

Zadatak 181 (Branimir, tehnička škola)

Dani su izrazi $A = x^3 + 1$ i $B = x^2 + x$, gdje je x racionalan broj. Za koji x je $A = B$?

Rješenje 181

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \quad a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b), \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$
$$a^2 = 0 \Rightarrow a = 0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

$$\begin{aligned} A = B &\Rightarrow A - B = 0 \Rightarrow x^3 + 1 - (x^2 + x) = 0 \Rightarrow x^3 + 1 - x^2 - x = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow [\text{metoda grupiranja}] \Rightarrow (x^3 - x^2) + (1 - x) = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x-1) - (x-1) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow [\text{izlučimo } x-1] \Rightarrow (x-1) \cdot (x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x-1) \cdot (x-1) \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x-1)^2 \cdot (x+1) = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (x-1)^2 = 0 \\ x+1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-1 = 0 \\ x+1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -1 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Vježba 181

Dani su izrazi $A = x^3 + 1$ i $B = x^2 + 1$, gdje je x racionalan broj. Za koji x je $A = B$?

Rezultat: $x_1 = 0$ i $x_2 = 1$.

Zadatak 182 (Milica, tehnička škola)

$$\text{Jednadžba } x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3}:$$

A. ima rješenje

B. nema rješenje

Rješenje 182

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad a^2 = 0 \Rightarrow a = 0, \quad a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a-b)^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \quad a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

$$\textcircled{1} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a} \text{ rješenje jednadžbe}$$

$$\textcircled{2} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b \text{ jednadžba nema rješenja}$$

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

$$\textcircled{3} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0 \text{ jednadžba je neodređena}$$

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in \mathbb{R}$.

Rasprava

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice x za koju je nazivnik jednak nuli.

Riješimo jednadžbu

$$x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3}$$

Najprije raspravimo!

Budući da se s nulom ne može dijeliti, nazivnik $x - 3$ mora biti različit od nule. Slijedi:

$$x - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3.$$

1. inačica

$$x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \Rightarrow x = 3.$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je $x \neq 3$. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

2. inačica

$$\begin{aligned} x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} &\Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \quad / \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 &\Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 3 \cdot (x-3) = 0 &\Rightarrow (x-3) \cdot (x-3) = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x - 3 = 0 &\Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je $x \neq 3$. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

3. inačica

$$\begin{aligned} x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} &\Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \quad / \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 &\Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) &/ \cdot (x-3) \Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je $x \neq 3$. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

4. inačica

$$\begin{aligned} x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} &\Rightarrow x - \frac{7}{x-3} = 3 - \frac{7}{x-3} \quad / \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 &\Rightarrow x \cdot (x-3) - 7 = 3 \cdot (x-3) - 7 \Rightarrow x \cdot (x-3) = 3 \cdot (x-3) \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 - 3 \cdot x = 3 \cdot x - 9 &\Rightarrow x^2 - 3 \cdot x - 3 \cdot x + 9 = 0 \Rightarrow x^2 - 6 \cdot x + 9 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow (x-3)^2 = 0 &\Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je $x \neq 3$. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

Vježba 182

Jednadžba $x - \frac{5}{x-2} = 2 - \frac{5}{x-2}$:

A. ima rješenje

B. nema rješenje

Rezultat: B.

Zadatak 183 (Marin, srednja škola)

Ako je $y = \frac{1+a \cdot x}{a-x}$, onda je:

A. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y - a}$ B. $x = \frac{a \cdot y}{1 - y}$ C. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y + a}$ D. $x = \frac{a \cdot y - 1}{y + a}$

Rješenje 183

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$y = \frac{1+a \cdot x}{a-x} \Rightarrow y = \frac{1+a \cdot x}{a-x} / \cdot (a-x) \Rightarrow y \cdot (a-x) = 1+a \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y \cdot a - y \cdot x = 1+a \cdot x \Rightarrow 1+a \cdot x = y \cdot a - y \cdot x \Rightarrow a \cdot x + y \cdot x = y \cdot a - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot (a+y) = y \cdot a - 1 \Rightarrow x \cdot (a+y) = y \cdot a - 1 / \cdot \frac{1}{a+y} \Rightarrow x = \frac{y \cdot a - 1}{a+y} \Rightarrow x = \frac{a \cdot y - 1}{y+a}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 183

Ako je $y = -\frac{1+a \cdot x}{x-a}$, onda je:

A. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y - a}$ B. $x = \frac{a \cdot y}{1 - y}$ C. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y + a}$ D. $x = \frac{a \cdot y - 1}{y + a}$

Rezultat: D.

Zadatak 184 (Marin, srednja škola)

Ako je $y = \frac{3 \cdot x - 1}{3 \cdot x + 1}$, onda je:

A. $x = \frac{y+1}{3 \cdot (1-y)}$ B. $x = \frac{y-1}{3 \cdot (y+1)}$ C. $x = \frac{3 \cdot (y-1)}{3 \cdot y+1}$ D. $x = 3 \cdot \frac{y+1}{1-y}$

Rješenje 184

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$y = \frac{3 \cdot x - 1}{3 \cdot x + 1} \Rightarrow y = \frac{3 \cdot x - 1}{3 \cdot x + 1} / \cdot (3 \cdot x + 1) \Rightarrow y \cdot (3 \cdot x + 1) = 3 \cdot x - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot x \cdot y + y = 3 \cdot x - 1 \Rightarrow 3 \cdot x - 1 = 3 \cdot x \cdot y + y \Rightarrow 3 \cdot x - 3 \cdot x \cdot y = y + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot x \cdot (1-y) = y + 1 \Rightarrow 3 \cdot x \cdot (1-y) = y + 1 / \cdot \frac{1}{1-y} \Rightarrow x = \frac{y+1}{3 \cdot (1-y)}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 184

Ako je $y = -\frac{1-3 \cdot x}{3 \cdot x+1}$, onda je :

$$A. x = \frac{y+1}{3 \cdot (1-y)} \quad B. x = \frac{y-1}{3 \cdot (y+1)} \quad C. x = \frac{3 \cdot (y-1)}{3 \cdot y+1} \quad D. x = 3 \cdot \frac{y+1}{1-y}$$

Rezultat: A.

Zadatak 185 (4B, TUPŠ, Tonka ☺, gimnazija)

Rješenje nejednadžbe $11 - [2 \cdot y - (4 - 3 \cdot y) \cdot (4 + 3 \cdot y)] < 6 \cdot y - (3 \cdot y - 1)^2$ jest:

$$A. y \in \langle -\infty, -2 \rangle \quad B. y \in \langle 2, +\infty \rangle \quad C. y \in \langle -\infty, 2 \rangle \quad D. y \in \langle -2, +\infty \rangle$$

Rješenje 185

Ponovimo!

$$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2 \quad , \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

$$a < b \quad , \quad c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad , \quad x > a \Rightarrow x \in \langle a, +\infty \rangle \quad , \quad x < a \Rightarrow x \in \langle -\infty, a \rangle.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\begin{aligned} & 11 - [2 \cdot y - (4 - 3 \cdot y) \cdot (4 + 3 \cdot y)] < 6 \cdot y - (3 \cdot y - 1)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow & 11 - [2 \cdot y - (4^2 - (3 \cdot y)^2)] < 6 \cdot y - ((3 \cdot y)^2 - 2 \cdot 3 \cdot y \cdot 1 + 1^2)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow & 11 - [2 \cdot y - (16 - 9 \cdot x^2)] < 6 \cdot y - (9 \cdot x^2 - 6 \cdot y + 1)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow & 11 - [2 \cdot y - 16 + 9 \cdot y^2] < 6 \cdot y - 9 \cdot y^2 + 6 \cdot y - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow & 11 - 2 \cdot y + 16 - 9 \cdot y^2 < 6 \cdot y - 9 \cdot y^2 + 6 \cdot y - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow & 11 - 2 \cdot y + 16 - 9 \cdot y^2 < 6 \cdot y - 9 \cdot y^2 + 6 \cdot y - 1 \Rightarrow 11 - 2 \cdot y + 16 < 6 \cdot y + 6 \cdot y - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow & -2 \cdot y - 6 \cdot y - 6 \cdot y < -1 - 11 - 16 \Rightarrow -14 \cdot y < -28 \Rightarrow -14 \cdot y < -28 \quad /: (-14) \Rightarrow \\ \Rightarrow & y > 2 \Rightarrow y \in \langle 2, +\infty \rangle. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 185

Rješenje nejednadžbe $11 - [2 \cdot y - (4 - 3 \cdot y) \cdot (4 + 3 \cdot y)] > 6 \cdot y - (3 \cdot y - 1)^2$ jest:

$$A. y \in \langle -\infty, -2 \rangle \quad B. y \in \langle 2, +\infty \rangle \quad C. y \in \langle -\infty, 2 \rangle \quad D. y \in \langle -2, +\infty \rangle$$

Rezultat: C.