Zadatak 041 (Josip, gimnazija)

Koliki je zbroj svih koeficijenata polinoma $f(x)=\left(x^2-2\cdot x+2\right)^{12}\cdot\left(x^2-5\cdot x+3\right)^{13}$?

Rješenje 041

Ponovimo!

Ako je zadan polinom n – tog stupnja

$$P_n(x)=a_n\cdot x^n+a_{n-1}\cdot x^n+a_{n-2}\cdot x^{n-2}+\ ...\ +a_2\cdot x^2+a_1\cdot x+a_0,$$

tada je

$$P_n(1)=a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+\ ...\ +a_2+a_1+a_0.$$

Budući da je zbroj svih koeficijenata polinoma P(x) jednak P(1), slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x=1 \\ f(x)=\left(x^2-2\cdot x+2\right)^{12}\cdot\left(x^2-5\cdot x+3\right)^{13}\end{array}\right\}\Rightarrow f(1)=\left(1^2-2\cdot1+2\right)^{12}\cdot\left(1^2-5\cdot1+3\right)^{13}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(1)=(1-2+2)^{12}\cdot(1-5+3)^{13}\Rightarrow f(1)=1^{12}\cdot(-1)^{13}\Rightarrow f(1)=1\cdot(-1)\Rightarrow f(1)=-1.$$

Vježba 041

Koliki je zbroj svih koeficijenata polinoma $f(x)=\left(x^2-2\cdot x+2\right)^{8}\cdot\left(x^2-5\cdot x+3\right)^{4}$?

Rezultat: 1.

Zadatak 042 (Neira, gimnazija)

Odredi realne brojeve m i n tako da polinom $p(x) = 2\cdot x^4 + 5\cdot x^3 - 17\cdot x^2 + m\cdot x + n$ bude djeljiv sa polinomom $f(x) = 2\cdot x^2 - x - 6$.

Rješenje 042

Ponovimo!

Poučak o nul-polinomu

Za polinom bilo kojeg stupnja vrijedi ova tvrdnja: Ako je za svaki realan broj x, $p(x) = 0$, onda su svi koeficijenti polinoma p(x) jednaki nuli.

Poučak o djeljivosti polinoma

Kada dijelimo polinom f(x) polinomom g(x) tražimo takav polinom q(x) da je

$$f(x) = g(x)\cdot q(x).$$

Ako takav polinom q(x) postoji, kažemo da je polinom f(x) djeljiv polinomom g(x). U općem slučaju bit će

$$f(x) = g(x)\cdot q(x) + r(x),$$

gdje je r(x) ostatak dijeljenja polinoma f(x) polinomom g(x). Ostatak r(x) je uvijek za bar jedan stupanj niži polinom od g(x).

Promatramo dijeljenje polinoma

$$\left(2\cdot x^4+5\cdot x^3-17\cdot x^2+m\cdot x+n\right):\left(2\cdot x^2-x-6\right).$$

Polinome koje dijelimo pišemo po padajućim potencijama. Dijelimo prvi član djeljenika, $2\cdot x^4$, prvim članom djelitelja, $2\cdot x^2$.

$$2x^4:2x^2=x^2.$$

Količnik x^2 zatim pomnožimo djeliteljem, $2\cdot x^2 - x - 6$, i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$\left(2\cdot x^4+5\cdot x^3-17\cdot x^2+m\cdot x+n\right):\left(2\cdot x^2-x-6\right)=x^2$$

$$2\cdot x^4 \quad -x^3 \quad -6\cdot x^2$$

Potpisanim članovima $2 \cdot x^4 - x^3 - 6 \cdot x^2$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika. Spuštamo sljedeći član djeljenika, $m \cdot x$.

$$\begin{array}{l}\left(\ 2\cdot x^4+5\cdot x^3-17\cdot x^2+m\cdot x+n\right):\left(2\cdot x^2-x-6\right)=x^2\\ -2\cdot x^4 \quad \mp x^3 \quad \mp 6\cdot x^2\\ \hline \qquad\quad +6\cdot x^3 \quad -11\cdot x^2+m\cdot x\end{array}$$

Ponovno prvi član djeljenika, $6 \cdot x^3 - 11 \cdot x^2 + m \cdot x$, dijelimo prvim članom djelitelja, $2 \cdot x^2$.

$$6x^3 : 2x^2 = 3\cdot x.$$

Količnik $3 \cdot x$ zatim pomnožimo djeliteljem, $2 \cdot x^2 - x - 6$, i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$\begin{array}{l}\left(\ 2\cdot x^4+5\cdot x^3-17\cdot x^2+m\cdot x+n\quad\right):\left(2\cdot x^2-x-6\right)=x^2+3\cdot x\\ -2\cdot x^4 \quad \mp x^3 \quad \mp 6\cdot x^2\\ \hline \qquad\quad +6\cdot x^3 \quad -11\cdot x^2+m\cdot x\end{array}$$

Potpisanim članovima $6 \cdot x^3 - 11 \cdot x^2 + m \cdot x$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika. Spuštamo sljedeći član djeljenika, n.

$$\begin{array}{l}\left(\ 2\cdot x^4+5\cdot x^3-17\cdot x^2+m\cdot x+n\quad\right):\left(2\cdot x^2-x-6\right)=x^2+3\cdot x\\ -2\cdot x^4 \quad \mp x^3 \quad \mp 6\cdot x^2\\ \hline \qquad\quad +6\cdot x^3 \quad -11\cdot x^2+m\cdot x\\ \qquad\quad \pm 6\cdot x^3 \quad \mp 3\cdot x^2 \mp 18\cdot x\\ \hline \qquad\qquad\quad -8\cdot x^2+\left(m+18\right)\cdot x+n\end{array}$$

Ponovno prvi član djeljenika, $-8 \cdot x^2 + (m + 18) \cdot x + n$, dijelimo prvim članom djelitelja, $2 \cdot x^2$.

$$-8x^2 : 2x^2 = -4.$$

Količnik -4 zatim pomnožimo djeliteljem, $2 \cdot x^2 - x - 6$, i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$\left(\;2\cdot x^4+5\cdot x^3-17\cdot x^2+m\cdot x+n\;\right):\left(2\cdot x^2-x-6\right)=x^2+3\cdot x-4$$

$$-2\cdot x^4 \quad \mp x^3 \quad \mp 6\cdot x^2$$

$$+6\cdot x^3 \; -11\cdot x^2+m\cdot x$$

$$\pm 6\cdot x^3 \; \mp 3\cdot x^2 \mp 18\cdot x$$

$$-8\cdot x^2+(m+18)\cdot x+n$$

$$-8\cdot x^2 \qquad +4\cdot x+24$$

Potpisanim članovima $-8\cdot x^2+4\cdot x+24$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika.

$$\left(\;2\cdot x^4+5\cdot x^3-17\cdot x^2+m\cdot x+n\;\right):\left(2\cdot x^2-x-6\right)=x^2+3\cdot x-4$$

$$-2\cdot x^4 \quad \mp x^3 \quad \mp 6\cdot x^2$$

$$+6\cdot x^3 \; -11\cdot x^2+m\cdot x$$

$$\pm 6\cdot x^3 \; \mp 3\cdot x^2 \mp 18\cdot x$$

$$-8\cdot x^2+(m+18)\cdot x+n$$

$$\mp 8\cdot x^2 \qquad \pm 4\cdot x \pm 24$$

$$(m+18-4)\cdot x+n-24=(m+14)\cdot x+n-24 \;\; \text{ostatak}$$

Ostatak je polinom prvog stupnja $r(x) = (m + 14)\cdot x + n - 24$.
Budući da su polinomi djeljivi, ostatak mora biti jednak nuli, tj. mora biti nul-polinom. Zbog teorema o nul-polinomu koeficijenti ostatka, polinoma $r(x) = (m + 14)\cdot x + n - 24$ jednaki su nuli:

$$\left.\begin{array}{l}(m+14)\cdot x+n-24=0\\ \text{za svaki } x\in R\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}m+14=0\\ n-24=0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}m=-14\\ n=24\end{array}\right\}.$$

Polinom $p(x) = 2\cdot x^4 + 5\cdot x^3 - 17\cdot x^2 + m\cdot x + n$ glasi:

$$p(x) = 2\cdot x^4 + 5\cdot x^3 - 17\cdot x^2 - 14\cdot x + 24.$$

Vježba 042

Odredi realne brojeve m i n tako da polinom $p(x) = 2\cdot x^4 + 5\cdot x^3 - 17\cdot x^2 + m\cdot x + 3\cdot n$ bude djeljiv sa polinomom $f(x) = 2\cdot x^2 - x - 6$.

Rezultat: $m = -14$, $n = 8$.

Zadatak 043 (Zvonko, maturant)

Odredi realne brojeve a i b tako da polinom $P(x) = x^3 + 2\cdot x^2 - a\cdot x + b$ pri dijeljenju s $Q_1(x) = x - 2$ daje ostatak 2, a pri dijeljenju s $Q_2(x) = x + 1$ ostatak 3.

Rješenje 043

Ponovimo!

Kada dijelimo polinom f(x) polinomom g(x) tražimo takav polinom q(x) da je

$$f(x) = g(x)\cdot q(x).$$

Ako takav polinom q(x) postoji, kažemo da je polinom f(x) djeljiv polinomom g(x). U općem slučaju bit će

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x),$$

gdje je r(x) ostatak dijeljenja polinoma f(x) polinomom g(x). Ostatak r(x) je uvijek za bar jedan stupanj niži polinom od g(x).

Pretpostavimo da pri dijeljenju polinoma P(x) polinomom $Q_1(x)$ dobijemo količnik $q_1(x)$ i ostatak 2. To ovako zapisujemo:

$$P(x) = q_1(x) \cdot Q_1(x) + 2 \Rightarrow x^3 + 2 \cdot x^2 - a \cdot x + b = q_1(x) \cdot (x-2) + 2.$$

Pretpostavimo da pri dijeljenju polinoma P(x) polinomom $Q_2(x)$ dobijemo količnik $q_2(x)$ i ostatak 3. To ovako zapisujemo:

$$P(x) = q_2(x) \cdot Q_2(x) + 3 \Rightarrow x^3 + 2 \cdot x^2 - a \cdot x + b = q_2(x) \cdot (x+1) + 3.$$

U jednadžbu

$$x^3 + 2 \cdot x^2 - a \cdot x + b = q_1(x) \cdot (x-2) + 2$$

uvrstimo x = 2 da se x – 2 poništi:

$$2^3 + 2 \cdot 2^2 - a \cdot 2 + b = q_1(2) \cdot (2-2) + 2 \Rightarrow 8 + 8 - 2 \cdot a + b = q_1(2) \cdot 0 + 2 \Rightarrow 16 - 2 \cdot a + b = 0 + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 16 - 2 \cdot a + b = 2 \Rightarrow -2 \cdot a + b = 2 - 16 \Rightarrow -2 \cdot a + b = -14.$$

U jednadžbu

$$x^3 + 2 \cdot x^2 - a \cdot x + b = q_2(x) \cdot (x+1) + 3$$

uvrstimo x = – 1 da se x + 1 poništi:

$$(-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 - a \cdot (-1) + b = q_2(-1) \cdot (-1+1) + 3 \Rightarrow -1 + 2 + a + b = q_2(-1) \cdot 0 + 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + a + b = 0 + 3 \Rightarrow 1 + a + b = 3 \Rightarrow a + b = 3 - 1 \Rightarrow a + b = 2.$$

Iz sustava jednadžbi dobiju se vrijednosti za a i b:

$$\left.\begin{array}{l} -2 \cdot a + b = -14 \\ a + b = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2 \cdot a + b = -14 \;/ \cdot (-1) \\ a + b = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2 \cdot a - b = 14 \\ a + b = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot a = 16 \;/ : 3 \Rightarrow a = \frac{16}{3} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = \frac{16}{3} \\ a + b = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{16}{3} + b = 2 \Rightarrow b = 2 - \frac{16}{3} \Rightarrow b = -\frac{10}{3}.$$

Vježba 043

Odredi realne brojeve a i b tako da polinom $P(x) = x^3 + 2 \cdot x^2 - a \cdot x + b$ pri dijeljenju s $Q_1(x) = x - 2$ daje ostatak 1, a pri dijeljenju s $Q_2(x) = x + 1$ ostatak 4.

Rezultat: a = 6 , b = – 3.

Zadatak 044 (Iva, gimnazija)

Polinom $f(x) = 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5$ razvij po potencijama od x – 2.

Rješenje 044

Ponovimo!

Poučak o jednakosti polinoma:

Dva polinoma jednaka su ako i samo ako su istog stupnja i ako su im koeficijenti uz iste potencije jednaki.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

Budući da je zadani polinom drugog stupnja, razvoj po potencijama od x – 2 glasi:

$$2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5 = A \cdot (x-2)^2 + B \cdot (x-2) + C.$$

Potrebno je odrediti koeficijente A, B i C:

$$2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5 = A \cdot (x-2)^2 + B \cdot (x-2) + C \Rightarrow 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5 = A \cdot \left(x^2 - 4 \cdot x + 4\right) + B \cdot (x-2) + C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5 = A \cdot x^2 - 4 \cdot A \cdot x + 4 \cdot A + B \cdot x - 2 \cdot B + C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5 = A \cdot x^2 + (-4 \cdot A + B) \cdot x + (4 \cdot A - 2 \cdot B + C).$$

Prema poučku o jednakosti polinoma dobije se sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} A = 2 \\ -4 \cdot A + B = -3 \\ 4 \cdot A - 2 \cdot B + C = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -4 \cdot 2 + B = -3 \\ 4 \cdot 2 - 2 \cdot B + C = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -8 + B = -3 \\ 8 - 2 \cdot B + C = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} B = -3 + 8 \\ 8 - 2 \cdot B + C = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} B = 5 \\ 8 - 2 \cdot B + C = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow 8 - 2 \cdot 5 + C = 5 \Rightarrow 8 - 10 + C = 5 \Rightarrow C = 5 - 8 + 10 \Rightarrow C = 7.$$

Rezultat glasi:

$$2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5 = 2 \cdot (x-2)^2 + 5 \cdot (x-2) + 7.$$

Vježba 044

Polinom $f(x) = 3 \cdot x^2 + 8 \cdot x$ razvij po potencijama od $x + 1$.

Rezultat: $3 \cdot x^2 + 8 \cdot x = 3 \cdot (x+1)^2 + 2 \cdot (x+1) - 5.$

Zadatak 045 (Dragan, srednja škola)

Ako je polinom $p(x) = x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2$ djeljiv polinomom $q(x) = x^2 - 1$, izračunaj $a^2 - b^2$.

Rješenje 045

Ponovimo!

Poučak o jednakosti polinoma:

Dva polinoma jednaka su ako i samo ako su istog stupnja i ako su im koeficijenti uz iste potencije jednaki.

Kada dijelimo polinom f(x) polinomom g(x) tražimo takav polinom q(x) da je

$$f(x) = g(x) \cdot q(x).$$

Ako takav polinom q(x) postoji, kažemo da je polinom f(x) djeljiv polinomom g(x). U općem slučaju bit će

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x),$$

gdje je r(x) ostatak dijeljenja polinoma f(x) polinomom g(x). Ostatak r(x) je uvijek za bar jedan stupanj niži polinom od g(x).

1.inačica

Pri dijeljenju polinoma $p(x) = x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2$ polinomom $q(x) = x^2 - 1$ dobijemo količnik, polinom prvog stupnja $x + c$ pa vrijedi:

$$x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2 = \left(x^2 - 1\right) \cdot (x + c) \Rightarrow x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2 = x^3 + c \cdot x^2 - x - c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2 = x^3 + c \cdot x^2 - x - c \Rightarrow a \cdot x^2 + b \cdot x + 2 = c \cdot x^2 - x - c \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{jednakost} \\ \text{polinoma} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = c \\ b = -1 \\ 2 = -c \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = c \\ b = -1 \\ c = -2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a = -2 \\ b = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow a^2 - b^2 = (-2)^2 - (-1)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 4 - 1 \Rightarrow a^2 - b^2 = 3.$$

2.inačica

Pri dijeljenju polinoma p(x) = $x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2$ polinomom q(x) = $x^2 - 1$ dobijemo količnik, polinom prvog stupnja x + c pa vrijedi:

$$x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2 = \left(x^2 - 1\right) \cdot (x + c).$$

Računamo za koje vrijednosti od x se polinom q(x) = $x^2 - 1$ poništi, tj. koje su njegove nultočke:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \ /\sqrt{\ } \Rightarrow \left.\begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{matrix}\right\}.$$

Sada je:

- za x = 1

$$x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2 = \left(x^2 - 1\right) \cdot (x + c) \Rightarrow 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 2 = \left(1^2 - 1\right) \cdot (1 + c) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + a + b + 2 = (1 - 1) \cdot (1 + c) \Rightarrow 1 + a + b + 2 = 0 \cdot (1 + c) \Rightarrow 1 + a + b + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a + b = -1 - 2 \Rightarrow a + b = -3.$$

- za x = – 1

$$x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2 = \left(x^2 - 1\right) \cdot (x + c) \Rightarrow (-1)^3 + a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + 2 = \left((-1)^2 - 1\right) \cdot (-1 + c) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 + a - b + 2 = (1 - 1) \cdot (-1 + c) \Rightarrow -1 + a - b + 2 = 0 \cdot (1 + c) \Rightarrow -1 + a - b + 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 + a - b + 2 = 1 - 2 \Rightarrow a - b = -1.$$

Riješimo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{matrix} a + b = -3 \\ a - b = -1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{matrix}\right] \Rightarrow 2 \cdot a = -4 \ /: 2 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \left.\begin{matrix} a = -2 \\ a + b = -3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 + b = -3 \Rightarrow b = -3 + 2 \Rightarrow b = -1.$$

Zato je

$$\left.\begin{matrix} a = -2 \\ b = -1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^2 - b^2 = (-2)^2 - (-1)^2 \Rightarrow a^2 - b^2 = 4 - 1 \Rightarrow a^2 - b^2 = 3.$$

Vježba 045

Ako je polinom p(x) = $x^3 + a \cdot x^2 + b \cdot x + 2$ djeljiv polinomom q(x) = $x^2 - 1$, izračunaj $a^2 + b^2$.

Rezultat: 5.

Zadatak 046 (Dino, maturant)

Neka su x i y realni brojevi. Koju najmanju vrijednost može imati izraz $z = x^2 + y^2 - 6 \cdot x + 4 \cdot y + 24$?

Rješenje 046

Ponovimo!

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a + b)^2 \quad , \quad a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a - b)^2 \quad , \quad x^2 \geq 0 \text{ za svaki } x.$$

$$(x - y)^2 = 0 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow x = y \quad , \quad (x + y)^2 = 0 \Rightarrow x + y = 0 \Rightarrow x = -y.$$

$$z = x^2 + y^2 - 6 \cdot x + 4 \cdot y + 24 \Rightarrow z = x^2 - 6 \cdot x + y^2 + 4 \cdot y + 24.$$

Najprije nadopunimo izraze $x^2 - 6 \cdot x$ i $y^2 + 4 \cdot y$ na pune kvadrate.

- Nadopunjavamo izraz $x^2 - 6 \cdot x$ na puni kvadrat.

1.inačica

Rabimo formulu

$$a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2.$$

Sada je

$$x^2-6\cdot x=x^2-2\cdot 3\cdot x=\left[\begin{array}{l}\text{izraz ne smije mijenjati vrijednost}\\ \text{pa ga nadopunimo sa } +3^2-3^2\end{array}\right]=x^2-2\cdot 3\cdot x+3^2-3^2=$$

$$=\left(x^2-2\cdot 3\cdot x+3^2\right)-3^2=(x-3)^2-3^2=(x-3)^2-9.$$

2.inačica

Rabimo formulu

$$a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2.$$

Sada je

$$\left.\begin{array}{l}x^2-6\cdot x\\ a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x^2-6\cdot x\\ a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a=x\\ 2\cdot a\cdot b=6\cdot x\end{array}\right\}\Rightarrow 2\cdot x\cdot b=6\cdot x\ /\cdot\frac{1}{2\cdot x}\Rightarrow b=3.$$

Budući da izraz $x^2-6\cdot x$ ne smije mijenjati vrijednost, nadopunimo ga sa $+3^2-3^2$ pa dalje slijedi:

$$\left.\begin{array}{l}x^2-6\cdot x\\ a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x^2-6\cdot x+3^2-3^2\\ a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\left(x^2-6\cdot x+3^2\right)-3^2\\ a^2-2\cdot a\cdot b+b^2=(a-b)^2\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(x^2-2\cdot 3\cdot x+3^2\right)-3^2\Rightarrow(x-3)^2-3^2\Rightarrow(x-3)^2-9.$$

- Nadopunjavamo izraz $y^2+4\cdot y$ na puni kvadrat.

1.inačica

Rabimo formulu

$$a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2.$$

Sada je

$$y^2+4\cdot y=y^2+2\cdot 2\cdot y=\left[\begin{array}{l}\text{izraz ne smije mijenjati vrijednost}\\ \text{pa ga nadopunimo sa } +2^2-2^2\end{array}\right]=y^2+2\cdot 2\cdot y+2^2-2^2=$$

$$=\left(y^2+2\cdot 2\cdot y+2^2\right)-2^2=(y+2)^2-2^2=(y+2)^2-4.$$

2.inačica

Rabimo formulu

$$a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2.$$

Sada je

$$\left.\begin{array}{l}y^2+4\cdot y\\ a^2+2\cdot a\cdot b+b^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}y^2+4\cdot y\\ a^2+2\cdot a\cdot b+b^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a=y\\ 2\cdot a\cdot b=4\cdot y\end{array}\right\}\Rightarrow 2\cdot y\cdot b=4\cdot y\ /\cdot\frac{1}{2\cdot y}\Rightarrow b=2.$$

Budući da izraz $y^2+4\cdot y$ ne smije mijenjati vrijednost, nadopunimo ga sa $+2^2-2^2$ pa dalje slijedi:

$$\left.\begin{array}{l}y^2+4\cdot y\\ a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}y^2+4\cdot y+2^2-2^2\\ a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\left(y^2+4\cdot y+2^2\right)-2^2\\ a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(y^2+2\cdot 2\cdot y+2^2\right)-2^2\Rightarrow(y+2)^2-2^2\Rightarrow(y+2)^2-4.$$

Nakon sređivanja izraz glasi:

$$z = x^2 + y^2 - 6 \cdot x + 4 \cdot y + 24 \Rightarrow z = x^2 - 6 \cdot x + y^2 + 4 \cdot y + 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z = (x-3)^2 - 9 + (y+2)^2 - 4 + 24 \Rightarrow z = (x-3)^2 + (y+2)^2 + 11.$$

Najmanju vrijednost izraz poprima ako su izrazi u zagradama jednaki nuli:

$$\left.\begin{array}{l} x-3=0 \\ y+2=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=3 \\ y=-2 \end{array}\right\}.$$

Tada je njegova vrijednost jednaka:

$$z = (3-3)^2 + (-2+2)^2 + 11 \Rightarrow z = 0 + 9 + 11 \Rightarrow z = 11.$$

Vježba 046

Neka su x i y realni brojevi. Koju najmanju vrijednost može imati izraz $z = x^2 + y^2 - 4 \cdot x - 6 \cdot y + 23$?

Rezultat: 10.

Zadatak 047 (Nicky, maturantica)

Zadan je polinom $f(x) = (5 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 1)^{2009}$. Napišemo li taj polinom u kanonskom obliku, tj. $f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + ... + a_1 \cdot x + a_0$ tada će zbroj svih koeficijenata tog polinoma biti jednak:

$A.\ 5^{4018} - 7^{2009} + 1 \qquad B.\ 5^{2009} + 7^{2009} \qquad C.\ 1 \qquad D.\ -1$

Rješenje 047

Ponovimo!

$$(-1)^{2 \cdot n - 1} = -1.$$

Zbroj svih koeficijenata polinoma u kanonskom obliku

$$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ ...\ + a_1 \cdot x + a_0$$

glasi:

$$s = a_n + a_{n-1} + \ ...\ + a_1 + a_0.$$

Uočimo da za polinom

$$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \ ...\ + a_1 \cdot x + a_0$$

vrijedi

$$f(1) = a_n \cdot 1^n + a_{n-1} \cdot 1^{n-1} + \ ...\ + a_1 \cdot 1 + a_0 \Rightarrow f(1) = a_n + a_{n-1} + \ ...\ + a_1 + a_0.$$

Zato je

$$s = f(1).$$

Dakle, zbroj svih koeficijenata polinoma dobijemo ako za argument uzmemo 1, tj. x = 1.
Zbroj koeficijenata zadanog polinoma jednak je:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = \left(5 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 1\right)^{2009} \\ s = f(1) \end{array}\right\} \Rightarrow s = \left(5 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 1\right)^{2009} \Rightarrow s = (5 - 7 + 1)^{2009} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = (-1)^{2009} \Rightarrow s = -1.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 047

Zadan je polinom $f(x) = (6 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 1)^{2009}$. Napišemo li taj polinom u kanonskom obliku, tj. $f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + ... + a_1 \cdot x + a_0$ tada će zbroj svih koeficijenata tog polinoma biti jednak:

$$A.\ 0 \qquad B.\ 2 \qquad C.\ 1 \qquad D.\ -1$$

Rezultat: A.

Zadatak 048 (Maturanti, HTT)

Koliki je zbroj nultočaka polinoma $f(x) = (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-1-2 \cdot i) \cdot (x-1+2 \cdot i)$?

Rješenje 048

Ponovimo!

Funkcija oblika

$$f_n(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \ ... \ + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

zove se polinom n – tog stupnja.

Broj x_0 je nultočka polinoma $f_n(x)$ ako je $f_n(x_0) = 0.$ Općenito vrijedi da polinom n – tog stupnja ima n nultočaka (one mogu biti realni ili kompleksni brojevi). Polinom

$$f_n(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \ ... \ + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

možemo faktorizirati:

$$f_n(x) = a_n \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) \cdot \ ... \ \cdot (x - x_n),$$

gdje su $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$ nultočke polinoma.

Uočimo da je zadani polinom četvrtog stupnja pa ima četiri nultočke.

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-1-2 \cdot i) \cdot (x-1+2 \cdot i) \\ f_4(x) = (x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3) \cdot (x-x_4) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} f(x) = (x-(-1)) \cdot (x-2) \cdot (x-(1+2 \cdot i)) \cdot (x-(1-2 \cdot i)) \\ f_4(x) = (x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3) \cdot (x-x_4) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} f(x) = (x-(-1)) \cdot (x-2) \cdot (x-(1+2 \cdot i)) \cdot (x-(1-2 \cdot i)) \\ f_4(x) = (x-x_1) \cdot (x-x_2) \cdot (x-x_3) \cdot (x-x_4) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = 1 + 2 \cdot i \\ x_4 = 1 - 2 \cdot i \end{array}\right\}.$$

Zbroj nultočaka iznosi:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 + 2 + 1 + 2 \cdot i + 1 - 2 \cdot i = -1 + 2 + 1 + 2 \cdot i + 1 - 2 \cdot i = 3.$$

Vježba 048

Koliki je zbroj nultočaka polinoma $f(x) = (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-1-5 \cdot i) \cdot (x-1+5 \cdot i)$?

Rezultat: 3.

Zadatak 049 (Marina, gimnazija)

Skrati razlomak dijeljenjem polinoma u brojniku i nazivniku: $\dfrac{x^2 - x + 1}{x^5 + x - 1}.$

Rješenje 049

Ponovimo!

Funkcija oblika

$$f_n(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \; ... \; + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

zove se polinom n – tog stupnja. Eksponent n naziva se stupanj polinoma. Koeficijenti polinoma su realni brojevi a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ... , a_2, a_1, a_0. Koeficijent $a_n \neq 0$ naziva se vodeći koeficijent.

Kada dijelimo polinom f(x) polinomom g(x) tražimo takav polinom q(x) da je

$$f(x) = g(x) \cdot q(x).$$

Ako takav polinom q(x) postoji, kažemo da je polinom f(x) djeljiv polinomom g(x). U općem slučaju bit će

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x),$$

gdje je r(x) ostatak dijeljenja polinoma f(x) polinomom g(x). Ostatak r(x) je uvijek za bar jedan stupanj niži polinom od g(x).

Polinom u nazivniku možemo podijeliti polinomom u brojniku jer je većeg stupnja.

Budući da u polinomu

$$x^5 + x - 1$$

nedostaju članovi uz potencije x^4, x^3 i x^2, njihovi koeficijenti jednaki su nuli. U polinomu ćemo ostaviti prostor na odgovarajućem mjestu radi lakšeg potpisivanja. Podijelit ćemo polinome. Da bismo našli količnik, odredit ćemo najprije njegov prvi član. Njega dobijemo kao količnik prvih članova ovih dvaju polinoma.

$$x^5 : x^2 = x^3.$$

Prvi član količnika bit će x^3. S tim članom pomnoži se djelitelj i rezultat oduzme od djeljenika. Rezultat zapisujemo u obliku tablice.

Promatramo dijeljenje polinoma

$$(x^5 \qquad\qquad + x - 1) : (x^2 - x + 1).$$

Polinome koje dijelimo pišemo po padajućim potencijama. Dijelimo prvi član djeljenika, x^5, prvim članom djelitelja, x^2.

$$x^5 : x^2 = x^3.$$

Količnik x^3 zatim pomnožimo djeliteljem, $x^2 - x + 1$ i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$\begin{array}{l} \left(x^5 \qquad\qquad + x - 1\right) : \left(x^2 - x + 1\right) = x^3 \\ \underline{+x^5 - x^4 + x^3} \end{array}$$

Potpisanim članovima $+x^5 - x^4 + x^3$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika. Spuštamo sljedeći član djeljenika, x.

$$\begin{array}{l} \left(x^5 \qquad\qquad + x - 1\right) : \left(x^2 - x + 1\right) = x^3 \\ \underline{\pm x^5 \mp x^4 \pm x^3} \\ \qquad x^4 - x^3 \quad + x \end{array}$$

Ponovno prvi član djeljenika, $x^4 - x^3 + x$ dijelimo prvim članom djelitelja, $x^2 - x + 1$.

$$x^4 : x^2 = x^2.$$

Količnik x^2 zatim pomnožimo djeliteljem, $x^2 - x + 1$, i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
(x^5 & & & & +x & -1):(x^2-x+1) & =x^3+x^2 \\
\underline{\pm x^5} & \underline{\mp x^4} & \underline{\pm x^3} & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & & +x & & \\
 & \underline{x^4} & \underline{-x^3} & \underline{+x^2} & & &
\end{array}
$$

Potpisanim članovima $x^4 - x^3 + x^2$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika. Spuštamo sljedeći član djeljenika, – 1.

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
(x^5 & & & & +x & -1):(x^2-x+1) & =x^3+x^2 \\
\underline{\pm x^5} & \underline{\mp x^4} & \underline{\pm x^3} & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & & +x & & \\
 & \underline{\pm x^4} & \underline{\mp x^3} & \underline{\pm x^2} & & & \\
 & & & -x^2 & +x & -1 &
\end{array}
$$

Ponovno prvi član djeljenika, $-x^2 + x - 1$ dijelimo prvim članom djelitelja, $x^2 - x + 1$.

$$-x^2 : x^2 = -1.$$

Količnik – 1 zatim pomnožimo djeliteljem, $x^2 - x + 1$, i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
(x^5 & & & & +x & -1):(x^2-x+1) & =x^3+x^2-1 \\
\underline{\pm x^5} & \underline{\mp x^4} & \underline{\pm x^3} & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & & +x & & \\
 & \underline{\pm x^4} & \underline{\mp x^3} & \underline{\pm x^2} & & & \\
 & & & -x^2 & +x & -1 & \\
 & & & \underline{-x^2} & \underline{+x} & \underline{-1} &
\end{array}
$$

Potpisanim članovima $-x^2 + x - 1$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika.

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
(x^5 & & & & +x & -1):(x^2-x+1) & =x^3+x^2-1 \\
\underline{\pm x^5} & \underline{\mp x^4} & \underline{\pm x^3} & & & & \\
 & x^4 & -x^3 & & +x & & \\
 & \underline{\pm x^4} & \underline{\mp x^3} & \underline{\pm x^2} & & & \\
 & & & -x^2 & +x & -1 & \\
 & & & \underline{\mp x^2} & \underline{\pm x} & \underline{\mp 1} & \\
 & & & & 0 & &
\end{array}
$$

Ostatak dijeljenja je nula. Dakle, polinom $x^5 + x - 1$ djeljiv je polinomom $x^2 - x + 1$ pa možemo zapisati:

$$x^5 + x - 1 = \left(x^2 - x + 1\right) \cdot \left(x^3 + x^2 - 1\right).$$

Sada kratimo razlomak:

$$\frac{x^2 - x + 1}{x^5 + x - 1} = \frac{x^2 - x + 1}{\left(x^2 - x + 1\right) \cdot \left(x^3 + x^2 - 1\right)} = \frac{x^2 - x + 1}{\left(x^2 - x + 1\right) \cdot \left(x^3 + x^2 - 1\right)} = \frac{1}{x^3 + x^2 - 1}.$$

Vježba 049

Skrati razlomak dijeljenjem polinoma u brojniku i nazivniku: $\frac{x^4 - x^3 + x^2 + 2}{x^2 - 2 \cdot x + 2}$.

Rezultat: $x^2 + x + 1.$

Zadatak 050 (Boris, gimnazija)

Odredite realne brojeve a i b tako da polinom f bude djeljiv polinomom g, ako je

$f(x) = x^3 + 2 \cdot x^2 + a \cdot x + b \;,\; g(x) = x^2 + x + a \cdot b.$

Rješenje 050

Ponovimo!

Funkcija oblika

$$f_n(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \ \ldots \ + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

zove se polinom n – tog stupnja. Eksponent n naziva se stupanj polinoma. Koeficijenti polinoma su realni brojevi a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, ... , a_2, a_1, a_0. Koeficijent $a_n \neq 0$ naziva se vodeći koeficijent.

Kada dijelimo polinom f(x) polinomom g(x) tražimo takav polinom q(x) da je

$$f(x) = g(x) \cdot q(x).$$

Ako takav polinom q(x) postoji, kažemo da je polinom f(x) djeljiv polinomom g(x). U općem slučaju bit će

$$f(x) = g(x) \cdot q(x) + r(x),$$

gdje je r(x) ostatak dijeljenja polinoma f(x) polinomom g(x). Ostatak r(x) je uvijek za bar jedan stupanj niži polinom od g(x).

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \ \Leftrightarrow \ a = 0 \ \text{ ili } \ b = 0 \ \text{ ili } \ a = b = 0.$$

Podijelit ćemo polinome. Da bismo našli količnik, odredit ćemo najprije njegov prvi član. Njega dobijemo kao količnik prvih članova ovih dvaju polinoma.

$$x^3 : x^2 = x.$$

Prvi član količnika bit će x. S tim članom pomnoži se djelitelj i rezultat oduzme od djeljenika. Rezultat zapisujemo u obliku tablice.

Promatramo dijeljenje polinoma

$$\left(x^3 + 2 \cdot x^2 + a \cdot x + b\right) : \left(x^2 + x + a \cdot b\right).$$

Polinome koje dijelimo pišemo po padajućim potencijama. Dijelimo prvi član djeljenika, x^3, prvim članom djelitelja, x^2.

$$x^3 : x^2 = x.$$

Količnik x zatim pomnožimo djeliteljem, $x^2 + x + a \cdot b$ i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$\begin{array}{l} \left(x^3 + 2 \cdot x^2 + a \cdot x + b\right) : \left(x^2 + x + a \cdot b\right) = x \\ \underline{x^3 + x^2 + a \cdot b \cdot x} \end{array}$$

Potpisanim članovima $x^3 + x + a \cdot b \cdot x$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika. Spuštamo sljedeći član djeljenika, b.

$$\begin{array}{l}
\left(x^3 + 2 \cdot x^2 + a \cdot x + b\right) : \left(x^2 + x + a \cdot b\right) = x + 1 \\
\underline{\pm x^3 \pm x^2 \pm a \cdot b \cdot x} \\
\qquad x^2 + \left(a - a \cdot b\right) \cdot x + b
\end{array}$$

Ponovno prvi član djeljenika, $x^2 + (a - a \cdot b) \cdot x + b$ dijelimo prvim članom djelitelja, $x^2 + x + a \cdot b$.

$$x^2 : x^2 = 1.$$

Količnik 1 zatim pomnožimo djeliteljem, $x^2 + x + a \cdot b$, i umnožak potpisujemo pod odgovarajuće potencije djeljenika.

$$\begin{array}{l}
\left(x^3 + 2 \cdot x^2 + a \cdot x + b\right) : \left(x^2 + x + a \cdot b\right) = x + 1 \\
\underline{\pm x^3 \pm x^2 \pm a \cdot b \cdot x} \\
\qquad x^2 + \left(a - a \cdot b\right) \cdot x + b \\
\qquad \underline{x^2 + x \qquad\qquad + a \cdot b}
\end{array}$$

Potpisanim članovima $x^2 + x + a \cdot b$ promijenimo predznake i zbrojimo s odgovarajućim članovima djeljenika.

$$\begin{array}{l}
\left(x^3 + 2 \cdot x^2 + a \cdot x + b\right) : \left(x^2 + x + a \cdot b\right) = x + 1 \\
\underline{\pm x^3 \pm x^2 \pm a \cdot b \cdot x} \\
\qquad x^2 + \left(a - a \cdot b\right) \cdot x + b \\
\qquad \underline{-x^2 \pm x \qquad\qquad \pm a \cdot b} \\
\qquad\quad \left(a - a \cdot b - 1\right) \cdot x + b - a \cdot b
\end{array}$$

Ostatak dijeljenja je polinom prvog stupnja $(a - a \cdot b - 1) \cdot x + b - a \cdot b$. Da bi ostatak bio jednak nuli za svaki x, mora biti ispunjeno:

$$\left.\begin{array}{l} a - a \cdot b - 1 = 0 \\ b - a \cdot b = 0 \end{array}\right\}.$$

Rješavamo sustav jednadžbi.

$$\left.\begin{array}{l} a - a \cdot b - 1 = 0 \\ b - a \cdot b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ b - a \cdot b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ b \cdot \left(1 - a\right) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ b = 0 \\ 1 - a = 0 \end{array}\right\}.$$

1.slučaj

$$\left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow a - a \cdot 0 = 1 \Rightarrow a - 0 = 1 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \left(a,\ b\right) = \left(1,\ 0\right).$$

2.slučaj

$$\left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ 1 - a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ -a = -1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ -a = -1 \ / \cdot \left(-1\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a - a \cdot b = 1 \\ a = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 1 - 1 \cdot b = 1 \Rightarrow 1 - b = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b = 1 - 1 \Rightarrow -b = 0 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow \left(a,\ b\right) = \left(1,\ 0\right).$$

Vježba 050

Odredite realne brojeve a i b tako da polinom f bude djeljiv polinomom g, ako je

$f(x)=x^3+5\cdot x^2+a\cdot x+b\ ,\ \ g(x)=x+3.$

Rezultat: a = 7 , b = 3.

Zadatak 051 (Nina, gimnazija)

Čemu je, nakon sređivanja, jednak izraz: $(2\cdot x-1)\cdot(x-3)\cdot(x+2)$?

$$A.\ 2\cdot x^3-3\cdot x^2-11\cdot x+6 \quad , \quad B.\ 2\cdot x^3-3\cdot x^2+11\cdot x+6$$

$$C.\ 2\cdot x^3-x^2-11\cdot x-6 \quad , \quad D.\ 2\cdot x^3-x^2+13\cdot x-6$$

Rješenje 051

Ponovimo!

$$a^1=a \quad , \quad a^m\cdot a^n=a^{m+n}.$$

Množenje zagrada:

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Svaki član prve zagrade pomnožimo svakim članom druge zagrade.

1.inačica

Najprije pomnožimo prve dvije zagrade međusobno.

$$(2\cdot x-1)\cdot(x-3)\cdot(x+2)=((2\cdot x-1)\cdot(x-3))\cdot(x+2)=\left(2\cdot x^2-6\cdot x-x+3\right)\cdot(x+2)=$$

$$=\left(2\cdot x^2-7\cdot x+3\right)\cdot(x+2)=2\cdot x^3+4\cdot x^2-7\cdot x^2-14\cdot x+3\cdot x+6=2\cdot x^3-3\cdot x^2-11\cdot x+6.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

Najprije pomnožimo zadnje dvije zagrade međusobno.

$$(2\cdot x-1)\cdot(x-3)\cdot(x+2)=(2\cdot x-1)\cdot((x-3)\cdot(x+2))=(2\cdot x-1)\cdot\left(x^2+2\cdot x-3\cdot x-6\right)=$$

$$=(2\cdot x-1)\cdot\left(x^2-x-6\right)=2\cdot x^3-2\cdot x^2-12\cdot x-x^2+x+6=2\cdot x^3-3\cdot x^3-11\cdot x+6.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 051

Čemu je, nakon sređivanja, jednak izraz: $(1-2\cdot x)\cdot(3-x)\cdot(x+2)$?

$$A.\ 2\cdot x^3-3\cdot x^2-11\cdot x+6 \quad , \quad B.\ 2\cdot x^3-3\cdot x^2+11\cdot x+6$$

$$C.\ 2\cdot x^3-x^2-11\cdot x-6 \quad , \quad D.\ 2\cdot x^3-x^2+13\cdot x-6$$

Rezultat: A.