

Zadatak 001 (Anela, ekonomska škola)

Riješi sustav jednačbi:

$$\left. \begin{array}{l} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{array} \right\}$$

Rješenje 001

Sustav rješavamo Gaussovom metodom eliminacije (isključivanja). Gaussova metoda provodi se pomoću sljedećih operacija:

- zamjene mjesta dviju jednačbi sustava
- množenja (dijeljenja) neke jednačbe sustava brojem različitim od nule
- dodavanjem jedne jednačbe sustava drugoj jednačbi sustava.

$$\begin{array}{ll} 5x - y - z = 0 & (I) \\ x + 2y + 3z = 14 & (II) \\ 4x + 3y + 2z = 16 & (III) \end{array}$$

1.korak: prvoj i drugoj jednačbi zamijenimo mjesta, (I) \leftrightarrow (II),

$$\begin{array}{ll} x + 2y + 3z = 14 & (I) \\ 5x - y - z = 0 & (II) \\ 4x + 3y + 2z = 16 & (III) \end{array}$$

2.korak: prvu jednačbu pomnožimo brojem -5 i pribrojimo drugoj jednačbi, (I) $\cdot (-5) +$ (II),

$$\begin{array}{ll} x + 2y + 3z = 14 & (I) \\ -11y - 16z = -70 & (II) \\ 4x + 3y + 2z = 16 & (III) \end{array}$$

3.korak: prvu jednačbu pomnožimo brojem -4 i pribrojimo trećoj jednačbi, (I) $\cdot (-4) +$ (III),

$$\begin{array}{ll} x + 2y + 3z = 14 & (I) \\ -11y - 16z = -70 & (II) \\ -5y - 10z = -40 & (III) \end{array}$$

4.korak: treću jednačbu podijelimo brojem -5 , (III) $:(-5)$,

$$\begin{array}{ll} x + 2y + 3z = 14 & (I) \\ -11y - 16z = -70 & (II) \\ y + 2z = 8 & (III) \end{array}$$

5.korak: drugoj i trećoj jednačbi zamijenimo mjesta, (II) \leftrightarrow (III),

$$\begin{array}{ll} x + 2y + 3z = 14 & (I) \\ y + 2z = 8 & (II) \\ -11y - 16z = -70 & (III) \end{array}$$

6.korak: drugu jednačbu pomnožimo brojem 11 i pribrojimo trećoj jednačbi, (II) $\cdot 11 +$ (III),

$$\begin{array}{ll} x + 2y + 3z = 14 & (I) \\ y + 2z = 8 & (II) \\ 6z = 18 & (III) \end{array}$$

7.korak: treću jednačbu podijelimo brojem 6 i dobijemo z :

$$6z = 18 / : 6 \Rightarrow z = 3.$$

8.korak: vrijednost $z = 3$ uvrstimo u drugu jednačbu i dobijemo y :

$$y + 2z = 8 \Rightarrow y + 2 \cdot 3 = 8 \Rightarrow y + 6 = 8 \Rightarrow y = 8 - 6 \Rightarrow y = 2.$$

9.korak: vrijednosti $z = 3$ i $y = 2$ uvrstimo u prvu jednačbu i dobijemo x :

$$x + 2y + 3z = 14 \Rightarrow x + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 14 \Rightarrow x + 4 + 9 = 14 \Rightarrow x + 13 = 14 \Rightarrow x = 1.$$

Rješenje sustava je: $(x, y, z) = (1, 2, 3)$.

Vježba 001

Riješi sustav jednačbi:

$$\begin{aligned} 4x + y + 4z &= 9 \\ 3x + 5y + 2z &= 10 \\ x + 2y + 3z &= 6. \end{aligned}$$

Rezultat: $(x, y, z) = (1, 1, 1)$.

Zadatak 002 (Jelena, ekonomska škola)

Riješi sustav linearnih jednačbi:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8. \end{aligned}$$

Rješenje 002

1. inačica (metoda supstitucije)

U nekoj jednačbi izračunat ćemo jednu nepoznanicu. Uvijek nastojimo naći nepoznanicu uz koju stoji najmanji koeficijent po apsolutnoj vrijednosti. Vrijednost za nađenu nepoznanicu uvrštavamo u drugu jednačbu.

U našem slučaju izračunat ćemo, na primjer, y iz druge jednačbe:

$$\left. \begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8 \Rightarrow y = 8 - x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x + 3 \cdot (8 - x) = 19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x + 24 - 3x = 19 \Rightarrow 2x - 3x = 19 - 24 \Rightarrow -x = -5.$$

Množimo cijelu jednačbu brojem -1 i dobijemo $x = 5$. Tu vrijednost za x uvrstimo u $y = 8 - x$.

$$y = 8 - 5 = 3.$$

Rezultat je $(x, y) = (5, 3)$.

2. inačica (metoda komparacije)

Iz obje jednačbe izračunamo istu nepoznanicu pa njihove vrijednosti kompariramo, usporedimo, tj. između nađenih vrijednosti za istu nepoznanicu stavimo znak jednakosti.

$$\left. \begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2x &= 19 - 3y \quad / : 2 \\ x &= 8 - y \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x &= \frac{19 - 3y}{2} \\ x &= 8 - y \end{aligned} \right\}.$$

Izjednačimo vrijednosti za nepoznanicu x :

$$\frac{19 - 3y}{2} = 8 - y \quad / \cdot 2 \Rightarrow 19 - 3y = 16 - 2y \Rightarrow -3y + 2y = 16 - 19 \Rightarrow -y = -3 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow y = 3.$$

Tada se x dobije, na primjer iz $x = 8 - y = 8 - 3 = 5$.

Rezultat je $(x, y) = (5, 3)$.

3. inačica (metoda suprotnih koeficijenata)

U obje jednačbe uz istu nepoznanicu nastojimo dobiti suprotne koeficijente. To su dva broja čiji je zbroj jednak 0. Da bismo dobili suprotne koeficijente moramo ili jednu ili obje jednačbe pomnožiti odgovarajućim brojevima.

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ x + y &= 8 \quad / \cdot (-2) \end{aligned}$$

Drugu jednačbu pomnožili smo brojem -2 .

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 19 \\ -2x - 2y &= -16. \end{aligned}$$

Zbrojimo jednačbe

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 2x - 2y &= 19 - 16. \\ y &= 3. \end{aligned}$$

Nepoznanicu x nađemo tako da $y = 3$ uvrstimo u drugu jednačbu

$$x + y = 8 \Rightarrow x + 3 = 8 \Rightarrow x = 8 - 3 = 5.$$

Rezultat je $(x, y) = (5, 3)$.

4. inačica (metoda neodređenih koeficijenata)

Pomnožimo, na primjer, prvu jednačbu neodređenim koeficijentom A , $A \neq 0$:

$$\begin{aligned} 2Ax + 3Ay &= 19A \\ x + y &= 8. \end{aligned}$$

Dobivene jednačbe zbrojimo:

$$2Ax + 3Ay + x + y = 19A + 8.$$

Izlučimo x i y pa je:

$$(2A + 1)x + (3A + 1)y = 19A + 8.$$

Ako izraz uz , na primjer, nepoznanicu x izjednačimo s nulom, dobit ćemo:

$$2A + 1 = 0 \Rightarrow 2A = -1 \Rightarrow A = -\frac{1}{2}.$$

Budući da smo stavili $2A + 1 = 0$, sada jednačba glasi:

$$(3A + 1)y = 19A + 8.$$

U nju uvrstimo $A = -\frac{1}{2}$:

$$\left(3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 1\right) \cdot y = 19 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 8 \Rightarrow \left(-\frac{3}{2} + 1\right) \cdot y = -\frac{19}{2} + 8 \Rightarrow -\frac{1}{2}y = -\frac{3}{2} \quad / \cdot (-2) \Rightarrow y = 3.$$

Nepoznanica x može se dobiti na dva načina: uvrštavanjem $y = 3$ u bilo koju polaznu jednačbu; izjednačavanjem s nulom izraza uz nepoznanicu y , $3A + 1 = 0$, i analognim računanjem kao u navedenom sličaju.

Rezultat je $(x, y) = (5, 3)$.

5. inačica (pomoću Cramerovih formula)

Najprije objasnimo pojam determinante drugog reda.

Binom $a \cdot d - b \cdot c$ naziva se determinantom drugog reda i označava $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$.

Znači da je $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$. Na primjer,

$$\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = 5 \cdot 12 - (-3) \cdot 2 = 60 + 6 = 66.$$

Ako je zadan sustav:

$$\begin{aligned} a_1x + b_1y &= c_1 \\ a_2x + b_2y &= c_2, \end{aligned}$$

onda determinantom sustava zovemo determinantu

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

Označimo još $D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

D_x se dobije da u determinanti sustava D prvi stupac zamijenimo slobodnim članovima c_1 i c_2 . D_y se dobije da u determinanti sustava D drugi stupac zamijenimo slobodnim članovima c_1 i c_2 . Rješenje sustava je

$$x = \frac{D_x}{D}, \quad y = \frac{D_y}{D}.$$

Sustav jednažbi ima jedinstveno rješenje ako je $D \neq 0$.

Za naš sustav jednažbi bit će:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = 2 - 3 = -1$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 19 & 3 \\ 8 & 1 \end{vmatrix} = 19 \cdot 1 - 3 \cdot 8 = 19 - 24 = -5, \quad D_y = \begin{vmatrix} 2 & 19 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = 2 \cdot 8 - 1 \cdot 19 = 16 - 19 = -3.$$

Rješenje je:

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-5}{-1} = 5, \quad y = \frac{D_y}{D} = \frac{-3}{-1} = 3.$$

6. inačica (metoda pretpostavke)

Pretpostavimo da su u našem sustavu jednažbi rješenja jednaka, tj. $x = y$.

Iz druge jednažbe

$$x + y = 8,$$

slijedi:

$$x + x = 8 \Rightarrow 2x = 8 / : 2 \Rightarrow x = 4.$$

Znači da su $x = 4$ i $y = 4$. Dobivene rezultate uvrstimo u prvu jednažbu

$$2x + 3y = 19 \Rightarrow 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 19 \Rightarrow 8 + 12 = 19 \Rightarrow 20 \neq 19.$$

Vidimo da je lijeva strana prve jednažbe veća od 19. Zato za nepoznanicu x uzimamo broj koji je manji od 4. Vrijednost od x promijenimo za neki iznos p :

$$x = 4 - p.$$

Uvrstimo to u drugu jednažbu $x + y = 8$:

$$4 - p + y = 8 \Rightarrow y = 8 - 4 + p \Rightarrow y = 4 + p.$$

Nove vrijednosti za x i y opet uvrstimo u prvu jednažbu:

$$2(4 - p) + 3(4 + p) = 19 \Rightarrow 8 - 2p + 12 + 3p = 19 \Rightarrow -2p + 3p = 19 - 8 - 12 \Rightarrow p = -1.$$

Sada je:

$$x = 4 - p = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5, \quad y = 4 + p = 4 + (-1) = 4 - 1 = 3.$$

7. inačica (metoda "snađi se")

Na prijavnim ispitima uz zadani sustav uvijek ponude 4 ili 5 rezultata od kojih je samo jedan točan. Na primjer,

$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x + y = 8. \end{cases}$$

- A) (1, 4) B) (5, 3) C) (-3, 5) D) (4, 2) E) (7, 1).

Bez računanja sustava bilo kojom metodom, jednostavno uvrštavajte koordinate x i y u jednažbe i kada dobijete valjane jednakosti to je rezultat.

Rješenje je B) jer je

$$2 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 19 \Rightarrow 10 + 9 = 19 \Rightarrow 19 = 19$$

$$5 + 3 = 8 \Rightarrow 8 = 8.$$

8. inačica (grafička metoda)

Nacrtamo pravce čije su jednažbe

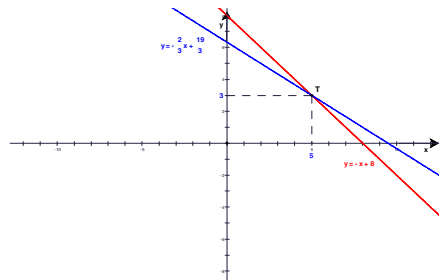
$$2x + 3y = 19$$

$$x + y = 8.$$

$$2x + 3y = 19 \Rightarrow 3y = -2x + 19 / : 3 \Rightarrow y = -2/3x + 19/3.$$

$$x + y = 8 \Rightarrow y = -x + 8.$$

Presjek pravaca je traženo rješenje, točka s koordinatama T(5, 3).



Vježba 002

Riješi sustav linearnih jednadžbi:

$$4x + y = 9$$

$$3x + 2y = 3.$$

Rezultat: $(x, y) = (3, -3)$.

Zadatak 003 (Nina, komercijalna škola)

Riješi sustav jednadžbi:

$$x + y = 8$$

$$x \cdot y = 15.$$

Rješenje 003

Iz linearne jednadžbe $x + y = 8$ izračunamo nepoznanicu x (ili y) i njezimo rješenje uvrstimo u drugu jednadžbu.

Dobit ćemo kvadratnu jednadžbu!

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x \\ x \cdot y = 15 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot (8 - x) = 15,$$

$$8x - x^2 = 15 \Rightarrow -x^2 + 8x - 15 = 0 / \cdot (-1) \Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{8 \pm 2}{2} \Rightarrow x_1 = 5, \quad x_2 = 3.$$

Nepoznanica y sada se lako dobije:

$$x_1 = 5 \Rightarrow y_1 = 8 - x_1 = 8 - 5 = 3,$$

$$x_2 = 3 \Rightarrow y_2 = 8 - x_2 = 8 - 3 = 5.$$

Rješenja sustava su: $(x_1, y_1) = (5, 3)$, $(x_2, y_2) = (3, 5)$.

Vježba 003

Riješi sustav jednadžbi:

$$x + y = 12$$

$$x \cdot y = 32.$$

Rezultat: $(x_1, y_1) = (8, 4)$, $(x_2, y_2) = (4, 8)$.

Zadatak 004 (Ivana, hotelijerska škola)

Riješi nejednadžbu: $(x - 3) \cdot (x + 2) > 0$.

Rješenje 004

Ponovimo kada je umnožak dva broja pozitivan, tj. veći od nule!

Umnožak dva broja je pozitivan ako su oba faktora pozitivna ili negativna.

$a \cdot b > 0$	
1. slučaj	2. slučaj
$a > 0$	$a < 0$
$b > 0$	$b < 0$

Zadatak rješavamo u dva koraka.

Prvi korak

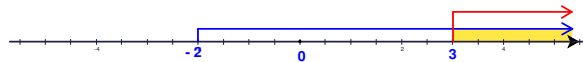
Najprije pretpostavimo da su oba faktora pozitivna i riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x - 3) \cdot (x + 2) > 0.$$

1. slučaj

$$\left. \begin{array}{l} x - 3 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x > 3 \\ x > -2 \end{array} \right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

$$x \in \langle 3, +\infty \rangle. \quad (1)$$

Drugi korak

Sada pretpostavimo da su oba faktora negativna i iznovice riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x - 3) \cdot (x + 2) > 0.$$

2. slučaj

$$\left. \begin{array}{l} x - 3 < 0 \\ x + 2 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x < 3 \\ x < -2 \end{array} \right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

$$x \in \langle -\infty, -2 \rangle. \quad (2)$$

Konačno rješenje zadane nejednadžbe je unija rezultata (1) i (2):

$$x \in \langle -\infty, -2 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle.$$

Vježba 004

Riješi nejednadžbu: $(x - 2) \cdot (x + 3) > 0$.

Rezultat: $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle 2, +\infty \rangle$.

Zadatak 005 (Hana, hotelijerska škola)

Riješi nejednadžbu: $(x + 2) \cdot (x - 1) < 0$.

Rješenje 005

Ponovimo kada je umnožak dva broja negativan, tj. manji od nule!

Umnožak dva broja je negativan ako je jedan faktor pozitivan, a drugi negativan.

$a \cdot b < 0$	
1. slučaj	2. slučaj
$a > 0$	$a < 0$
$b < 0$	$b > 0$

Zadatak rješavamo u dva koraka.

Prvi korak

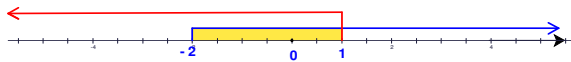
Najprije pretpostavimo da je prvi faktor pozitivan, a drugi negativan i riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x + 2) \cdot (x - 1) < 0.$$

1. slučaj

$$\left. \begin{array}{l} x + 2 > 0 \\ x - 1 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x > -2 \\ x < 1 \end{array} \right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

$$x \in \langle -2, 1 \rangle \quad (1)$$

Drugi korak

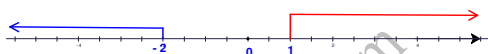
Sada pretpostavimo da je prvi faktor negativan, a drugi pozitivan i iznovice riješimo dobiveni sustav nejednadžbi.

$$(x + 2) \cdot (x - 1) < 0.$$

2. slučaj

$$\left. \begin{array}{l} x + 2 < 0 \\ x - 1 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x < -2 \\ x > 1 \end{array} \right\}.$$

Grafički prikaz rješenja!



Presjek (zajednički dio) rješenja obje nejednadžbe je rješenje sustava:

Vidimo da je presjek prazan skup (nema zajedničkog dijela):

$$\emptyset. \quad (2)$$

Konačno rješenje zadane nejednadžbe je unija rezultata (1) i (2):

$$x \in \langle -2, 1 \rangle \cup \emptyset = \langle -2, 1 \rangle.$$

Vježba 005

Riješi nejednadžbu: $(x + 4) \cdot (x - 2) < 0$.

Rezultat: $x \in \langle -4, 2 \rangle \cup \emptyset = \langle -4, 2 \rangle$.

Zadatak 006 (Ines, gimnazija)

Ako je $a > 0$, odredite skup rješenja sustava

$$\begin{cases} \sqrt{(x+a)^2} = x+a \\ \sqrt{(x-a)^2} = a-x. \end{cases}$$

Rješenje 006

Podsjetimo se pravila:

$$\sqrt{b^2} = |b|, \quad |b| = \begin{cases} b, & b \geq 0 \\ -b, & b < 0. \end{cases}$$

Svaku jednadžbu sustava posebno riješimo.

▫ Jednadžba $\sqrt{(x+a)^2} = x+a$ ekvivalentna je jednadžbi

$$|x+a| = x+a. \quad (1)$$

1. slučaj

Najprije pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" veći ili jednak nuli:

$$x+a \geq 0 \Rightarrow x \geq -a.$$

Tada jednačba (1) glasi:

$$x + a = x + a \Rightarrow x - x = a - a \Rightarrow 0 = 0.$$

Dobili smo identitet. To znači da je rješenje svaki broj x za koji je

$$x \geq -a \quad \text{ili} \quad x \in [-a, +\infty).$$

2. slučaj

Iznovice pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" strogo manji od nule:

$$x + a < 0 \Rightarrow x < -a.$$

Sada jednačba (1) izgleda ovako:

$$-x - a = x + a \Rightarrow -x - x = a + a \Rightarrow -2x = 2a \quad / : (-2) \Rightarrow x = -a.$$

Zbog uvjeta $x < -a$, rješenje je prazan skup, \emptyset .

Rješenje prve jednačbe unija je rješenja ova dva slučaja:

$$x \in [-a, +\infty) \cup \emptyset = [-a, +\infty).$$

• Jednačba $\sqrt{(x-a)^2} = a-x$ ekvivalentna je jednačbi

$$|x-a| = a-x. \quad (2)$$

1. slučaj

Najprije pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" veći ili jednak nuli:

$$x-a \geq 0 \Rightarrow x \geq a.$$

Tada jednačba (2) glasi:

$$x-a = a-x \Rightarrow x+x = a+a \Rightarrow 2x = 2a \quad / : 2 \Rightarrow x = a.$$

Rješenje je $x = a$ ili $x \in \{a\}$.

2. slučaj

Iznovice pretpostavimo da je izraz "pod apsolutnom vrijednošću" strogo manji od nule:

$$x-a < 0 \Rightarrow x < a.$$

Jednačba (2) dana je u obliku:

$$-x+a = a-x \Rightarrow -x+x = a-a \Rightarrow 0 = 0.$$

Dobili smo identitet. To znači da je rješenje svaki broj x za koji je

$$x < a \quad \text{ili} \quad x \in \langle -\infty, a \rangle.$$

Rješenje druge jednačbe unija je rješenja ova dva slučaja:

$$x \in \langle -\infty, a \rangle \cup \{a\} = \langle -\infty, a \rangle.$$

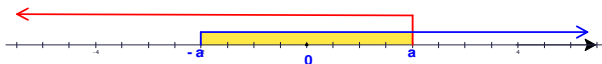
Rješenje sustava presjek je rješenja obje jednačbe:

$$x \in \langle -\infty, a \rangle \cap [-a, +\infty) = [-a, a].$$

Dakle, rješenje sustava je segment:

$$x \in [-a, a].$$

Grafički prikaz rješenja!



Vježba 006

Ako je $a > 0$, odredi skup rješenja jednačbe

$$\sqrt{(x+a)^2} = a.$$

Rezultat: $x \in \{-2a, 0\}$.

Zadatak 007 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednačbu:

$$-4 \leq \frac{2x-4}{3} < 8.$$

Rješenje 007

Zadana nejednadžba je sustav dvije nejednadžbe:

$$\begin{cases} -4 \leq \frac{2x-4}{3} \\ \frac{2x-4}{3} < 8. \end{cases}$$

Riješit ćemo zadanu nejednadžbu na sljedeći način:

- pomnožimo nejednadžbu brojem 3 (zajedničkim nazivnikom)

$$-4 \leq \frac{2x-4}{3} < 8 \quad / \cdot 3 \Rightarrow -12 \leq 2x-4 < 24.$$

- pribrojimo broj 4

$$-12 \leq 2x-4 < 24 \quad / +4 \Rightarrow -12+4 \leq 2x-4+4 < 24+4 \Rightarrow -8 \leq 2x < 28.$$

- podijelimo brojem 2

$$-8 \leq 2x < 28 \quad / :2 \Rightarrow -4 \leq x < 14.$$

Rezultat je:

$$x \in [-4, 14).$$

Vježba 007

Riješi nejednadžbu:

$$-2 \leq \frac{2x-6}{5} \leq 4.$$

Rezultat: $x \in [-2, 13].$

Zadatak 008 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu: $2 < \frac{2x+4}{5} < 8.$

Rješenje 008

Zadana nejednadžba je sustav dvije nejednadžbe:

$$\begin{cases} 2 < \frac{2x+4}{5} \\ \frac{2x+4}{5} < 8. \end{cases}$$

Riješit ćemo zadanu nejednadžbu na sljedeći način:

- pomnožimo nejednadžbu brojem 5 (zajedničkim nazivnikom)

$$2 < \frac{2x+4}{5} < 8 \quad / \cdot 5 \Rightarrow 10 < 2x+4 < 40.$$

- pribrojimo broj -4

$$10 < 2x+4 < 40 \quad / +(-4) \Rightarrow 10-4 < 2x+4-4 < 40-4 \Rightarrow 6 < 2x < 36.$$

- podijelimo brojem 2

$$6 < 2x < 36 \quad / :2 \Rightarrow 3 < x < 18.$$

Rezultat je:

$$x \in \langle 3, 18 \rangle.$$

Vježba 008

Riješi nejednadžbu: $-2 \leq \frac{2x-6}{5} < 2.$

Rezultat: $x \in [-2, 8).$

Zadatak 009 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu: $7 < \frac{5-3x}{2} \leq 10$.

Rješenje 009

Zadana nejednadžba je sustav dvije nejednadžbe:

$$\begin{cases} 7 < \frac{5-3x}{2} \\ \frac{5-3x}{2} \leq 10. \end{cases}$$

Riješit ćemo zadanu nejednadžbu na sljedeći način:

- pomnožimo nejednadžbu brojem 2 (zajedničkim nazivnikom)

$$7 < \frac{5-3x}{2} \leq 10 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 14 < 5-3x \leq 20.$$

- pribrojimo broj -5

$$14 < 5-3x \leq 20 \quad / + (-5) \Rightarrow 14-5 < 5-3x-5 \leq 20-5 \Rightarrow 9 < -3x \leq 15.$$

- podijelimo brojem -3

$$9 < -3x \leq 15 \quad / : (-3) \Rightarrow -3 > x \geq -5.$$

Rezultat je:

$$x \in [-5, -3).$$

Vježba 009

Riješi nejednadžbu: $-1 \leq \frac{3-x}{3} < 2$.

Rezultat: $x \in \langle -3, 6 \rangle$.

Zadatak 010 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu:

$$6x + 3 < 2 \cdot (3x + 5).$$

Rješenje 010

$$6x + 3 < 2 \cdot (3x + 5) \Rightarrow 6x + 3 < 6x + 10 \Rightarrow 6x - 6x < 10 - 3 \Rightarrow 0 < 7.$$

Nepoznanica x je poništena: $6x - 6x = 0$. Dobili smo nejednakost koja je istinita (točna): $0 < 7$. To znači da je rezultat zadane nejednadžbe cijeli skup realnih brojeva. Rješenje pišemo na jedan od ovih načina:

$$x \in \langle -\infty, +\infty \rangle \quad \text{ili} \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{ili} \quad -\infty < x < +\infty.$$

Vježba 010

Riješi nejednadžbu: $6x + 1 < 3 \cdot (2x + 3)$.

Rezultat: $x \in \langle -\infty, +\infty \rangle$ ili $x \in \mathbb{R}$ ili $-\infty < x < +\infty$.

Zadatak 011 (Ines, gimnazija)

Koliki je broj uređenih parova realnih brojeva (x, y) koji zadovoljavaju sustav jednačbi:

$$\begin{cases} x^{3x^2-3x-6} \\ x \cdot y = 4. \end{cases} = 1$$

Rješenje 011

Prva jednačba sustava je oblika $f(x)^{g(x)} = 1$, [$f(x) = x$, $g(x) = 3x^2 - 3x - 6$], gdje je x realan broj. U njezinom rješavanju razlikujemo tri slučaja:

- $g(x) = 0$, $f(x)$ je bilo koji realan broj različit od nule
- $f(x) = 1$, $g(x)$ je bilo koji realan broj

▪ $f(x) = -1$, $g(x)$ je paran cijeli broj.

Iz uvjeta ① slijedi:

$$3x^2 - 3x - 6 = 0 / : 3 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2.$$

Iz uvjeta ② jasno je da je $x_3 = 1$ također rješenje prve jednadžbe sustava.

Iz uvjeta ③ slijedi da je $x = -1$ rješenje sustava jer je $g(-1) = 3 \cdot (-1)^2 - 3 \cdot (-1) - 6 = 0$ pa je $(-1)^0 = 1$. To rješenje već smo dobili iz uvjeta ①.

Za $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$ iz druge jednadžbe dobijemo odgovarajuće y_1 , y_2 , i y_3 :

$$x \cdot y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{x} \Rightarrow y_1 = \frac{4}{x_1} = -4, y_2 = \frac{4}{x_2} = 2, y_3 = \frac{4}{x_3} = 4.$$

Rješenje sustava su uređeni parovi: $(-1, -4)$, $(2, 2)$ i $(1, 4)$. Dakle, zadani sustav ima tri rješenja.

Vježba 011

Koliki je broj uređenih parova realnih brojeva (x, y) koji zadovoljavaju sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} x^{-3x^2+9x-6} = 1 \\ x \cdot y = 4. \end{cases}$$

Rezultat: Tri rješenja: $(-1, -4)$, $(2, 2)$ i $(1, 4)$.

Zadatak 012 (Ines, gimnazija)

U 2 sata udaljenost krajeva velike (minutne) i male (satne) kazaljke na uri jednaka je 13 cm, a u 9 sati 17 cm. Kolika je duljina velike (minutne) kazaljke?

Rješenje 012

Položaj kazaljki u 2 sata.



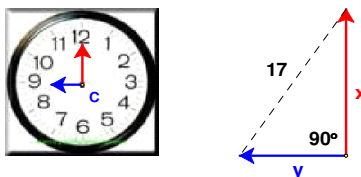
Budući da mala (satna) kazaljka za 12 sati jedanput obiđe brojčanik, znači da za 12 sati opiše puni kut, 360° . Tada će za 1 sat opisati kut 30° [$360^\circ : 12 = 30^\circ$]. Kut α iznosi:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{12} \cdot 2 = 60^\circ.$$

Uporabit ćemo kosinuskov poučak:

$$13^2 = x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow x^2 + y^2 - x \cdot y = 169.$$

Položaj kazaljki u 9 sati.



Uporabit ćemo Pitagorin poučak:

$$x^2 + y^2 = 17^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 289.$$

Treba riješiti sustav jednadžbi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 169 \\ x^2 + y^2 = 289 \end{cases} \Rightarrow [\text{od druge oduzmemo prvu}] \Rightarrow x^2 + y^2 - x^2 - y^2 + xy = 289 - 169 \Rightarrow xy = 120.$$

Podsjetimo se formula za kvadrat razlike i zbroja (kvadrat binoma):

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2, \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2.$$

U sustavu jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 - xy = 169 \\ x^2 + y^2 = 289 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{[nadopunimo lijeve strane jednadžbi na kvadrate binoma]} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 - xy - xy = 169 - xy \\ x^2 + y^2 + 2xy = 289 + 2xy \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - 2xy + y^2 = 169 - xy \\ x^2 + 2xy + y^2 = 289 + 2xy \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (x - y)^2 = 169 - 120 \\ (x + y)^2 = 289 + 2 \cdot 120 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} (x - y)^2 = 49 \quad / \sqrt{} \\ (x + y)^2 = 529 \quad / \sqrt{} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 7 \\ x + y = 23 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{[negativne rezultate odbacujemo]} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 15 \\ y = 8 \end{array} \right\}.$$

Duljina velike kazaljke je 15 cm.

Vježba 012

U 2 sata udaljenost krajeva velike (minutne) i male (satne) kazaljke na uri jednaka je 13 cm, a u 9 sati 17 cm. Kolika je duljina male (satne) kazaljke?

Rezultat: 8 cm.

Zadatak 013 (Ines, gimnazija)

Ako su $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ rješenja jednadžbe $x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$, koliko iznosi $a^2 + b^2$?

Rješenje 013

Rješenja $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ uvrstimo u zadanu jednadžbu i riješimo sustav s nepoznicama a i b :

$$\left. \begin{array}{l} 2^3 + a \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + b = 0 \\ (-1)^3 + a \cdot (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 8 + 4a - 10 + b = 0 \\ -1 + a + 5 + b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4a + b = 2 \\ a + b = -4 \quad / \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4a + b = 2 \\ -a - b = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -4 - a = -4 - 2 = -6.$$

Sada $a^2 + b^2$ iznosi: $a^2 + b^2 = 2^2 + (-6)^2 = 4 + 36 = 40$.

Vježba 013

Ako su $x_1 = 2$, $x_2 = -1$ rješenja jednadžbe $x^3 + ax^2 - 5x + b = 0$, koliko iznosi $a + b^2$?

Rezultat: 38.

Zadatak 014 (Anastazija, gimnazija)

Ako rješenje sustava $ax - 2y = 3$, $3x + ay = 4$ leži na pravcu $y = x$, koliko iznosi koeficijent a ?

Rješenje 014

1. inačica

Riješimo sustav jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} ax - 2y = 3 \quad / \cdot a, a \neq 0 \\ 3x + ay = 4 \quad / \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a^2x - 2ay = 3a \\ 6x + 2ay = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow (a^2 + 6) \cdot x = 3a + 8 \Rightarrow x = \frac{3a + 8}{a^2 + 6}.$$

Nepoznanicu y izračunamo iz druge jednadžbe:

$$3x + ay = 4 \Rightarrow ay = 4 - 3x \quad / \cdot a \Rightarrow y = \frac{4}{a} - \frac{3}{a} \cdot x = \frac{4}{a} - \frac{3}{a} \cdot \frac{3a + 8}{a^2 + 6} = \frac{4}{a} - \frac{9a + 24}{a \cdot (a^2 + 6)} = \frac{4a^2 + 24 - 9a - 24}{a \cdot (a^2 + 6)} =$$

$$= \frac{4a^2 - 9a}{a \cdot (a^2 + 6)} = \frac{a \cdot (4a - 9)}{a \cdot (a^2 + 6)} = \frac{4a - 9}{a^2 + 6}.$$

Budući da rješenje leži na pravcu $y = x$, vrijedi:

$$\frac{4a-9}{a^2+6} = \frac{3a+8}{a^2+6} \Rightarrow 4a-9=3a+8 \Rightarrow a=17.$$

2. inačica

Budući da rješenje sustava mora ležati na pravcu $y = x$, proizlazi:

$$\left. \begin{array}{l} ax-2y=3 \\ 3x+ay=4 \end{array} \right\} \Rightarrow [y=x] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} ax-2x=3 \quad / \cdot (-1) \\ 3x+ax=4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -ax+2x=-3 \\ 3x+ax=4 \end{array} \right\} \Rightarrow 5x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{5}.$$

Sada vrijedi:

$$ax-2x=3 \Rightarrow ax=2x+3 \Rightarrow a \cdot \frac{1}{5} = 2 \cdot \frac{1}{5} + 3 \quad / \cdot 5 \Rightarrow a=2+15=17.$$

3. inačica

Budući da rješenje sustava mora ležati na pravcu $y = x$, proizlazi:

$$\left. \begin{array}{l} ax-2y=3 \\ 3x+ay=4 \end{array} \right\} \Rightarrow [y=x] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} ax-2x=3 \\ 3x+ax=4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \cdot (a-2)=3 \\ x \cdot (3+a)=4 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = \frac{3}{a-2} \\ x = \frac{4}{3+a} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{a-2} = \frac{4}{3+a} \Rightarrow 3 \cdot (3+a) = 4 \cdot (a-2) \Rightarrow 9+3 \cdot a = 4 \cdot a - 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot a - 4 \cdot a = -8 - 9 \Rightarrow -a = -17 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow a=17.$$

Vježba 014

Ako rješenje sustava $ax - 2y = 3$, $3x + ay = 4$ leži na pravcu $y = x$, koliko onda $2a$ iznosi?

Rezultat: 34.

Zadatak 015 (1A, hotelijerska škola)

Kad je pećnica uključena 5 minuta doseći će temperaturu 55°C . Kad je uključena 10 minuta temperatura će joj biti 87°C . Pretpostavimo da temperatura pećnice linearno ovisi o vremenu. Kolika je temperatura pećnice nakon pola sata?

Rješenje 015



Najprije odredimo linearnu funkciju koja opisuje kako temperatura pećnice ovisi o vremenu. Označimo vrijeme slovom t , a temperaturu koja linearno ovisi o vremenu s $f(t)$. Budući da temperatura linearno ovisi o vremenu, zapisat ćemo to kao polinom prvog stupnja po t :

$$f(t) = a \cdot t + b,$$

gdje su a i b realni brojevi (koeficijenti) koje treba odrediti. Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} f(5) = 55 \\ f(10) = 87 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5a + b = 55 \\ 10a + b = 87 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5a + b = 55 \quad / \cdot (-1) \\ 10a + b = 87 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -5a - b = -55 \\ 10a + b = 87 \end{array} \right\} \Rightarrow 5a = 32 \quad / : 5 \Rightarrow a = 6.4.$$

Lako izračunamo b :

$$\left. \begin{array}{l} 5a + b = 55 \\ a = 6.4 \end{array} \right\} \Rightarrow 5 \cdot 6.4 + b = 55 \Rightarrow 32 + b = 55 \Rightarrow b = 23.$$

Temperatura pećnice nakon pola sata bit će:

$$\left. \begin{array}{l} f(t) = 6.4 \cdot t + 23 \\ t = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow f(30) = 6.4 \cdot 30 + 23 = 215 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

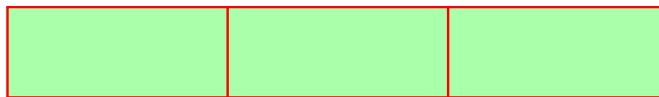
Vježba 015

Kad je pećnica uključena 5 minuta doseći će temperaturu 55°C. Kad je uključena 10 minuta temperatura će joj biti 87°C. Pretpostavimo da temperatura pećnice linearno ovisi o vremenu. kolika je temperatura pećnice nakon sat vremena?

Rezultat: 407 °C.

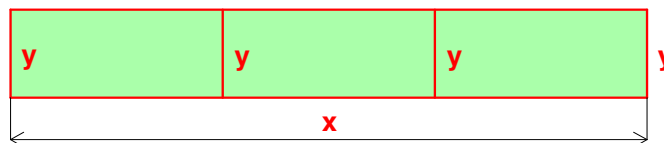
Zadatak 016 (2A, hotelijerska škola)

Tri su terena ograđena žicom kao na slici. Ukupna je površina terena 2000 m², a ukupna duljina žičane ograde 280 m. Odredi dimenzije terena.



Rješenje 016

Označimo slovom x duljinu terena, a slovom y širinu terena.



Iz uvjeta zadatka slijedi sustav jednačbi:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} x \cdot y &= 2000 \\ 2x + 4y &= 280 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} x \cdot y &= 2000 \\ 2x + 4y &= 280 \quad /:2 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} x \cdot y &= 2000 \\ x + 2y &= 140 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} x \cdot y &= 2000 \\ x &= 140 - 2y \end{aligned} \right\} &\Rightarrow (140 - 2y) \cdot y = 2000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 140y - 2y^2 - 2000 = 0 \Rightarrow -2y^2 + 140y - 2000 = 0 \quad /:(-2) \Rightarrow y^2 - 70y + 1000 = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{70 \pm \sqrt{4900 - 4000}}{2} = \frac{70 \pm \sqrt{900}}{2} = \frac{70 \pm 30}{2}.$$

Dobiju se dva rješenja:

$$y_1 = \frac{70+30}{2} = \frac{100}{2} = 50 \Rightarrow x_1 = 140 - 2 \cdot 50 = 40 \quad \text{i} \quad y_2 = \frac{70-30}{2} = \frac{40}{2} = 20 \Rightarrow x_2 = 140 - 2 \cdot 20 = 100.$$

Iz slike vidi se da odgovara:

$$x = 100 \text{ m}, \quad y = 20 \text{ m}.$$

Vježba 016

Tri su terena ograđena žicom kao na slici. Ukupna je površina terena 100 m², a ukupna duljina žičane ograde 108 m. Odredi dimenzije terena.



Rezultat: 50 m, 2 m.

Zadatak 017 (Sanela, ekonomska škola)

Ako neki broj podijelimo drugim, dobijemo količnik 2 i ostatak 2. Ako se njihov zbroj podijeli njihovom razlikom, dobije se količnik 2 i ostatak 8. Koji su to brojevi?

Rješenje 017

Označimo tražene brojeve slovom x i y. Rečenicu "Ako neki broj podijelimo drugim, dobijemo količnik 2 i ostatak 2..." zapisujemo ovako:

$$\left. \begin{aligned} x : y &= 2 \\ 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 2y + 2.$$

Rečenicu "... ako njihov zbroj podijelimo njihovom razlikom, dobije se količnik 2 i ostatak 8." zapisujemo na ovaj način:

$$\left. \begin{aligned} (x + y) : (x - y) &= 2 \\ 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = 2(x - y) + 8.$$

Dobili smo sustav jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} x = 2y + 2 \\ x + y = 2 \cdot (x - y) + 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 2y + 2 \\ x + y = 2x - 2y + 8 \end{array} \right\} \Rightarrow [\text{metoda supstitucije}] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2y + 2 + y = 2 \cdot (2y + 2) - 2y + 8 \Rightarrow 3y + 2 = 4y + 4 - 2y + 8 \Rightarrow 3y - 4y + 2y = 4 + 8 - 2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y = 10 \Rightarrow x = 2 \cdot 10 + 2 = 22.$$

Brojevi su: 22 i 10.

Vježba 017

Ako neki broj podijelimo drugim, dobijemo količnik 1 i ostatak 3. Ako se njihov zbroj podijeli njihovom razlikom, dobije se količnik 7 i ostatak 2. Koji su to brojevi?

Rezultat: 13 i 10.

Zadatak 018 (4A, hotelijerska škola)

Ako jednadžba $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$ ima rješenja 1 i 2, onda umnožak $a \cdot b$ iznosi

A. 3 B. 1 C. $-\frac{5}{2}$ D. $\frac{15}{4}$ E. $\frac{5}{4}$

Rješenje 018

Rješenja 1 i 2 uvrstimo u jednadžbu i dobijemo sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznane:

$$\left. \begin{array}{l} 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 3 = 0 \\ 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 3 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 + a + b + 3 = 0 \\ 8 + 4a + 2b + 3 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b = -4 \\ 4a + 2b = -11 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow [\text{metoda suprotnih koeficijenata}] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b = -4 \quad /: (-2) \\ 4a + 2b = -11 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2a - 2b = 8 \\ 4a + 2b = -11 \end{array} \right\} \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = -4 - a = -4 + \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}.$$

Rezultat je:

$$a \cdot b = -\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{15}{4}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 018

Ako jednadžba $x^3 + ax^2 + bx + 3 = 0$ ima rješenja 1 i 2, kolika je razlika $a - b$?

Rezultat: 1.

Zadatak 019 (Dijana, ekonomska škola)

Za koji a brojevi x, y zadovoljavaju sustav $\begin{cases} x + 7y = a \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ i uvjet $x > y - 2$?

Rješenje 019

Iz zadanog sustava odredimo x i y pomoću metode suprotnih koeficijenata:

$$\left. \begin{array}{l} x + 7y = a \\ 2x - y = 5 \quad /: 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 7y = a \\ 14x - 7y = 35 \end{array} \right\} \Rightarrow 15x = a + 35 \quad /: 15 \Rightarrow x = \frac{a + 35}{15},$$
$$\left. \begin{array}{l} x + 7y = a \quad /: (-2) \\ 2x - y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2x - 14y = -2a \\ 2x - y = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow -15y = -2a + 5 \quad /: (-15) \Rightarrow y = \frac{2a - 5}{15}.$$

Budući da je $x > y - 2$, slijedi:

$$\frac{a + 35}{15} > \frac{2a - 5}{15} - 2 \quad /: 15 \Rightarrow a + 35 > 2a - 5 - 30 \Rightarrow a - 2a > -5 - 30 - 35 \Rightarrow -a > -70 \quad /: (-1) \Rightarrow a < 70.$$

Rezultat je: $x \in \langle -\infty, 70 \rangle$.

Vježba 019

Za koji a brojevi x, y zadovoljavaju sustav $\begin{cases} x+7y=a \\ 2x-y=5 \end{cases}$ i uvjet $x > y$?

Rezultat: Rezultat je: $x \in \langle -\infty, 40 \rangle$.

Zadatak 020 (Dijana, ekonomska škola)

Iz sustava $\begin{cases} (x-2) \cdot (y-1) = (x-6) \cdot (y+3) \\ (x+4) \cdot (y-2) = y \cdot (x-4) \end{cases}$ nađite $x+y$.

Rješenje 020

$$\begin{aligned} & \begin{cases} (x-2) \cdot (y-1) = (x-6) \cdot (y+3) \\ (x+4) \cdot (y-2) = y \cdot (x-4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy - x - 2y + 2 = xy + 3x - 6y - 18 \\ xy - 2x + 4y - 8 = xy - 4y \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow & \begin{cases} -x - 2y - 3x + 6y = -18 - 2 \\ -2x + 4y + 4y = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x + 4y = -20 \quad /: (-4) \\ -2x + 8y = 8 \quad /: (-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 5 \quad /: (-1) \\ x - 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} -x + y = -5 \\ x - 4y = -4 \end{cases} \Rightarrow -3y = -9 \quad /: (-3) \Rightarrow y = 3. \end{aligned}$$

Tada je:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow x - 3 = 5 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow x + y = 8 + 3 = 11.$$

Vježba 020

Iz sustava $\begin{cases} (x-2) \cdot (y-1) = (x-6) \cdot (y+3) \\ (x+4) \cdot (y-2) = y \cdot (x-4) \end{cases}$ nađite $x-y$.

Rezultat: 5.