

Zadatak 021 (Mario, tehnička škola)

Ako je $f(x) = \sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} + \sqrt{4 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1}$, koliko je $f(1 - \sqrt{2})$?

Rješenje 021

Uoči da su izrazi pod korijenima kvadrati binoma:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} + \sqrt{4 \cdot x^2 + 4 \cdot x + 1} = \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2 \cdot x + 1)^2} = |x-2| + |2 \cdot x + 1|.$$

Računamo vrijednost funkcije:

$$\begin{aligned} f(1 - \sqrt{2}) &= |1 - \sqrt{2} - 2| + |2 \cdot (1 - \sqrt{2}) + 1| = |-1 - \sqrt{2}| + |2 - 2 \cdot \sqrt{2} + 1| = \boxed{|-x| = x} = \\ &= \left| \underbrace{1 + \sqrt{2}}_+ \right| + \left| \underbrace{3 - 2 \cdot \sqrt{2}}_+ \right| = 1 + \sqrt{2} + 3 - 2 \cdot \sqrt{2} = 4 - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

Vježba 021

Ako je $f(x) = \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 1} + \sqrt{x^2 + 2 \cdot x + 1}$, koliko je $f(\sqrt{3} - 2)$?

Rezultat: $f(x) = |x-1| + |x+1| \Rightarrow f(\sqrt{3} - 2) = 2.$

Zadatak 022 (Josip, tehnička škola)

Riješi nejednadžbu: $x \cdot |x| - 4 \cdot x < 0.$

Rješenje 022

$$x \cdot |x| - 4 \cdot x < 0 \Rightarrow x \cdot (|x| - 4) < 0.$$

1. slučaj

Umnožak je negativan ako je prvi faktor pozitivan, a drugi negativan:

$$\left. \begin{array}{l} x > 0 \\ |x| - 4 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{po definiciji} \\ x > 0 \Rightarrow |x| = x \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ x - 4 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x > 0 \\ x < 4 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in \langle 0, 4 \rangle.$$

2. slučaj

Umnožak je negativan ako je prvi faktor negativan, a drugi pozitivan:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} x < 0 \\ |x| - 4 > 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{po definiciji} \\ x < 0 \Rightarrow |x| = -x \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x < 0 \\ -x - 4 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x < 0 \\ -x - 4 > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x < 0 \\ x + 4 < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x < 0 \\ x < -4 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in \langle -\infty, -4 \rangle. \end{aligned}$$

Rješenje nejednadžbe je: $x \in \langle -\infty, -4 \rangle \cup \langle 0, 4 \rangle.$

Vježba 022

Riješi nejednadžbu: $x \cdot |x| - 3 \cdot x < 0.$

Rezultat: $x \in \langle -\infty, -3 \rangle \cup \langle 0, 3 \rangle.$

Zadatak 023 (Nana, hotelijerska škola)

Koliko različitih rješenja na skupu \mathbb{N} ima nejednadžba $\frac{|x|-1}{|x|+1} \leq \frac{1}{3}$?

Rješenje 023

$$\begin{aligned} \frac{|x|-1}{|x|+1} \leq \frac{1}{3} &\Rightarrow \frac{|x|-1}{|x|+1} \leq \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot (|x|+1) \Rightarrow 3 \cdot (|x|-1) \leq |x|+1 \Rightarrow 3 \cdot |x| - 3 \leq |x| + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3 \cdot |x| - |x| \leq 1 + 3 \Rightarrow 2 \cdot |x| \leq 4 \quad /:2 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [-2, 2]. \end{aligned}$$

U tom segmentu prirodni brojevi su 1 i 2, dakle, postoje dva rješenja.

Vježba 023

Koliko različitih rješenja na skupu \mathbb{N} ima nejednadžba $\frac{|x|-1}{|x|+2} \leq \frac{1}{2}$?

Rezultat: Ima četiri rješenja.

Zadatak 024 (Ivan, tehnička škola)

Pojednostavnite $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1}$, ako je $x \leq 2$.

Rješenje 024

Ako uvedemo supstituciju $y^2 = x - 1$, onda je $x = y^2 + 1$. Iz uvjeta $x \leq 2$ slijedi:

$$x \leq 2 \Rightarrow y^2 + 1 \leq 2 \Rightarrow y^2 \leq 1 \Rightarrow |y| \leq 1.$$

Tada zadani izraz postaje:

$$\begin{aligned} \sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1} &= \sqrt{y^2+1+2} \cdot \sqrt{y^2} + \sqrt{y^2+1-2} \cdot \sqrt{y^2} = \sqrt{y^2+1+2} \cdot y + \sqrt{y^2+1-2} \cdot y = \\ &= \sqrt{(y+1)^2} + \sqrt{(y-1)^2} = \left| \underbrace{y+1}_+ \right| + \left| \underbrace{y-1}_- \right| = y+1 - (y-1) = y+1 - y + 1 = 2. \end{aligned}$$

Vježba 024

Pojednostavnite $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-1} - \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1}$, ako je $x \leq 2$.

Rezultat: $2y$.

Zadatak 025 (1A, hotelijerska škola)

Riješi jednadžbu: $|2 \cdot x - 4| - 5 = 11$.

Rješenje 025

$$\begin{aligned} |2 \cdot x - 4| - 5 = 11 &\Rightarrow |2 \cdot x - 4| = 11 + 5 \Rightarrow |2 \cdot x - 4| = 16 \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2 \cdot x - 4 &= 16 \\ 2 \cdot x - 4 &= -16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 2 \cdot x &= 16 + 4 \\ 2 \cdot x &= -16 + 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\ \left. \begin{aligned} 2 \cdot x &= 20 \quad /:2 \\ 2 \cdot x &= -12 \quad /:2 \end{aligned} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{aligned} x_1 &= 10 \\ x_2 &= -6 \end{aligned} \right\}. \end{aligned}$$



Vježba 025

Riješi jednadžbu: $|2 \cdot x - 4| - 11 = 5$.

Rezultat: $x_1 = 10$, $x_2 = -6$.

Zadatak 026 (Vedrana, gimnazija)

Koje su sve vrijednosti realnog broja m za koje sva rješenja jednadžbe $\frac{x-m}{m} - \frac{x+m}{x-m} = \frac{x+1}{m}$ zadovoljavaju uvjet $|x| \leq 1$?

Rješenje 026

Riješimo jednadžbu po nepoznatici x :

$$\begin{aligned} \frac{x-m}{m} - \frac{x+m}{x-m} = \frac{x+1}{m} &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{diskusija} \\ m \neq 0, x \neq m \end{array} \right] \Rightarrow \frac{x-m}{m} - \frac{x+1}{m} = \frac{x+m}{x-m} \Rightarrow \frac{x-m-x-1}{m} = \frac{x+m}{x-m} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{-m-1}{m} = \frac{x+m}{x-m} &\Rightarrow \frac{m+1}{-m} = \frac{x+m}{x-m} \Rightarrow (m+1) \cdot (x-m) = -m \cdot (x+m) \Rightarrow \\ \Rightarrow m \cdot x - m^2 + x - m &= -m \cdot x - m^2 \Rightarrow m \cdot x + x + m \cdot x = m \Rightarrow 2 \cdot m \cdot x + x = m \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (2 \cdot m + 1) &= m \Rightarrow x = \frac{m}{2 \cdot m + 1}. \end{aligned}$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{m}{2 \cdot m + 1} \\ |x| \leq 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left| \frac{m}{2 \cdot m + 1} \right| \leq 1 \Rightarrow \frac{|m|}{|2 \cdot m + 1|} \leq 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m \neq -\frac{1}{2}, \text{ množenje je} \\ \text{moguće jer je } |2 \cdot m + 1| > 0 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{|m|}{|2 \cdot m + 1|} \leq 1 \quad / \cdot |2 \cdot m + 1| \Rightarrow |m| \leq |2 \cdot m + 1|.$$

Nađemo nultočke oba izraza pod znakom apsolutne vrijednosti (modula):

$$\left. \begin{array}{l} m = 0 \\ 2 \cdot m + 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} m = 0 \\ m = -\frac{1}{2} \end{array} \right\}.$$

Točke $m = 0$ i $m = -\frac{1}{2}$ karakteristične su točke nejednadžbe $|m| \leq |2 \cdot m + 1|$.

Nakon toga formiramo tablicu.

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
m	-	-	●	+
2 · m + 1	-	○	+	+

Uzimamo brojeve iz intervala

$$\left\langle -\infty, -\frac{1}{2} \right\rangle, \left\langle -\frac{1}{2}, 0 \right\rangle, \left\langle 0, +\infty \right\rangle$$

pa provjeravamo predznake izraza m i $2 \cdot m + 1$ u tim intervalima, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
m	-	-	●	+
2 · m + 1	-	○	+	+
$m \leq 2 \cdot m + 1$	$-m \leq -2 \cdot m - 1$ $-m + 2 \cdot m \leq -1$ $m \leq -1$ $m \in \langle -\infty, -1 \rangle$	$-m \leq 2 \cdot m + 1$ $-m - 2 \cdot m \leq 1$ $-3 \cdot m \leq 1 \quad / : (-3)$ $m \geq -\frac{1}{3}$ $m \in \left[-\frac{1}{3}, 0 \right]$	$m \leq 2 \cdot m + 1$ $m - 2 \cdot m \leq 1$ $-m \leq 1 \quad / \cdot (-1)$ $m \geq -1$ $m \in [0, +\infty)$	

Konačno rješenje je:

$$m \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \left[-\frac{1}{3}, 0 \right] \cup [0, +\infty) \Rightarrow m \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \left[-\frac{1}{3}, +\infty \right).$$

Vježba 026

Koje su sve vrijednosti realnog broja m za koje sva rješenja jednadžbe $\frac{x-m}{m} - \frac{x+m}{x-m} = \frac{x+1}{m}$ zadovoljavaju uvjet $x = 1$?

Rezultat: $m = -1$.

Zadatak 027 (Anamarija, hotelijerska škola)

Odredite skup rješenja nejednadžbe: $\sqrt[3]{x^3} + |x| + x < 0$.

Rješenje 027

Ponovimo!

$$|x| = x \text{ za } x \geq 0, \quad |x| = -x \text{ za } x < 0.$$

Transformirajmo (pojednostavnimo) zadanu nejednadžbu:

$$\sqrt[3]{x^3} + |x| + x < 0 \Rightarrow x + |x| + x < 0 \Rightarrow 2 \cdot x + |x| < 0.$$

Promatramo dva slučaja:

1. slučaj

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \Rightarrow |x| = x \\ 2 \cdot x + |x| < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot x + x < 0 \Rightarrow 3 \cdot x < 0 \quad /:3 \Rightarrow x < 0 \text{ (nije moguće)}.$$

2. slučaj

$$\left. \begin{array}{l} x < 0 \Rightarrow |x| = -x \\ 2 \cdot x + |x| < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot x - x < 0 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow x \in \langle -\infty, 0 \rangle \text{ (rješenje)}.$$

Vježba 027

Odredite skup rješenja nejednadžbe: $\sqrt[5]{x^5} + |x| + x < 0$.

Rezultat: $x \in \langle -\infty, 0 \rangle$ (rješenje).

Zadatak 028 (Anamarija, hotelijerska škola)

Koliko rješenja ima jednadžba: $|2 - |1 - |x||| = 1$?

Rješenje 028

Ponovimo!

$$|x| = x \text{ za } x \geq 0, \quad |x| = -x \text{ za } x < 0, \quad |x| = a, \quad a > 0 \Rightarrow x_1 = a, \quad x_2 = -a.$$

$$|2 - |1 - |x||| = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 - |1 - |x|| = 1 \\ 2 - |1 - |x|| = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -|1 - |x|| = 1 - 2 \\ -|1 - |x|| = -1 - 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -|1 - |x|| = -1 \cdot (-1) \\ -|1 - |x|| = -3 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} |1 - |x|| = 1 \\ |1 - |x|| = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1 - |x| = 1 \\ 1 - |x| = -1 \\ 1 - |x| = 3 \\ 1 - |x| = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -|x| = 1 - 1 \\ -|x| = -1 - 1 \\ -|x| = 3 - 1 \\ -|x| = -3 - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -|x| = 0 \cdot (-1) \\ -|x| = -2 \cdot (-1) \\ -|x| = 2 \cdot (-1) \\ -|x| = -4 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} |x| = 0 \\ |x| = 2 \\ |x| = -2 \text{ nema smisla} \\ |x| = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 2, \quad x_3 = -2 \\ x_4 = 4, \quad x_5 = -4 \end{array} \right\}.$$

Jednadžba ima 5 rješenja.

Vježba 028

Koliko rješenja ima jednadžba: $|1 - |x|| = 1$?

Rezultat: Jednadžba ima 3 rješenja.

Zadatak 029 (Ivica, srednja škola)

Riješi jednadžbu $||x| - 3| = 1$.

Rješenje 029

Ponovimo!

Definicija apsolutne vrijednosti (modula) realnog broja x glasi:

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Zapamti!

$$|x| = a, a > 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -a \end{cases}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |x-3|=1 \\ |x-3|=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |x|=1+3 \\ |x|=-1+3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |x|=4 \\ |x|=2 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x_{1,2} = \pm 4 \\ x_{3,4} = \pm 2 \end{cases}.$$

Vježba 029

Riješi jednačbu $||x|-2|=1$.

Rezultat: $x_1 = -3$, $x_2 = 3$, $x_3 = -1$, $x_4 = 1$.

Zadatak 030 (Željka, srednja škola)

Riješi jednačbu $|x+3| - |3 \cdot x + 5| = 0$.

Rješenje 030

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

Ako je $|a| = |b|$, onda je $a = b$ ili $a = -b$. Zato imamo ove dvije mogućnosti:

$$\begin{aligned} |x+3| - |3 \cdot x + 5| = 0 &\Rightarrow |x+3| = |3 \cdot x + 5| \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x+3 = 3 \cdot x + 5 \\ x+3 = -(3 \cdot x + 5) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x+3 = 3 \cdot x + 5 \\ x+3 = -3 \cdot x - 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 3 \cdot x = 5 - 3 \\ x + 3 \cdot x = -5 - 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2 \cdot x = 2 \\ 4 \cdot x = -8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2 \cdot x = 2 \text{ } /: (-2) \\ 4 \cdot x = -8 \text{ } /: 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vježba 030

Riješi jednačbu $|x+1| - |3 \cdot x + 7| = 0$.

Rezultat: $x_1 = -3$, $x_2 = -2$.

Zadatak 031 (Željka, srednja škola)

Skrati razlomak: $\frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot |a+2| - a^2 + 4}$.

Rješenje 031

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$x^2 - y^2 = (x-y) \cdot (x+y).$$

$$\frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot |a + 2| - a^2 + 4}$$

Izraz pod znakom apsolutne vrijednosti ili modula izjednačimo s nulom i riješimo dobivenu jednadžbu:

$$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2.$$

Točka s koordinatom -2 dijeli brojevni pravac, $\langle -\infty, +\infty \rangle$, na dva intervala:

1. slučaj	2. slučaj
$a < -2$	$a > -2$
$a \in \langle -\infty, -2 \rangle$	$a \in \langle -2, +\infty \rangle$

Uočimo da ne smije biti

$$a \leq -2 \quad , \quad a \geq -2$$

jer bi onda nazivnik u izrazu

$$\frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot |a + 2| - a^2 + 4}$$

za $a = -2$ bio jednak nuli.



S nulom se ne može dijeliti!

Sada možemo računati:

1. slučaj

$$a + 2 > 0 \Rightarrow a > -2 \Rightarrow |a + 2| = a + 2$$

$$\begin{aligned} \frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot |a + 2| - a^2 + 4} &= \frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot (a + 2) - a^2 + 4} = \frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a^2 + 2 \cdot a - a^2 + 4} = \frac{a \cdot (a^2 + a - 2)}{a^2 + 2 \cdot a - a^2 + 4} = \frac{a \cdot (a^2 - 1 + a - 1)}{2 \cdot a + 4} = \\ &= \frac{a \cdot ((a - 1) \cdot (a + 1) + (a - 1))}{2 \cdot (a + 2)} = \frac{a \cdot (a - 1) \cdot (a + 1 + 1)}{2 \cdot (a + 2)} = \frac{a \cdot (a - 1) \cdot (a + 2)}{2 \cdot (a + 2)} = \frac{a \cdot (a - 1) \cdot (a + 2)}{2 \cdot (a + 2)} = \frac{a \cdot (a - 1)}{2} \end{aligned}$$

2. slučaj

$$a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2 \Rightarrow |a + 2| = -(a + 2) = -a - 2$$

$$\begin{aligned} \frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot |a + 2| - a^2 + 4} &= \frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{a \cdot (-a - 2) - a^2 + 4} = \frac{a^3 + a^2 - 2 \cdot a}{-a^2 - 2 \cdot a - a^2 + 4} = \frac{a \cdot (a^2 + a - 2)}{-2 \cdot a^2 - 2 \cdot a + 4} = \\ &= \frac{a \cdot (a^2 + a - 2)}{-2 \cdot (a^2 + a - 2)} = \frac{a \cdot (a^2 + a - 2)}{-2 \cdot (a^2 + a - 2)} = -\frac{a}{2} \end{aligned}$$

Vježba 031

Skrati razlomak: $\frac{2 \cdot a - a^2 - a^3}{a^2 - a \cdot |a + 2| - 4}$

Rezultat:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a \cdot (a - 1)}{2}, a > -2 \\ -\frac{a}{2}, a < -2 \end{array} \right\}$$

Zadatak 032 (Željka, srednja škola)

Skrati razlomak: $\frac{m \cdot |m-3|}{(m^2 - m - 6) \cdot |m|}$.

Rješenje 032

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$x^2 - y^2 = (x-y) \cdot (x+y).$$

$$\frac{m \cdot |m-3|}{(m^2 - m - 6) \cdot |m|}$$

Izraze pod znakom apsolutne vrijednosti ili modula izjednačimo s nulom i riješimo dobivene jednačbe:

$$\left. \begin{matrix} m-3=0 \\ m=0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} m=3 \\ m=0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow m_1=0 \text{ i } m_2=3.$$

Točke s koordinatama 0 i 3 dijeli brojevni pravac, $\langle -\infty, +\infty \rangle$, na tri intervala:

1. slučaj	2. slučaj	3. slučaj
$m < 0$	$0 < m < 3$	$m > 3$
$m \in \langle -\infty, 0 \rangle$	$m \in \langle 0, 3 \rangle$	$m \in \langle 3, +\infty \rangle$

Uočimo da ne smije biti

$$m \leq 0, \quad 0 \leq m \leq 3, \quad m \geq 3$$

jer bi onda nazivnik u izrazu

$$\frac{m \cdot |m-3|}{(m^2 - m - 6) \cdot |m|}$$

za $m = 0$ i $m = 3$ bio jednak nuli.



S nulom se ne može dijeliti!

Sada možemo računati:

1. slučaj

$$m < 0 \Rightarrow \left. \begin{matrix} |m-3| = -(m-3) = -m+3 \\ |m| = -m \end{matrix} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot |m-3|}{(m^2 - m - 6) \cdot |m|} &= \frac{m \cdot (-m+3)}{(m^2 - m - 6) \cdot (-m)} = \frac{m \cdot (-m+3)}{(m^2 - m - 6) \cdot (-m)} = \frac{-m+3}{(m^2 - m - 6) \cdot (-1)} = -\frac{-m+3}{m^2 - m - 6} = \\ &= \frac{m-3}{m^2 - m - 6} = \frac{m-3}{m^2 - 3 \cdot m + 2 \cdot m - 6} = \frac{m-3}{m^2 - 3 \cdot m + 2 \cdot m - 6} = \frac{m-3}{m \cdot (m-3) + 2 \cdot (m-3)} = \\ &= \frac{m-3}{(m-3) \cdot (m+2)} = \frac{m-3}{(m-3) \cdot (m+2)} = \frac{1}{m+2}. \end{aligned}$$

2. slučaj

$$0 < m < 3 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} |m-3| = -(m-3) = -m+3 \\ |m| = m \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot |m-3|}{(m^2 - m - 6) \cdot |m|} &= \frac{m \cdot (-m+3)}{(m^2 - m - 6) \cdot m} = \frac{m \cdot (-m+3)}{(m^2 - m - 6) \cdot m} = \frac{-m+3}{m^2 - m - 6} = \frac{-m+3}{m^2 - 3 \cdot m + 2 \cdot m - 6} = \\ &= \frac{-m+3}{m^2 - 3 \cdot m + 2 \cdot m - 6} = \frac{-m+3}{m \cdot (m-3) + 2 \cdot (m-3)} = \frac{-m+3}{(m-3) \cdot (m+2)} = \frac{-(m-3)}{(m-3) \cdot (m+2)} = \frac{-(m-3)}{(m-3) \cdot (m+2)} = \frac{-1}{m+2}. \end{aligned}$$

3. slučaj

$$m > 3 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} |m-3| = m-3 \\ |m| = m \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{m \cdot |m-3|}{(m^2 - m - 6) \cdot |m|} &= \frac{m \cdot (m-3)}{(m^2 - m - 6) \cdot m} = \frac{m \cdot (m-3)}{(m^2 - m - 6) \cdot m} = \frac{m-3}{m^2 - m - 6} = \frac{m-3}{m^2 - 3 \cdot m + 2 \cdot m - 6} = \\ &= \frac{m-3}{m^2 - 3 \cdot m + 2 \cdot m - 6} = \frac{m-3}{m \cdot (m-3) + 2 \cdot (m-3)} = \frac{m-3}{(m-3) \cdot (m+2)} = \frac{m-3}{(m-3) \cdot (m+2)} = \frac{1}{m+2}. \end{aligned}$$

Vježba 032

Skrati razlomak: $\frac{(m^2 - m - 6) \cdot |m|}{m \cdot |m-3|}$.

Rezultat: $\left. \begin{array}{l} m+2, m < 0 \\ -m-2, 0 < m < 3 \\ m+2, m > 3 \end{array} \right\}$.

Zadatak 033 (Kruno, srednja škola)

Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{x^2 - 6 \cdot x + 9} - \sqrt{x^2 + 6 \cdot x + 9}$. Koliko je $f(x)$ za $-3 < x < 3$?

Rješenje 033

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad (a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad \sqrt{a^2} = |a|.$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 6 \cdot x + 9} - \sqrt{x^2 + 6 \cdot x + 9} \Rightarrow f(x) = \sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{(x+3)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = |x-3| - |x+3| \Rightarrow [-3 < x < 3] \Rightarrow f(x) = -(x-3) - (x+3) \Rightarrow f(x) = -x+3 - x-3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = -x+3 - x-3 \Rightarrow f(x) = -2 \cdot x.$$

Vježba 033

Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{x^2 - 6 \cdot x + 9} + \sqrt{x^2 + 6 \cdot x + 9}$. Koliko je $f(x)$ za $-3 < x < 3$?

Rezultat: 6.

Zadatak 034 (Kruno, srednja škola)

Koliko je $\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4}$ za $x \leq 2$?

Rješenje 034

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad \sqrt{a^2} = |a|.$$

$$\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = [x \leq 2] = -(x-2) = -x+2.$$

Vježba 034

Koliko je $\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4}$ za $x \geq 2$?

Rezultat: $x - 2$.

Zadatak 035 (Kruno, srednja škola)

Ako je $x < -1$ izračunajte $|1 - |1 - |1 - x||$.

Rješenje 035

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$\begin{aligned} |1 - |1 - |1 - x|| &= [x < -1] = \left| 1 - \left| 1 - \underbrace{1-x}_{\text{pozitivno}} \right| \right| = |1 - |1 - (1-x)|| = |1 - |1 - 1 + x|| = |1 - |1 - 1 + x|| = |1 - |x|| = \\ &= [x < -1] = \left| 1 - \underbrace{x}_{\text{negativno}} \right| = |1 - (-x)| = |1 + x| = [x < -1] = \left| \underbrace{1+x}_{\text{negativno}} \right| = -(1+x) = -1-x. \end{aligned}$$

Vježba 035

Ako je $x > 1$ izračunajte $|1 + |1 - x||$.

Rezultat: x .

Zadatak 036 (Grigorij, srednja škola)

Riješi jednadžbu: $||x+2| - |x-3|| + 2 \cdot x = 1$.

Rješenje 036

Ponovimo!

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

Iz $x + 2 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

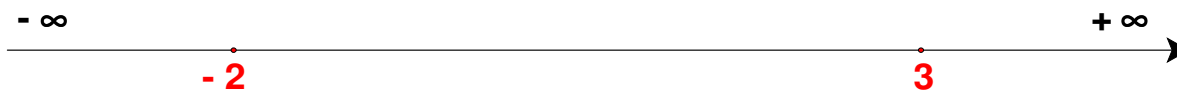
$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ KT.}$$

Iz $x - 3 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ KT.}$$

Karakteristične točke $x = -2$, $x = 3$ dijele brojevi pravac na tri dijela:

$$x \leq -2, \quad -2 \leq x \leq 3, \quad x \geq 3.$$



Je li izraz pod znakom modula pozitivan ili negativan, provjeravamo uvrštavanjem jednog broja manjeg od KT i jednog većeg od KT, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

Prvi slučaj

Za $x \leq -2$ izrazi $x + 2$ i $x - 3$ su negativni pa vrijedi:

$$|x + 2| = -(x + 2) = -x - 2, \quad |x - 3| = -(x - 3) = -x + 3.$$

Zato je:

$$\begin{aligned} ||x + 2| - |x - 3|| + 2 \cdot x = 1 &\Rightarrow |-x - 2 + x - 3| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |-x - 2 + x - 3| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |-5| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5 + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 2 \cdot x = 1 - 5 \Rightarrow 2 \cdot x = -4 \quad /: 2 \Rightarrow x = -2 \text{ je rješenje.} \end{aligned}$$

Drugi slučaj

Za $-2 \leq x \leq 3$ izraz $x + 2$ je pozitivan, a izraz $x - 3$ je negativan pa vrijedi:

$$|x + 2| = x + 2, \quad |x - 3| = -(x - 3) = -x + 3.$$

Zato je:

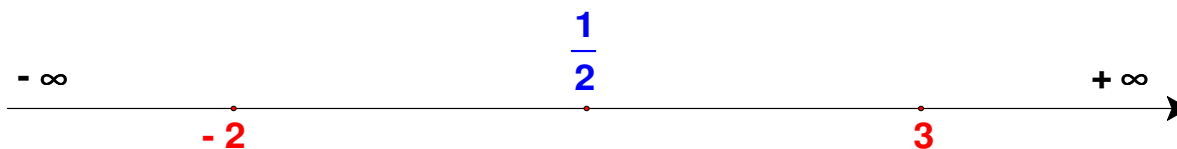
$$||x + 2| - |x - 3|| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |x + 2 + x - 3| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |2 \cdot x - 1| + 2 \cdot x = 1.$$

Iz $2 \cdot x - 1 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$2 \cdot x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot x = 1 \quad /: 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ KT.}$$

Karakteristična točka $x = \frac{1}{2}$ dijeli segment $[-2, 3]$ na dva dijela

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 3.$$



Treći slučaj

Za $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ izraz $2 \cdot x - 1$ je negativan pa vrijedi:

$$|2 \cdot x - 1| = -(2 \cdot x - 1) = -2 \cdot x + 1.$$

Zato je:

$$|2 \cdot x - 1| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow -2 \cdot x + 1 + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow -2 \cdot x + 1 + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 1 = 1.$$

Ako u nekom intervalu (segmentu) dobijemo identičku jednakost, onda su svi brojevi iz tog intervala (segmenta) rješenja jednadžbe. Znači da je rješenje:

$$x \in \left[-2, \frac{1}{2} \right].$$

Četvrti slučaj

Za $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ izraz $2 \cdot x - 1$ je pozitivan pa vrijedi:

$$|2 \cdot x - 1| = 2 \cdot x - 1.$$

Zato je:

$$\begin{aligned} |2 \cdot x - 1| + 2 \cdot x = 1 &\Rightarrow 2 \cdot x - 1 + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 2 \cdot x + 2 \cdot x = 1 + 1 \Rightarrow 4 \cdot x = 2 \quad /: 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{2}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ je rješenje.} \end{aligned}$$

Peti slučaj

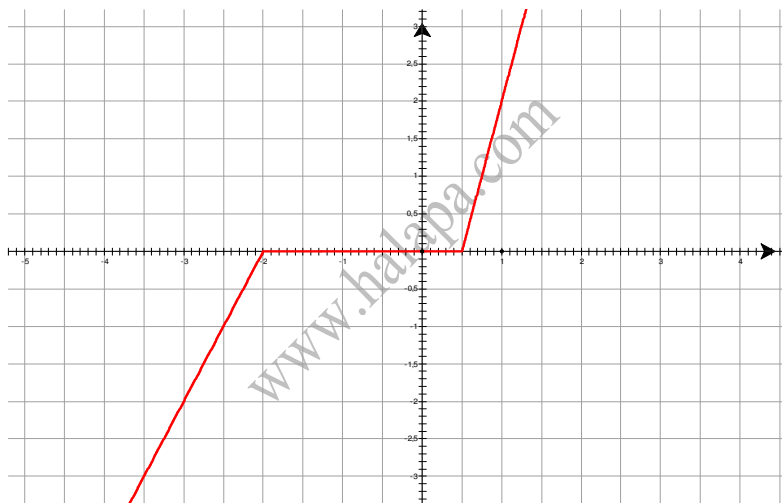
Za $x \geq 3$ izrazi $x + 2$ i $x - 3$ su pozitivni pa vrijedi:

$$|x + 2| = x + 2, \quad |x - 3| = x - 3.$$

Zato je:

$$\begin{aligned} ||x + 2| - |x - 3|| + 2 \cdot x = 1 &\Rightarrow |x + 2 - (x - 3)| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |x + 2 - x + 3| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow |x + 2 - x + 3| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow |5| + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 5 + 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 2 \cdot x = 1 - 5 \Rightarrow 2 \cdot x = -4 \quad /: 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = -2 \text{ nije rješenje.} \end{aligned}$$

Rješenje možemo dobiti i grafički, ako promatramo nultočke funkcije $f(x) = ||x + 2| - |x - 3|| + 2 \cdot x - 1$.



Vježba 036

Riješi jednačinu: $||x + 2| - |x - 3|| + 2 \cdot x = 0$.

Rezultat: -2.5 .

Zadatak 037 (Deny, maturant gimnazije)

Pojednostavni izraz:
$$\frac{\sqrt{a^2 - 6 \cdot a + 9}}{3 - a} + \frac{a^3 - 8}{(a^2 + 2 \cdot a + 4) \cdot \sqrt{a^2 - 4 \cdot a + 4}}.$$

Rješenje 037

Ponovimo!

$$(x - y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2, \quad \sqrt{x^2} = |x|, \quad x^3 - y^3 = (x - y) \cdot (x^2 + x \cdot y + y^2).$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{a^2 - 6 \cdot a + 9}}{3 - a} + \frac{a^3 - 8}{(a^2 + 2 \cdot a + 4) \cdot \sqrt{a^2 - 4 \cdot a + 4}} &= \frac{\sqrt{(a-3)^2}}{3-a} + \frac{(a-2) \cdot (a^2 + 2 \cdot a + 4)}{(a^2 + 2 \cdot a + 4) \cdot \sqrt{(a-2)^2}} = \\ &= \frac{|a-3|}{3-a} + \frac{(a-2) \cdot (a^2 + 2 \cdot a + 4)}{(a^2 + 2 \cdot a + 4) \cdot |a-2|} = \frac{|a-3|}{3-a} + \frac{a-2}{|a-2|}. \end{aligned}$$

Iz $a - 3 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3 \text{ KT.}$$

Iz $a - 2 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ KT.}$$

Karakteristične točke $a = 2$, $a = 3$ dijele brojevni pravac na tri dijela:

$$a < 2, \quad 2 < a < 3, \quad a \geq 3.$$



Je li izraz pod znakom modula pozitivan ili negativan, provjeravamo uvrštavanjem jednog broja manjeg od KT i jednog većeg od KT, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

Prvi slučaj

Za $a < 2$ izrazi $a - 3$ i $a - 2$ su negativni pa vrijedi:

$$\frac{|a-3|}{3-a} + \frac{a-2}{|a-2|} = \frac{-(a-3)}{3-a} + \frac{a-2}{-(a-2)} = \frac{-a+3}{3-a} + \frac{a-2}{-(a-2)} = \frac{3-a}{3-a} + \frac{a-2}{-(a-2)} = 1 - 1 = 0.$$

Drugi slučaj

Za $2 < a < 3$ izraz $a - 3$ je negativan, a izraz $a - 2$ je pozitivan pa vrijedi:

$$\frac{|a-3|}{3-a} + \frac{a-2}{|a-2|} = \frac{-(a-3)}{3-a} + \frac{a-2}{a-2} = \frac{-a+3}{3-a} + \frac{a-2}{a-2} = \frac{3-a}{3-a} + \frac{a-2}{a-2} = 1 + 1 = 2.$$

Treći slučaj

Za $a \geq 3$ izrazi $a - 3$ i $a - 2$ su pozitivni pa vrijedi:

$$\frac{|a-3|}{3-a} + \frac{a-2}{|a-2|} = \frac{a-3}{3-a} + \frac{a-2}{a-2} = \frac{-(3-a)}{3-a} + \frac{a-2}{a-2} = \frac{-(3-a)}{3-a} + \frac{a-2}{a-2} = -1 + 1 = 0.$$

Vježba 037

Pojednostavni izraz: $\frac{\sqrt{a^2 - 10 \cdot a + 25}}{5 - a}$.

Rezultat: $\begin{cases} 1, & a < 5 \\ -1, & a > 5. \end{cases}$

Zadatak 038 (Deny, maturant gimnazije)

Riješi jednačinu: $\sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 1} - \sqrt{x^2 - 8 \cdot x + 16} = 1$.

Rješenje 038

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad \sqrt{a^2} = |a|.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$\sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 1} - \sqrt{x^2 - 8 \cdot x + 16} = 1 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(x-4)^2} = 1 \Rightarrow |x-1| - |x-4| = 1.$$

Iz $x - 1 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ KT.}$$

Iz $x - 4 = 0$ nalazimo karakterističnu točku (KT) modula:

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ KT.}$$

Karakteristične točke $x = 1$, $x = 4$ dijele brojevni pravac na tri dijela:

$$x \leq 1 \quad , \quad 1 \leq x \leq 4 \quad , \quad x \geq 4.$$



Je li izraz pod znakom modula pozitivan ili negativan, provjeravamo uvrštavanjem jednog broja manjeg od KT i jednog većeg od KT, a zatim primijenimo definiciju modula (apsolutne vrijednosti).

Prvi slučaj

Za $x \leq 1$ izrazi $x - 1$ i $x - 4$ su negativni pa vrijedi:

$$|x-1| = -(x-1) = -x+1 \quad , \quad |x-4| = -(x-4) = -x+4.$$

Zato je:

$$|x-1| - |x-4| = 1 \Rightarrow -x+1 - (-x+4) = 1 \Rightarrow -x+1+x-4 = 1 \Rightarrow -x+1+x-4 = 1 \Rightarrow -3 = 1 \text{ nema rješenja.}$$

Drugi slučaj

Za $1 \leq x \leq 4$ izraz $x - 1$ je pozitivan, a izraz $x - 4$ je negativan pa vrijedi:

$$|x-1| = x-1 \quad , \quad |x-4| = -(x-4) = -x+4.$$

Zato je:

$$|x-1| - |x-4| = 1 \Rightarrow x-1 - (-x+4) = 1 \Rightarrow x-1+x-4 = 1 \Rightarrow x+x-1-4 = 1 \Rightarrow 2 \cdot x = 6 \quad /:2 \Rightarrow x = 3 \text{ je rješenje.}$$

Treći slučaj

Za $x \geq 4$ izrazi $x - 1$ i $x - 4$ su pozitivni pa vrijedi:

$$|x-1| = x-1 \quad , \quad |x-4| = x-4.$$

Zato je:

$$|x-1| - |x-4| = 1 \Rightarrow x-1 - (x-4) = 1 \Rightarrow x-1-x+4 = 1 \Rightarrow x-1-x+4 = 1 \Rightarrow 3 = 1 \text{ nema rješenja.}$$

Vježba 038

$$\text{Riješi jednačinu: } \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 1} = 1.$$

Rezultat: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.

Zadatak 039 (Marina, Željka, Marija, Luka, Vesna, Martina, TUPŠ)

$$\text{Koliko je: } \sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} \text{ za } x \leq 2?$$

Rješenje 039

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2} = |a|.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|.$$

Za $x \leq 2$ izraz $x - 2$ je negativan pa vrijedi:

$$\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = -(x-2) = -x+2 = 2-x.$$

Vježba 039

Koliko je: $\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4}$ za $x \geq 2$?

Rezultat: $x - 2$.

Zadatak 040 (Marina, Željka, Marija, Luka, Vesna, Martina, TUPŠ)

Izračunaj: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2} + \sqrt{(2 \cdot \sqrt{2}-3)^2}$.

Rješenje 040

Ponovimo!

$$\sqrt{a^2} = |a|.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x , $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x , $x < 0$, je $|x| = -x$.

Budući da su izrazi $1 - \sqrt{2}$, $\sqrt{2} - 2$ i $2 \cdot \sqrt{2} - 3$ negativni, slijedi:

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-2)^2} + \sqrt{(2 \cdot \sqrt{2}-3)^2} = \left| \underline{1-\sqrt{2}} \right| - \left| \underline{\sqrt{2}-2} \right| + \left| \underline{2 \cdot \sqrt{2}-3} \right| =$$

$$= -(1-\sqrt{2}) + (\sqrt{2}-2) - (2 \cdot \sqrt{2}-3) = -1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2 - 2 \cdot \sqrt{2} + 3 = -1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} - 2 - 2 \cdot \sqrt{2} + 3 = 0.$$

Vježba 040

Izračunaj: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$.

Rezultat: 0 .