Zadatak 181 (Branimir, tehnička škola)

Dani su izrazi $A = x^3 + 1$ i $B = x^2 + x$, gdje je x racionalan broj. Za koji x je A = B?

Rješenje 181

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad a^n : a^m = a^{n-m} \quad , \quad a^2 - b^2 = (a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

$$a^2 = 0 \;\Rightarrow\; a = 0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c \quad , \quad a\cdot b + a\cdot c = a\cdot(b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a\cdot b = 0 \;\Leftrightarrow\; a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

$$A = B \;\Rightarrow\; A - B = 0 \;\Rightarrow\; x^3 + 1 - \left(x^2 + x\right) = 0 \;\Rightarrow\; x^3 + 1 - x^2 - x = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\text{ metoda grupiranja }\right] \Rightarrow \left(x^3 - x^2\right) + (1 - x) = 0 \;\Rightarrow\; x^2\cdot(x-1) - (x-1) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\text{ izlučimo } x-1 \right] \Rightarrow (x-1)\cdot\left(x^2 - 1\right) = 0 \;\Rightarrow\; (x-1)\cdot(x-1)\cdot(x+1) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)^2\cdot(x+1) = 0 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l}(x-1)^2 = 0\\ x+1 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x-1 = 0\\ x+1 = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x_1 = 1\\ x_2 = -1\end{array}\right\}.$$

Vježba 181

Dani su izrazi $A = x^3 + 1$ i $B = x^2 + 1$, gdje je x racionalan broj. Za koji x je A = B?

Rezultat: $x_1 = 0$ i $x_2 = 1$.

Zadatak 182 (Milica, tehnička škola)

Jednadžba $x - \dfrac{7}{x-3} = 3 - \dfrac{7}{x-3}$:

$A.$ ima rješenje $\qquad B.$ nema rješenje

Rješenje 182

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad a^2 = 0 \;\Rightarrow\; a = 0 \quad , \quad a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2 = (a-b)^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c \quad , \quad a\cdot b + a\cdot c = a\cdot(b+c).$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x = b, \;\; a,\, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l}a\cdot x = b\\ a \neq 0\end{array}\right\} \Rightarrow x = \dfrac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l}a\cdot x = b\\ a = 0 \;\;,\;\; b \neq 0\end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

Rasprava

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice x za koju je nazivnik jednak nuli.

Riješimo jednadžbu

$$x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3}.$$

Najprije raspravimo!

Budući da se s nulom ne može dijeliti, nazivnik x – 3 mora biti različit od nule. Slijedi:

$$x-3\neq 0 \Rightarrow x\neq 3.$$

1.inačica

$$x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3} \Rightarrow x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3} \Rightarrow x=3.$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je x ≠ 3. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

2.inačica

$$x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3} \Rightarrow x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3}\ /\cdot(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(x-3)-7=3\cdot(x-3)-7 \Rightarrow x\cdot(x-3)-7=3\cdot(x-3)-7 \Rightarrow x\cdot(x-3)=3\cdot(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(x-3)-3\cdot(x-3)=0 \Rightarrow (x-3)\cdot(x-3)=0 \Rightarrow (x-3)^2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3.$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je x ≠ 3. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

3.inačica

$$x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3} \Rightarrow x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3}\ /\cdot(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(x-3)-7=3\cdot(x-3)-7 \Rightarrow x\cdot(x-3)-7=3\cdot(x-3)-7 \Rightarrow x\cdot(x-3)=3\cdot(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(x-3)=3\cdot(x-3)\ /:(x-3) \Rightarrow x=3.$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je x ≠ 3. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

4.inačica

$$x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3} \Rightarrow x-\frac{7}{x-3}=3-\frac{7}{x-3}\ /\cdot(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(x-3)-7=3\cdot(x-3)-7 \Rightarrow x\cdot(x-3)-7=3\cdot(x-3)-7 \Rightarrow x\cdot(x-3)=3\cdot(x-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-3\cdot x=3\cdot x-9 \Rightarrow x^2-3\cdot x-3\cdot x+9=0 \Rightarrow x^2-6\cdot x+9=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-3)^2=0 \Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3.$$

To je suprotno raspravi gdje se tvrdi da je x ≠ 3. Dakle, jednadžba nema rješenja.

Odgovor je pod B.

Vježba 182

Jednadžba $x-\frac{5}{x-2}=2-\frac{5}{x-2}$:

$A.$ ima rješenje $\quad B.$ nema rješenje

Rezultat: B.

Zadatak 183 (Marin, srednja škola)

Ako je $y=\frac{1+a\cdot x}{a-x}$, onda je:

$A.\ x=\frac{a\cdot y+1}{y-a} \quad B.\ x=\frac{a\cdot y}{1-y} \quad C.\ x=\frac{a\cdot y+1}{y+a} \quad D.\ x=\frac{a\cdot y-1}{y+a}$

Rješenje 183

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$y=\frac{1+a\cdot x}{a-x} \Rightarrow y=\frac{1+a\cdot x}{a-x} \ /\cdot(a-x) \Rightarrow y\cdot(a-x)=1+a\cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y\cdot a-y\cdot x=1+a\cdot x \Rightarrow 1+a\cdot x=y\cdot a-y\cdot x \Rightarrow a\cdot x+y\cdot x=y\cdot a-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x\cdot(a+y)=y\cdot a-1 \Rightarrow x\cdot(a+y)=y\cdot a-1 \ /\cdot\frac{1}{a+y} \Rightarrow x=\frac{y\cdot a-1}{a+y} \Rightarrow x=\frac{a\cdot y-1}{y+a}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 183

Ako je $y=-\frac{1+a\cdot x}{x-a}$, onda je:

$A.\ x=\frac{a\cdot y+1}{y-a} \quad B.\ x=\frac{a\cdot y}{1-y} \quad C.\ x=\frac{a\cdot y+1}{y+a} \quad D.\ x=\frac{a\cdot y-1}{y+a}$

Rezultat: D.

Zadatak 184 (Marin, srednja škola)

Ako je $y=\frac{3\cdot x-1}{3\cdot x+1}$, onda je:

$A.\ x=\frac{y+1}{3\cdot(1-y)} \quad B.\ x=\frac{y-1}{3\cdot(y+1)} \quad C.\ x=\frac{3\cdot(y-1)}{3\cdot y+1} \quad D.\ x=3\cdot\frac{y+1}{1-y}$

Rješenje 184

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$y=\frac{3\cdot x-1}{3\cdot x+1} \Rightarrow y=\frac{3\cdot x-1}{3\cdot x+1} \ /\cdot(3\cdot x+1) \Rightarrow y\cdot(3\cdot x+1)=3\cdot x-1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot x\cdot y+y=3\cdot x-1 \Rightarrow 3\cdot x-1=3\cdot x\cdot y+y \Rightarrow 3\cdot x-3\cdot x\cdot y=y+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot x\cdot(1-y)=y+1 \Rightarrow 3\cdot x\cdot(1-y)=y+1 \ /\cdot\frac{1}{1-y} \Rightarrow x=\frac{y+1}{3\cdot(1-y)}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 184

Ako je $y=-\dfrac{1-3\cdot x}{3\cdot x+1}$, onda je:

$A.\ x=\dfrac{y+1}{3\cdot(1-y)}$ $\qquad B.\ x=\dfrac{y-1}{3\cdot(y+1)}$ $\qquad C.\ x=\dfrac{3\cdot(y-1)}{3\cdot y+1}$ $\qquad D.\ x=3\cdot\dfrac{y+1}{1-y}$

Rezultat: A.

Zadatak 185 (4B, TUPŠ, Tonka ☺, gimnazija)

Rješenje nejednadžbe $11-\left[2\cdot y-(4-3\cdot y)\cdot(4+3\cdot y)\right]<6\cdot y-(3\cdot y-1)^2$ jest:

$A.\ y\in\langle-\infty,-2\rangle$ $\qquad B.\ y\in\langle 2,+\infty\rangle$ $\qquad C.\ y\in\langle-\infty,2\rangle$ $\qquad D.\ y\in\langle-2,+\infty\rangle$

Rješenje 185

Ponovimo!

$$(a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2\quad,\quad(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n\quad,\quad(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

$$a<b\ ,\ c<0\ \Rightarrow\ \frac{a}{c}>\frac{b}{c}\quad,\quad x>a\ \Rightarrow\ x\in\langle a,+\infty\rangle\quad,\quad x<a\ \Rightarrow\ x\in\langle-\infty,a\rangle.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$11-\left[2\cdot y-(4-3\cdot y)\cdot(4+3\cdot y)\right]<6\cdot y-(3\cdot y-1)^2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 11-\left[2\cdot y-\left(4^2-(3\cdot y)^2\right)\right]<6\cdot y-\left((3\cdot y)^2-2\cdot 3\cdot y\cdot 1+1^2\right)^2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 11-\left[2\cdot y-\left(16-9\cdot x^2\right)\right]<6\cdot y-\left(9\cdot x^2-6\cdot y+1\right)^2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 11-\left[2\cdot y-16+9\cdot y^2\right]<6\cdot y-9\cdot y^2+6\cdot y-1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 11-2\cdot y+16-9\cdot y^2<6\cdot y-9\cdot y^2+6\cdot y-1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 11-2\cdot y+16-9\cdot y^2<6\cdot y-9\cdot y^2+6\cdot y-1\ \Rightarrow\ 11-2\cdot y+16<6\cdot y+6\cdot y-1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -2\cdot y-6\cdot y-6\cdot y<-1-11-16\ \Rightarrow\ -14\cdot y<-28\ \Rightarrow\ -14\cdot y<-28\ /:(-14)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ y>2\ \Rightarrow\ y\in\langle 2,+\infty\rangle.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 185

Rješenje nejednadžbe $11-\left[2\cdot y-(4-3\cdot y)\cdot(4+3\cdot y)\right]>6\cdot y-(3\cdot y-1)^2$ jest:

$A.\ y\in\langle-\infty,-2\rangle$ $\qquad B.\ y\in\langle 2,+\infty\rangle$ $\qquad C.\ y\in\langle-\infty,2\rangle$ $\qquad D.\ y\in\langle-2,+\infty\rangle$

Rezultat: C.

Zadatak 186 (4B, TUPŠ, Tonka ☺, gimnazija)

Odredi najmanji cijeli broj koji je rješenje nejednadžbe $\dfrac{1-2\cdot x}{2}+\dfrac{4\cdot x}{9}-\dfrac{3}{2}\le\dfrac{3\cdot x+2}{9}-\dfrac{x-3}{2}$.

Rješenje 186

Ponovimo!

$$a\le b\ ,\ c<0\ \Rightarrow\ \frac{a}{c}\ge\frac{b}{c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \;,\; n \neq 0 \;,\; n \neq 1.$$

Cijeli brojevi jesu brojevi:

$$\ldots,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$$

Oni čine skup cijelih brojeva koji označavamo slovom Z, a zapisujemo kao

$$Z = \{\ldots,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\} \qquad \text{ili} \qquad Z = \{0,\ 1,\ -1,\ 2,\ -2,\ 3,\ -3,\ \ldots\}.$$

$$\frac{1-2 \cdot x}{2} + \frac{4 \cdot x}{9} - \frac{3}{2} \leq \frac{3 \cdot x + 2}{9} - \frac{x-3}{2} \;\Rightarrow\; \frac{1-2 \cdot x}{2} + \frac{4 \cdot x}{9} - \frac{3}{2} \leq \frac{3 \cdot x + 2}{9} - \frac{x-3}{2} \;/ \cdot 18 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 9 \cdot (1 - 2 \cdot x) + 8 \cdot x - 27 \leq 2 \cdot (3 \cdot x + 2) - 9 \cdot (x - 3) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 9 - 18 \cdot x + 8 \cdot x - 27 \leq 6 \cdot x + 4 - 9 \cdot x + 27 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; -18 \cdot x + 8 \cdot x - 6 \cdot x + 9 \cdot x \leq 4 + 27 - 9 + 27 \;\Rightarrow\; -7 \cdot x \leq 49 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; -7 \cdot x \leq 49 \;/ : (-7) \;\Rightarrow\; x \geq -7.$$

Broj – 7 je najmanji cijeli broj za koji vrijedi x ≥ – 7.

Vježba 186

Odredi najmanji cijeli broj koji je rješenje nejednadžbe $\frac{1-2 \cdot x}{2} + \frac{4 \cdot x}{9} - \frac{3}{2} \leq \frac{3 \cdot x + 2}{9} + \frac{3 - x}{2}$.

Rezultat: – 7.

Zadatak 187 (Bucka i Medo, TUPŠ)

Rješenje nejednadžbe $(x-1)^2 > x^2 - 1$ je realan broj x:

$A.\ x < 1 \qquad B.\ -1 \leq x \leq 1 \qquad C.\ x \leq -1 \qquad D.\ x < 0$

Rješenje 187

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m} \quad , \quad a > b \;,\; c < 0 \;\Rightarrow\; \frac{a}{c} < \frac{b}{c}.$$

$$(x-1)^2 > x^2 - 1 \;\Rightarrow\; x^2 - 2 \cdot x + 1 > x^2 - 1 \;\Rightarrow\; x^2 - 2 \cdot x + 1 > x^2 - 1 \;\Rightarrow\; -2 \cdot x + 1 > -1 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; -2 \cdot x > -1 - 1 \;\Rightarrow\; -2 \cdot x > -2 \;\Rightarrow\; -2 \cdot x > -2 \;/ : (-2) \;\Rightarrow\; x < 1.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 187

Rješenje nejednadžbe $x^2 - 1 < (x-1)^2$ je realan broj x:

$A.\ x < 1 \qquad B.\ -1 \leq x \leq 1 \qquad C.\ x \leq -1 \qquad D.\ x < 0$

Rezultat: A.

Zadatak 188 (Viktorija, srednja škola)

Ako je $v = g \cdot t + v_\circ$ i $s = \frac{g}{2} \cdot t^2 + v_\circ \cdot t$, onda je t jednak:

$A.\ \frac{2 \cdot s}{v + v_\circ} \qquad B.\ \frac{2 \cdot s}{v - v_\circ} \qquad C.\ \frac{s}{v - v_\circ} \qquad D.\ \frac{2 \cdot s}{v} \qquad E.\ 2 \cdot s - v$

Rješenje 188

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\left. \begin{array}{l} v = g \cdot t + v_\circ \\ s = \frac{g}{2} \cdot t^2 + v_\circ \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} g \cdot t + v_\circ = v \\ s = \frac{g}{2} \cdot t^2 + v_\circ \cdot t \;/ \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} g \cdot t = v - v_\circ \\ 2 \cdot s = g \cdot t^2 + 2 \cdot v_\circ \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} g \cdot t = v - v_\circ \;/ \cdot \frac{1}{t} \\ 2 \cdot s = g \cdot t^2 + 2 \cdot v_\circ \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} g = \frac{v - v_\circ}{t} \\ 2 \cdot s = g \cdot t^2 + 2 \cdot v_\circ \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot s = \frac{v - v_\circ}{t} \cdot t^2 + 2 \cdot v_\circ \cdot t \Rightarrow 2 \cdot s = \frac{v - v_\circ}{\cancel{t}} \cdot t^{\cancel{2}} + 2 \cdot v_\circ \cdot t \Rightarrow 2 \cdot s = (v - v_\circ) \cdot t + 2 \cdot v_\circ \cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot s = v \cdot t - v_\circ \cdot t + 2 \cdot v_\circ \cdot t \Rightarrow 2 \cdot s = v \cdot t + v_\circ \cdot t \Rightarrow v \cdot t + v_\circ \cdot t = 2 \cdot s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (v + v_\circ) \cdot t = 2 \cdot s \Rightarrow (v + v_\circ) \cdot t = 2 \cdot s \;/ \cdot \frac{1}{v + v_\circ} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot s}{v + v_\circ}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 188

Ako je $v - v_\circ = g \cdot t$ i $s = \frac{g}{2} \cdot t^2 + v_\circ \cdot t$, onda je t jednak:

$A.\ \frac{2 \cdot s}{v + v_\circ} \qquad B.\ \frac{2 \cdot s}{v - v_\circ} \qquad C.\ \frac{s}{v - v_\circ} \qquad D.\ \frac{2 \cdot s}{v} \qquad E.\ 2 \cdot s - v$

Rezultat: A.

Zadatak 189 (Matija, gimnazija)

Nađite sva rješenja jednadžbe $(3 - x)^3 = 12 - 4 \cdot x.$

Rješenje 189

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad a^n : a^m = a^{n-m} \quad , \quad a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$(3 - x)^3 = 12 - 4 \cdot x \Rightarrow (3 - x)^3 = 4 \cdot (3 - x) \Rightarrow (3 - x)^3 - 4 \cdot (3 - x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (3 - x) \cdot \left((3 - x)^2 - 4 \right) = 0 \Rightarrow (3 - x) \cdot \left((3 - x)^2 - 2^2 \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (3-x)\cdot(3-x-2)\cdot(3-x+2)=0 \Rightarrow (3-x)\cdot(1-x)\cdot(5-x)=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3-x=0 \\ 1-x=0 \\ 5-x=0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x=-3 \\ -x=-1 \\ -x=-5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x=-3 \;/\cdot(-1) \\ -x=-1 \;/\cdot(-1) \\ -x=-5 \;/\cdot(-1) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1=3 \\ x_2=1 \\ x_3=5 \end{array}\right\}.$$

Vježba 189

Nađite sva rješenja jednadžbe $(x-3)^3=4\cdot x-12.$

Rezultat: 1, 3, 5.

Zadatak 190 (Katarina, maturantica)

Ako za x vrijedi $(2\cdot x+3)\cdot(5\cdot x-8)^{10}=0,$ koje sve vrijednosti može poprimiti izraz 5 · x – 8?

Rješenje 190

Ponovimo!

$$a^n=0 \Rightarrow a=0 \;,\; n\neq 0 \quad , \quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c} \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad n=\frac{n}{1}.$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ ili } b=0 \text{ ili } a=b=0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$(2\cdot x+3)\cdot(5\cdot x-8)^{10}=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\cdot x+3=0 \\ (5\cdot x-8)^{10}=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 2\cdot x+3=0 \\ 5\cdot x-8=0 \end{array}\right\}.$$

Vidimo da izraz 5 · x – 8 može poprimiti vrijednost 0.
Također iz

$$2\cdot x+3=0 \Rightarrow 2\cdot x=-3 \Rightarrow 2\cdot x=-3 \;/:2 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}.$$

Sada izraz može imati vrijednost

$$5\cdot x-8=\left[x=-\frac{8}{3}\right]=5\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)-8=-\frac{15}{2}-\frac{8}{1}=\frac{-15-16}{2}=-\frac{31}{2}.$$

Dakle, izraz 5 · x – 8 može poprimiti vrijednosti:

$$0, -\frac{31}{2}.$$

Vježba 190

Ako za x vrijedi $(2\cdot x+3)\cdot(5\cdot x-8)^{4}=0,$ koje sve vrijednosti može poprimiti izraz 5 · x – 8?

Rezultat: $0, -\frac{31}{2}.$

Zadatak 191 (Katarina, maturantica)

Izrazite b iz formule $a=\frac{2\cdot c}{b}+3.$

Rješenje 191

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1}\quad,\quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}\quad,\quad \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\quad,\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

1.inačica

$$a=\frac{2\cdot c}{b}+3\Rightarrow a=\frac{2\cdot c}{b}+3\ /\cdot b\Rightarrow a\cdot b=2\cdot c+3\cdot b\Rightarrow a\cdot b-3\cdot b=2\cdot c\Rightarrow$$

$$\Rightarrow b\cdot(a-3)=2\cdot c\Rightarrow b\cdot(a-3)=2\cdot c\ /\cdot\frac{1}{a-3}\Rightarrow b=\frac{2\cdot c}{a-3}.$$

2.inačica

$$a=\frac{2\cdot c}{b}+3\Rightarrow\frac{2\cdot c}{b}+3=a\Rightarrow\frac{2\cdot c}{b}=a-3\Rightarrow\frac{2\cdot c}{b}=\frac{a-3}{1}\Rightarrow\frac{b}{2\cdot c}=\frac{1}{a-3}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{b}{2\cdot c}=\frac{1}{a-3}\ /\cdot 2\cdot c\Rightarrow b=\frac{2\cdot c}{a-3}.$$

3.inačica

$$a=\frac{2\cdot c}{b}+3\Rightarrow a-3=\frac{2\cdot c}{b}\Rightarrow a-3=\frac{2\cdot c}{b}\ /\cdot\frac{b}{a-3}\Rightarrow b=\frac{2\cdot c}{a-3}.$$

Vježba 191

Izrazite b iz formule $a=\frac{2\cdot c}{b}-3.$

Rezultat: $b=\frac{2\cdot c}{a+3}.$

Zadatak 192 (Blek, srednja škola)

Odredite vrijednost realnog parametra m tako da graf funkcije $\left(\frac{1}{2}\cdot m-3\right)\cdot x-\left(\frac{1}{4}\cdot m+2\right)\cdot y+m=0$ sadrži točku A(1, – 2).

Rješenje 192

Ponovimo!

$$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}.$$

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Koordinate x i y točke A uvrstit ćemo u zadanu jednadžbu i izračunati m.

$$\left(\frac{1}{2} \cdot m - 3\right) \cdot x - \left(\frac{1}{4} \cdot m + 2\right) \cdot y + m = 0 \Rightarrow \left[A(x, y) = A(1, -2) \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2} \cdot m - 3\right) \cdot 1 - \left(\frac{1}{4} \cdot m + 2\right) \cdot (-2) + m = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m - 3 + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot m + 2\right) + m = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m - 3 + \frac{2}{4} \cdot m + 4 + m = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m - 3 + \frac{2}{4} \cdot m + 4 + m = 0 \ / \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot m - 12 + 2 \cdot m + 16 + 4 \cdot m = 0 \Rightarrow 2 \cdot m + 2 \cdot m + 4 \cdot m = 12 - 16 \Rightarrow 8 \cdot m = -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 \cdot m = -4 \ / \cdot \frac{1}{8} \Rightarrow m = -\frac{4}{8} \Rightarrow m = -\frac{4}{8} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Vježba 192

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 193 (Miroslav, srednja škola)

Riješi jednadžbu: $\left[68 - \frac{(100 - 3 \cdot x) \cdot 2}{13} \right] : 52 = 3.$

Rješenje 193

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad a : b = \frac{a}{b}.$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad , \quad a : b = c \Rightarrow a = b \cdot c.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

$$\left[68 - \frac{(100 - 3 \cdot x) \cdot 2}{13} \right] : 52 = 3 \Rightarrow \left[\frac{68}{1} - \frac{200 - 6 \cdot x}{13} \right] : \frac{52}{1} = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{884 - (200 - 6 \cdot x)}{13} \cdot \frac{1}{52} = 3 \Rightarrow \frac{884 - 200 + 6 \cdot x}{13} \cdot \frac{1}{52} = 3 \Rightarrow \frac{6 \cdot x + 684}{13} \cdot \frac{1}{52} = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{6\cdot x+684}{676}=3 \Rightarrow \frac{6\cdot x+684}{676}=3 \;/\cdot 676 \Rightarrow 6\cdot x+684=2028 \Rightarrow 6\cdot x=2028-684 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6\cdot x=1344 \Rightarrow 6\cdot x=1344 \;/:6 \Rightarrow x=224.$$

2.inačica

$$\left[68-\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}\right]:52=3 \Rightarrow \frac{68-\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}}{52}=3 \Rightarrow \frac{68-\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}}{52}=\frac{3}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 68-\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}=3\cdot 52 \Rightarrow 68-\frac{200-6\cdot x}{13}=156 \Rightarrow -\frac{200-6\cdot x}{13}=156-68 \Rightarrow$$

$$-\frac{200-6\cdot x}{13}=88 \Rightarrow -\frac{200-6\cdot x}{13}=\frac{88}{1} \Rightarrow -(200-6\cdot x)=88\cdot 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -200+6\cdot x=1144 \Rightarrow 6\cdot x=1144+200 \Rightarrow 6\cdot x=1344 \Rightarrow 6\cdot x=1344 \;/:6 \Rightarrow x=224.$$

3.inačica

$$\left[68-\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}\right]:52=3 \Rightarrow 68-\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}=3\cdot 52 \Rightarrow 68-\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}=156 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}=156-68 \Rightarrow -\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}=88 \Rightarrow -\frac{(100-3\cdot x)\cdot 2}{13}=88 \;/\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{100-3\cdot x}{13}=-44 \Rightarrow \frac{100-3\cdot x}{13}=-44 \;/\cdot 13 \Rightarrow 100-3\cdot x=-572 \Rightarrow -3\cdot x=-572-100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3\cdot x=-672 \Rightarrow -3\cdot x=-672 \;/:(-3) \Rightarrow x=224.$$

Vježba 193

Riješi jednadžbu: $\left[68+\frac{(3\cdot x-100)\cdot 2}{13}\right]:52=3.$

Rezultat: 224.

Zadatak 194 (Marijana, ekonomska škola)

Riješi jednadžbu: $|x-2|=|x+5|$.

Rješenje 194

Ponovimo!

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

$$\left|x-2\right|=\left|x+5\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-2=x+5 \\ x-2=-(x+5) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-2=x+5 \\ x-2=-x-5 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2 \neq 5 \text{ nema rješenja} \\ x+x=-5+2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+x=-5+2 \Rightarrow 2 \cdot x=-3 \Rightarrow 2 \cdot x=-3 \ /: 2 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}.$$

2.inačica

$$\left|x-2\right|=\left|x+5\right| \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{kvadriramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array}\right] \Rightarrow \left|x-2\right|=\left|x+5\right| \ /^{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|x-2\right|^{2}=\left|x+5\right|^{2} \Rightarrow (x-2)^{2}=(x+5)^{2} \Rightarrow x^{2}-4 \cdot x+4=x^{2}+10 \cdot x+25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^{2}-4 \cdot x+4=x^{2}+10 \cdot x+25 \Rightarrow -4 \cdot x+4=10 \cdot x+25 \Rightarrow -4 \cdot x-10 \cdot x=25-4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -14 \cdot x=21 \Rightarrow -14 \cdot x=21 \ /:(-14) \Rightarrow x=-\frac{21}{14} \Rightarrow x=-\frac{21}{14} \Rightarrow x=-\frac{3}{2}.$$

Vježba 194

Riješi jednadžbu: $\left|2-x\right|=\left|5+x\right|$.

Rezultat: $x=-\frac{3}{2}.$

Zadatak 195 (Katarina, srednja škola)

Za koje realne brojeve x i y vrijedi jednadžba $5 \cdot x^{2}+5 \cdot y^{2}+8 \cdot x \cdot y+2 \cdot y-2 \cdot x+2=0.$

Rješenje 195

Ponovimo!

$$(a-b)^{2}=a^{2}-2 \cdot a \cdot b+b^{2} \quad , \quad (a+b)^{2}=a^{2}+2 \cdot a \cdot b+b^{2}.$$

$$a^{2} \geq 0 \ , \ a \in R \quad , \quad a^{2}+b^{2}=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=0 \\ b=0 \end{array}\right\}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c)=a \cdot b+a \cdot c \quad , \quad a \cdot b+a \cdot c=a \cdot (b+c).$$

$$5 \cdot x^{2}+5 \cdot y^{2}+8 \cdot x \cdot y+2 \cdot y-2 \cdot x+2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x^{2}+8 \cdot x \cdot y+4 \cdot y^{2}+x^{2}-2 \cdot x+1+y^{2}+2 \cdot y+1=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(4 \cdot x^{2}+8 \cdot x \cdot y+4 \cdot y^{2}\right)+\left(x^{2}-2 \cdot x+1\right)+\left(y^{2}+2 \cdot y+1\right)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot \left(x^{2}+2 \cdot x \cdot y+y^{2}\right)+(x-1)^{2}+(y+1)^{2}=0 \Rightarrow 4 \cdot (x+y)^{2}+(x-1)^{2}+(y+1)^{2}=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=0 \\ x-1=0 \\ y+1=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=-y \\ x=1 \\ y=-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=1 \\ y=-1 \end{array}\right\}.$$

Vježba 195

Odmor!

Rezultat: …