

### Zadatak 021 (Marija, gimnazija)

Na pismenoj provjeri znanja postavljena su dva zadatka. Prvi zadatak riješilo je 85% ispitanika, drugi 75%, a oba zadatka riješilo je 12 ispitanika. Ako je svaki ispitanik riješio barem jedan od dva zadatka, samo prvi zadatak riješilo je:

- A. 4 ispitanika      B. 5 ispitanika      C. 6 ispitanika      D. 10 ispitanika

### Rješenje 021

Ponovimo!

Skup zadajemo nabranjem njegovih elemenata ili opisom karakterističnih svojstava koja posjeduju njegovi elementi. Broj elemenata skupa S nazivamo kardinalni broj od S i označavamo  $k(S)$ .

Unija skupova A i B je skup koji sadrži sve elemente koji se nalaze u skupu A i sve elemente koji se nalaze u skupu B. Označavamo ga  $A \cup B$ .

Presjek skupova A i B je skup koji sadrži sve elemente koji se nalaze i u skupu A i u skupu B. Označavamo ga  $A \cap B$ .

Ako su A i B konačni skupovi koji imaju zajedničkih elemenata, tada je broj elemenata unije  $A \cup B$  jednak zbroju broja elemenata skupa A i skupa B umanjen za broj zajedničkih elemenata skupa A i B, tj.

$$k(A \cup B) = k(A) + k(B) - k(A \cap B).$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer,  $9\% = \frac{9}{100}$ ,  $81\% = \frac{81}{100}$ ,  $4.5\% = \frac{4.5}{100}$ ,  $0.3\% = \frac{0.3}{100}$ ,  $p\% = \frac{p}{100}$ .

Kako se računa "... p% od x..."?

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Neka je x ukupan broj ispitanika na ispitu. Prvi zadatak riješilo je njih 85% među kojima ima 12 ispitanika koji su riješili i drugi zadatak. Drugi je zadatak riješilo 75% ispitanika među kojima je 12 njih koji su riješili i prvi zadatak. Dakle dva puta smo računali 12 ispitanika pa možemo napisati sljedeću jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{85}{100} \cdot x + \frac{75}{100} \cdot x - 12 &= x \Rightarrow \frac{85}{100} \cdot x + \frac{75}{100} \cdot x - 12 = x / \cdot 100 \Rightarrow 85 \cdot x + 75 \cdot x - 1200 = 100 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 85 \cdot x + 75 \cdot x - 100 \cdot x &= 1200 \Rightarrow 60 \cdot x = 1200 \Rightarrow 60 \cdot x = 1200 / : 60 \Rightarrow x = 20. \end{aligned}$$

Na ispitu je bilo 20 ispitanika. Prvi zadatak riješilo je 85% ispitanika, a to je

$$\frac{85}{100} \cdot 20 = 17$$

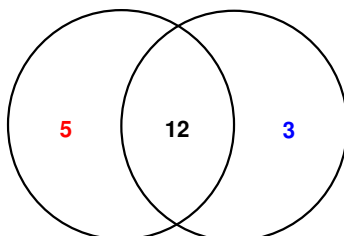
ispitanika.

Budući da je oba zadatka riješilo 12 ispitanika, samo je prvi zadatak riješilo

$$\frac{85}{100} \cdot 20 = 17$$

ispitanika.

Odgovor je pod B.



### Vježba 021

Na pismenoj provjeri znanja postavljena su dva zadatka. Prvi zadatak riješilo je 85% ispitanika, drugi 75%, a oba zadatka riješilo je 12 ispitanika. Ako je svaki ispitanik riješio barem jedan od dva zadatka, samo drugi zadatak riješilo je:

- A. 3 ispitanika      B. 2 ispitanika      C. 4 ispitanika      D. 6 ispitanika

Rezultat: A.

### Zadatak 022 (Larisa, Sandra, gimnazija, bivše maturantice)

U mjesecu koji ima 31 dan praćena je dnevna temperatura. Dvadeset i dva dana je najviša dnevna temperatura bila viša od  $10^{\circ}\text{C}$ , a dvadeset je dana najviša dnevna temperatura bila niža od  $14^{\circ}\text{C}$ . Koliko je dana najviša dnevna temperatura bila između  $10^{\circ}\text{C}$  i  $14^{\circ}\text{C}$ ?

#### Rješenje 022

Ponovimo!

Skup zadajemo nabranjem njegovih elemenata ili opisom karakterističnih svojstava koja posjeduju njegovi elementi. Broj elemenata skupa  $S$  nazivamo kardinalni broj od  $S$  i označavamo  $k(S)$ .

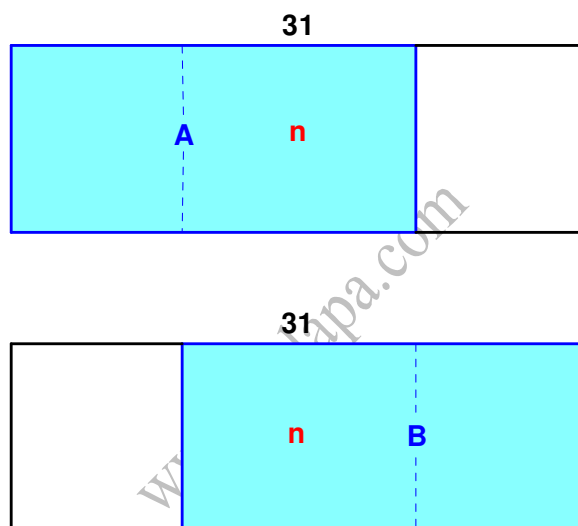
Unija skupova  $A$  i  $B$  je skup koji sadrži sve elemente koji se nalaze u skupu  $A$  i sve elemente koji se nalaze u skupu  $B$ . Označavamo ga  $A \cup B$ .

Presjek skupova  $A$  i  $B$  je skup koji sadrži sve elemente koji se nalaze i u skupu  $A$  i u skupu  $B$ . Označavamo ga  $A \cap B$ .

Ako su  $A$  i  $B$  konačni skupovi koji imaju zajedničkih elemenata, tada je broj elemenata unije  $A \cup B$  jednak zbroju broja elemenata skupa  $A$  i skupa  $B$  umanjen za broj zajedničkih elemenata skupa  $A$  i  $B$ , tj.

$$k(A \cup B) = k(A) + k(B) - k(A \cap B).$$

1. inačica



$$A = \{ \text{dani kad je najviša dnevna temperatura viša od } 10^{\circ}\text{C} \} \Rightarrow k(A) = 22$$

$$B = \{ \text{dani kad je najviša dnevna temperatura niža od } 14^{\circ}\text{C} \} \Rightarrow k(B) = 20$$

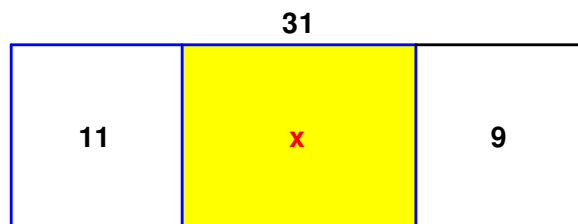
$$A \cap B = \{ \text{dani kad je najviša dnevna temperatura između } 10^{\circ}\text{C i } 14^{\circ}\text{C} \} \Rightarrow k(A \cap B) = n$$

$$A \cup B = \{ \text{dani cijelog mjeseca} \} \Rightarrow k(A \cup B) = 31.$$

Računamo broj dana  $n$ .

$$k(A \cup B) = k(A) + k(B) - k(A \cap B) \Rightarrow 31 = 22 + 20 - n \Rightarrow n = 22 + 20 - 31 \Rightarrow n = 11.$$

2. inačica



Dvadeset i dva dana najviša dnevna temperatura bila je viša od  $10^{\circ}\text{C}$  pa je ostatak mjeseca, 9 dana, bila niža od  $10^{\circ}\text{C}$ . Označimo to slovom  $a$ .

$$a = 31 - 22 \Rightarrow a = 9.$$

Dvadeset dana najviša dnevna temperatura bila je niža od  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$  pa je ostatak mjeseca, 11 dana, bila viša od  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Označimo to slovom  $b$ .

$$b = 31 - 20 \Rightarrow b = 11.$$

Neka je  $x$  broj dana kada je najviša dnevna temperatura bila između  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  i  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Možemo napisati sljedeću jednadžbu:

$$a + b + x = 31 \Rightarrow x = 31 - a - b \Rightarrow x = 31 - 9 - 11 \Rightarrow x = 11.$$

### Vježba 022

U mjesecu koji ima 30 dana praćena je dnevna temperatura. Dvadeset i dva dana je najviša dnevna temperatura bila viša od  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , a dvadeset je dana najviša dnevna temperatura bila niža od  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Koliko je dana najviša dnevna temperatura bila između  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  i  $14\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?

**Rezultat:** 12.

### Zadatak 023 (Božica, maturantica)

Neka je  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| - 1 < 0\}$  i  $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 1\}$ . Tada je  $A \cap B$  jednak:

$$A. \langle 0, 1 \rangle \quad B. [0, 1] \quad C. [0, 1) \quad D. \langle -1, 1 \rangle$$

### Rješenje 023

Ponovimo!

$$a \leq b, c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + c \leq b + c, \quad a < b, c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + c < b + c.$$

Skup zadajemo nabiranjem njegovih elemenata ili opisom karakterističnih svojstava koja posjeduju njegovi elementi. Presjek skupova  $A$  i  $B$  je skup koji sadrži sve elemente koji se nalaze i u skupu  $A$  i u skupu  $B$ .

Označavamo ga  $A \cap B$ .

Za realni broj  $x$  njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj  $|x|$  koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj  $x$  pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki  $x$ ,  $x \geq 0$ , vrijedi  $|x| = x$ .

Ako je  $x$  negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj  $-x$  koji je pozitivan. Za svaki  $x$ ,  $x < 0$ , je  $|x| = -x$ .

$$|x| \leq a, a > 0 \Rightarrow -a \leq x \leq a \Rightarrow x \in [-a, a], \quad |x| < a, a > 0 \Rightarrow -a < x < a \Rightarrow x \in \langle -a, a \rangle.$$

Određimo elemente skupa  $A$ .

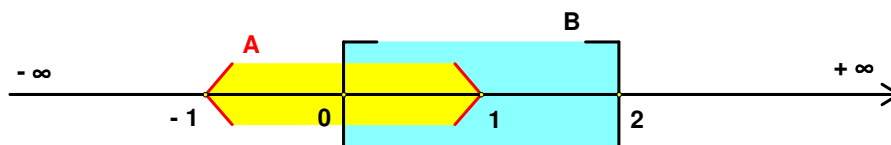
$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x| - 1 < 0\} \Rightarrow |x| - 1 < 0 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow x \in \langle -1, 1 \rangle.$$

Određimo elemente skupa  $B$ .

$$\begin{aligned} B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| \leq 1\} &\Rightarrow |x - 1| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x - 1 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x - 1 \leq 1 \quad / + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -1 + 1 \leq x - 1 + 1 \leq 1 + 1 \Rightarrow -1 + 1 \leq x - 1 + 1 \leq 1 + 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [0, 2]. \end{aligned}$$

Tada je

$$A \cap B = \langle -1, 1 \rangle \cap [0, 2] \Rightarrow A \cap B = [0, 1).$$



Odgovor je pod C.

### Vježba 023

Neka je  $A = \{x \in \mathbb{R} : |x| - 1 \leq 0\}$  i  $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < 1\}$ . Tada je  $A \cap B$  jednak:

$$A. \langle -1, 1 \rangle \quad B. [0, 1] \quad C. [0, 1) \quad D. \langle 0, 1 \rangle$$

**Rezultat:** D.