glasi $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$, a tjeme ima koordinate:

$$T(x_0, y_0) = T\left(-\frac{b}{2 \cdot a}, \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}\right).$$

Budući da parabola prolazi točkom A(0, 0), tj. da vrijedi f(0) = 0, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c \\ f(0)=0 \end{array}\right\} \Rightarrow a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=0 \Rightarrow 0+0+c=0 \Rightarrow c=0.$$

Koeficijente a i b odredimo iz tjemena parabole:

$$\left.\begin{array}{l} T(x_0, y_0)=T(1,3) \\ x_0=-\dfrac{b}{2\cdot a} \\ y_0=\dfrac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -\dfrac{b}{2\cdot a}=1 \;/\cdot(-2\cdot a) \\ \dfrac{4\cdot a\cdot c-b^2}{4\cdot a}=3 \;/\cdot 4\cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=-2\cdot a \\ 4\cdot a\cdot c-b^2=12\cdot a \end{array}\right\}.$$

Iz sustava jednadžbi dobiju se vrijednosti za a, b i c:

$$\left.\begin{array}{l} c=0 \\ b=-2\cdot a \\ 4\cdot a\cdot c-b^2=12\cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=-2\cdot a \\ 4\cdot a\cdot 0-b^2=12\cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=-2\cdot a \\ -b^2=12\cdot a \;/\cdot(-1) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b=-2\cdot a \\ b^2=-12\cdot a \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-2\cdot a)^2=-12\cdot a \Rightarrow 4\cdot a^2+12\cdot a=0 \;/:4 \Rightarrow a^2+3\cdot a=0 \Rightarrow a\cdot(a+3)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=0 \\ a+3=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a_1=0 \text{ nema smisla} \\ a_2=-3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=-3 \\ b=-2\cdot(-3) \\ c=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=-3 \\ b=6 \\ c=0 \end{array}\right\}.$$

Jednadžba parabole glasi:

$$\left.\begin{array}{l} a=-3\ ,\ b=6\ ,\ c=0 \\ y=a\cdot x^2+b\cdot x+c \end{array}\right\} \Rightarrow y=-3\cdot x^2+6\cdot x+0 \Rightarrow y=-3\cdot x^2+6\cdot x.$$

Vježba 039

Odredi jednadžbu parabole kojoj je tjeme T(2, – 4) i prolazi točkom A(0, 0).

Rezultat: $y=x^2-4\cdot x.$

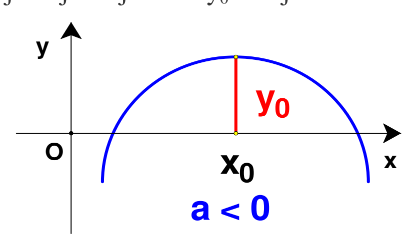
Zadatak 040 (Jelena, gimnazija)

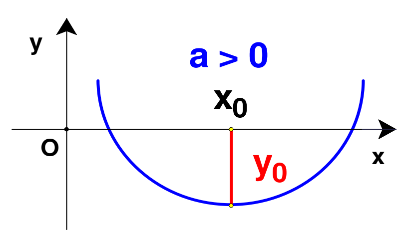
Odredi funkciju $f(x)=a\cdot(x-x_0)^2+y_0$ ako je zadano tjeme T(2, – 1) i točka A(0, 0).

Rješenje 040

Ponovimo!

Graf kvadratne funkcije $f(x) = a\cdot(x - x_0)^2 + y_0$ parabola je s tjemenom u točki $T(x_0, y_0)$ dobivena translacijom parabole $y = a\cdot x^2$. U točki x_0 funkcija $f(x) = a\cdot(x - x_0)^2 + y_0$ poprima najveću vrijednost y_0 ako je $a < 0$, a najmanju vrijednost y_0 ako je $a > 0$.





Budući da je zadano tjeme, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} T\left(x_0, y_0\right) = T(2, -1) \\ f(x) = a \cdot \left(x - x_0\right)^2 + y_0 \end{array}\right\} \Rightarrow f(x) = a \cdot (x-2)^2 - 1.$$

Znajući jednu točku parabole A(0, 0) lako izračunamo koeficijent a:

$$\left.\begin{array}{l} A(0, 0) \Rightarrow f(0) = 0 \\ f(x) = a \cdot (x-2)^2 - 1 \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot (0-2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow a \cdot (-2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow 4 \cdot a - 1 = 0 \Rightarrow 4 \cdot a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}.$$

Kvadratna funkcija glasi:

$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot (x-2)^2 - 1.$$

Vježba 040

Odredi jednadžbu parabole kojoj je tjeme T(1, 2) i prolazi točkom A(0, 0).

Rezultat: $f(x) = -2 \cdot (x-1)^2 + 2.$