

Zadatak 001 (Sanja, osnovna škola)

Stranice trokuta, čiji je opseg 126 centimetara, odnose se kao 5 : 6 : 10. Kolike su stranice tog trokuta?

Rješenje 001

Opseg trokuta računa se po formuli $O = a + b + c$, gdje su a, b i c duljine stranica. Budući da je za stranice određen razmjer:

$$a : b : c = 5 : 6 : 10,$$

pišemo:

$$\begin{aligned} a &= 5x, \\ b &= 6x, \\ c &= 10x. \end{aligned}$$

Opseg trokuta je zadan:

$$a + b + c = 126.$$

Uvrstimo vrijednosti za a, b i c pa dobijemo:

$$5x + 6x + 10x = 126.$$

Riješimo linearnu jednadžbu:

$$5x + 6x + 10x = 126 \Rightarrow 21x = 126 \quad / : 21 \Rightarrow x = 6.$$

Stranice trokuta su:

$$\begin{aligned} a &= 5 \cdot 6 = 30, \\ b &= 6 \cdot 6 = 36, \\ c &= 10 \cdot 6 = 60. \end{aligned}$$

Vježba 001

Stranice trokuta, čiji je opseg 24 centimetara, odnose se kao 3 : 4 : 5. Kolike su stranice tog trokuta?.

Rezultat: $a = 6, b = 8, c = 10.$

Zadatak 002 (Andrija, osnovna škola)

Izračunaj kutove trokuta ako se oni odnose kao 1 : 2 : 3.

Rješenje 002

Budući da se kutovi trokuta odnose kao 1 : 2 : 3, to je $\alpha = 1 \cdot k, \beta = 2 \cdot k, \gamma = 3 \cdot k$. Zbroj kutova u svakom trokutu je 180° :

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Sada možemo pisati:

$$k + 2k + 3k = 180^\circ \Rightarrow 6k = 180^\circ \quad / : 6 \Rightarrow k = 30^\circ.$$

Nadalje, imamo da je:

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 \cdot k = 1 \cdot 30^\circ = 30^\circ, \\ \beta &= 2 \cdot k = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ, \\ \gamma &= 3 \cdot k = 3 \cdot 30^\circ = 90^\circ. \end{aligned}$$

Vježba 002

Izračunaj kutove trokuta ako se oni odnose kao 2 : 5 : 8.

Rezultat: $\alpha = 24^\circ, \beta = 60^\circ, \gamma = 96^\circ.$

Zadatak 003 (Jelena, osnovna škola)

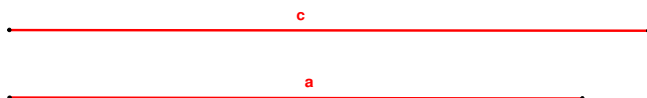
Konstruiraj pravokutan trokut s hipotenuzom duljine 3.9 cm i katetom a duljine 34 mm.

Rješenje 003

Konstrukciju objašnjavamo korak po korak:

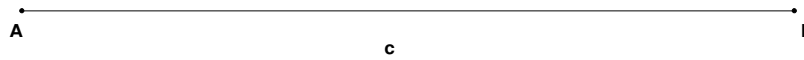
Pretvorimo sve jedinice u mm:

$$c = 3.9 \text{ cm} = [3.9 \cdot 10] = 39 \text{ mm}, \quad a = 34 \text{ mm}$$



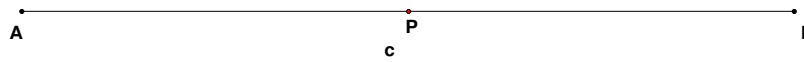
1.korak

Konstruiramo hipotenuzu $c = \overline{AB}$ duljine $|AB| = 39 \text{ mm}$.



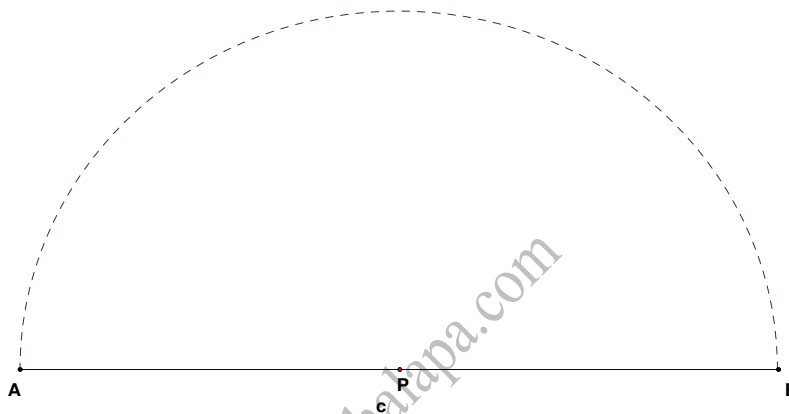
2.korak

Odredimo polovište P dužine \overline{AB} (hipotenuze c).



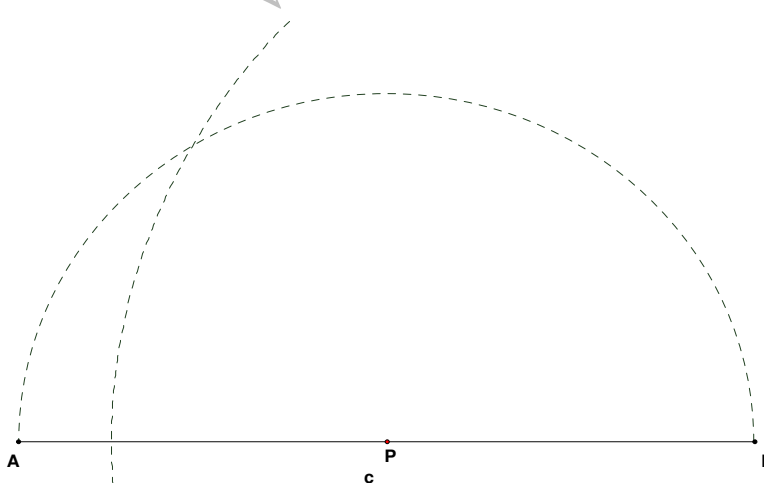
3.korak

Opišemo polukružnicu sa središtem u točki P i polumjerom $r = \frac{1}{2} \cdot c = \frac{1}{2} \cdot 39 \text{ mm} = 19.5 \text{ mm}$.



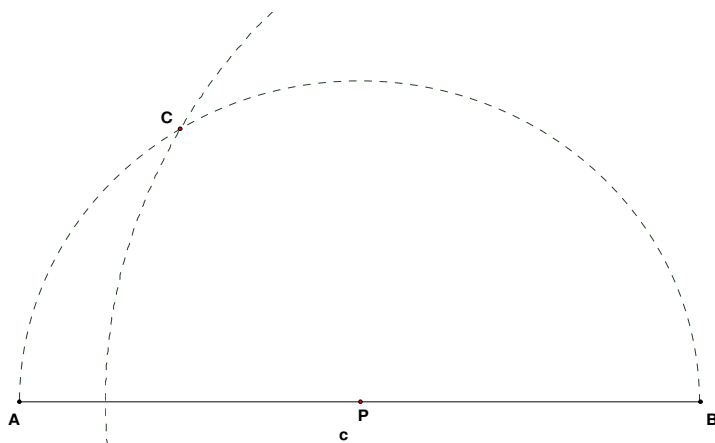
4.korak

Ponovno opišemo polukružnicu sa središtem u točki B i polumjerom $r = a = 34 \text{ mm}$.

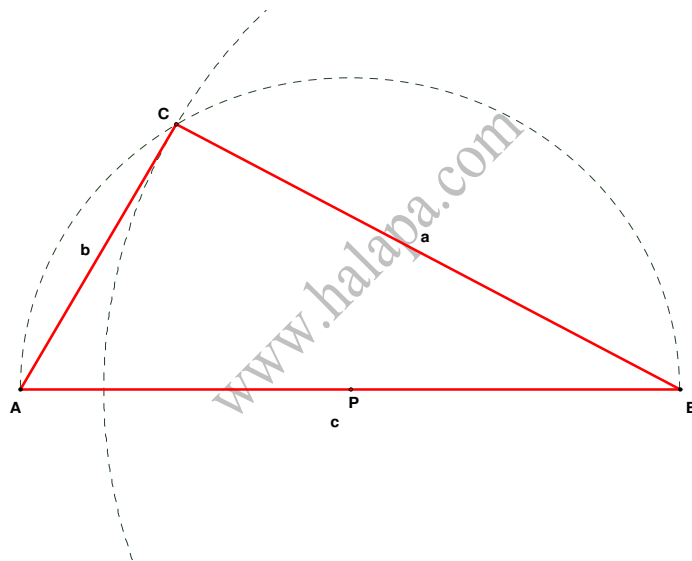


5.korak

Odredimo sjecište C polukružnica.



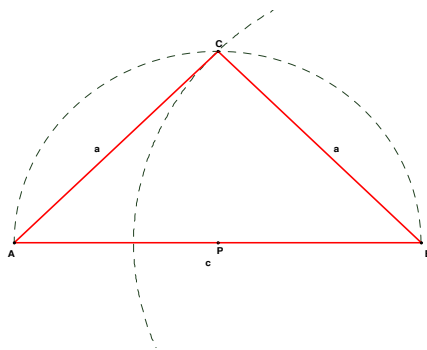
6.korak
Pravokutan trokut ABC je rješenje zadatka.



Vježba 003

Konstruiraj pravokutan trokut s hipotenuzom duljine 5 cm i katetom a duljine 3,54 cm.

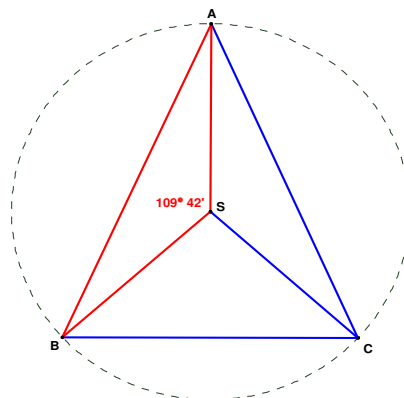
Rezultat:



Zadatak 004 (Jelena, osnovna škola)

U kružnicu je upisan jednakokrani trokut ABC s osnovicom \overline{BC} . Veličina središnjeg kuta nad krakom \overline{AB} je $109^\circ 42'$. Izračunajte veličine unutarnjih kutova toga trokuta.

Rješenje 004



Središnji kut nad tetivom \overline{AB} iznosi:

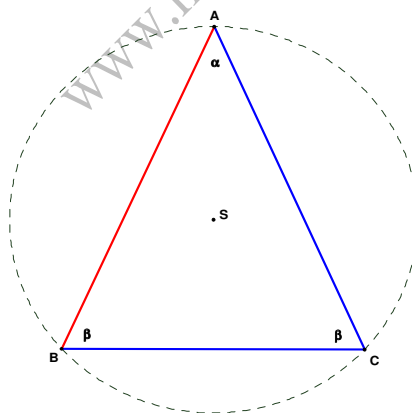
$$\sphericalangle BSA = 109^{\circ} 42'.$$

Tada za njegov pripadni obodni kut nad istom tetivom vrijedi:

$$\begin{aligned} \sphericalangle BCA &= \frac{1}{2} \cdot \sphericalangle BSA = \frac{1}{2} \cdot 109^{\circ} 42' = \left[109^{\circ} 42' = 108^{\circ} + 1^{\circ} + 42' = 108^{\circ} + 60' + 42' = 108^{\circ} 102' \right] = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 108^{\circ} 102' = 54^{\circ} 51'. \end{aligned}$$

Dakle, jednakokrčan trokut ABC ima kutove uz osnovicu:

$$\beta = 54^{\circ} 51'.$$



Tada je kut α jednak:

$$\begin{aligned} \alpha + 2 \cdot \beta &= 180^{\circ} \Rightarrow \alpha = 180^{\circ} - 2 \cdot \beta = 180^{\circ} - 2 \cdot 54^{\circ} 51' = 180^{\circ} - 108^{\circ} 102' = \\ &= 180^{\circ} - 109^{\circ} 42' = 179^{\circ} 60' - 109^{\circ} 42' = 70^{\circ} 18'. \end{aligned}$$

Vježba 004

U kružnicu je upisan jednakokrčan trokut ABC s osnovicom \overline{BC} . Veličina središnjeg kuta nad krakom \overline{AB} je 100° . Izračunajte veličine unutarnjih kutova toga trokuta.

Rezultat: $\alpha = 80^{\circ}$, $\beta = 50^{\circ}$.

Zadatak 005 (Berina, osnovna škola)

Ako se simetrale unutarnjih kutova α i β trokuta ABC sijeku pod kutom od 135° , tada je trokut pravokutan. Dokaži.

Rješenje 005

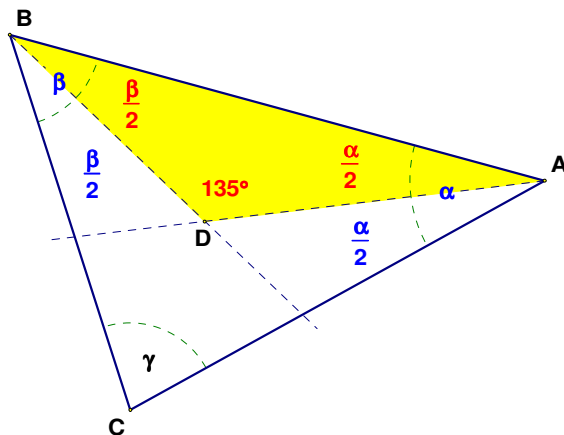
Ponovimo!

Zbroj svih kutova u trokutu je 180° .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ.$$

Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (90°).

Simetrala kuta dijeli kut na dva jednaka dijela. Simetrale kutova trokuta sijeku se u jednoj točki.



Uočimo, na slici, trokut ABD za koji vrijedi:

$$\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} + 135^\circ = 180^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 180^\circ - 135^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 45^\circ \quad | \cdot 2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ.$$

Budući da je zbroj kutova α i β jednak 90° , treći kut γ mora imati 90° kako bi zbroj sva tri kuta bio 180° . Dakle, trokut ABC je pravokutan.

Vježba 005

Ako se simetrale unutarnjih kutova β i γ trokuta ABC sijeku pod kutom od 135° , tada je trokut pravokutan. Dokaži.

Rezultat: Dokaz analogan.