

Zadatak 121 (Roco, gimnazija)

$$\text{Riješi jednađbu } \frac{0.3 \cdot x - 1}{0.05} - \frac{1.5 \cdot x - 1}{0.5} = 3 - \frac{0.2 \cdot x - 0.02}{0.01}.$$

Rješenje 121

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

$$\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}, \quad n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Decimalni brojevi

Neka je $a \in N_0$; b, c, d, ... su bilo koji elementi iz skupa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Zbroj

$$a + \frac{b}{10^1} + \frac{c}{10^2} + \frac{d}{10^3} + \dots$$

kraće pišemo

$$a.bcd\dots$$

i zovemo decimalni broj. (Čitamo: a cijelih, b desetinki, c stotinki, d tisućinki, ...)

Točka u izrazu a.bcd... zove se decimalna točka. Množimo li decimalni broj s dekadskom jedinicom koja ima k nula ($10 = 10^1$, $100 = 10^2$, $1000 = 10^3$, ...), dakle brojem 10^k , tada decimalnu točku pomaknemo za k mjesta udesno. Na primjer:

$$0.23 \cdot 10 = 2.3, \quad 0.07 \cdot 100 = 7, \quad 0.6 \cdot 100 = 60, \quad 1.375 \cdot 100 = 137.5$$

1. inačica

$$\frac{0.3 \cdot x - 1}{0.05} - \frac{1.5 \cdot x - 1}{0.5} = 3 - \frac{0.2 \cdot x - 0.02}{0.01} \Rightarrow \frac{0.3 \cdot x - 1}{0.05} - \frac{1.5 \cdot x - 1}{0.5} = 3 - \frac{0.2 \cdot x - 0.02}{0.01} \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 \cdot (0.3 \cdot x - 1) - 10 \cdot (1.5 \cdot x - 1) = 15 - 500 \cdot (0.2 \cdot x - 0.02) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 \cdot x - 100 - 15 \cdot x + 10 = 15 - 100 \cdot x + 10 \Rightarrow 30 \cdot x - 100 - 15 \cdot x + 10 = 15 - 100 \cdot x + 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 30 \cdot x - 100 - 15 \cdot x = 15 - 100 \cdot x \Rightarrow 30 \cdot x - 15 \cdot x + 100 \cdot x = 15 + 100 \Rightarrow 115 \cdot x = 115 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 115 \cdot x = 115 \quad /: 115 \Rightarrow x = 1.$$

2. inačica

$$\frac{0.3 \cdot x - 1}{0.05} - \frac{1.5 \cdot x - 1}{0.5} = 3 - \frac{0.2 \cdot x - 0.02}{0.01} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{100 \cdot (0.3 \cdot x - 1)}{100 \cdot 0.05} - \frac{10 \cdot (1.5 \cdot x - 1)}{10 \cdot 0.5} = 3 - \frac{100 \cdot (0.2 \cdot x - 0.02)}{100 \cdot 0.01} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{30 \cdot x - 100}{5} - \frac{15 \cdot x - 10}{5} = 3 - \frac{20 \cdot x - 2}{1} \Rightarrow \frac{30 \cdot x - 100}{5} - \frac{15 \cdot x - 10}{5} = \frac{3}{1} - \frac{20 \cdot x - 2}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{30 \cdot x - 100 - (15 \cdot x - 10)}{5} = \frac{3 - (20 \cdot x - 2)}{1} \Rightarrow \frac{30 \cdot x - 100 - 15 \cdot x + 10}{5} = \frac{3 - 20 \cdot x + 2}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{15 \cdot x - 90}{5} = \frac{5 - 20 \cdot x}{1} \Rightarrow 1 \cdot (15 \cdot x - 90) = 5 \cdot (5 - 20 \cdot x) \Rightarrow 15 \cdot x - 90 = 25 - 100 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 \cdot x + 100 \cdot x = 25 + 90 \Rightarrow 115 \cdot x = 115 \Rightarrow 115 \cdot x = 115 \quad /: 115 \Rightarrow x = 1.$$

Vježba 121

Riješi jednadžbu $\frac{0.3 \cdot x - 1}{0.05} + \frac{1 - 1.5 \cdot x}{0.5} = 3 + \frac{0.02 - 0.2 \cdot x}{0.01}$.

Rezultat: $x = 1$.

Zadatak 122 (Real, gimnazija)

Ako je $y = \frac{1 + a \cdot x}{a - x}$, onda je:

A. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y - a}$ B. $x = \frac{a \cdot y}{1 - y}$ C. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y + a}$ D. $x = \frac{a \cdot y - 1}{y + a}$

Rješenje 122

Ponovimo!

$$a = b \Rightarrow b = a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Preoblikujemo zadani izraz.

$$\begin{aligned} y = \frac{1 + a \cdot x}{a - x} &\Rightarrow y = \frac{1 + a \cdot x}{a - x} \cdot (a - x) \Rightarrow y \cdot (a - x) = 1 + a \cdot y \Rightarrow a \cdot y - x \cdot y = 1 + a \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 + a \cdot x = a \cdot y - x \cdot y \Rightarrow a \cdot x + x \cdot y = a \cdot y - 1 \Rightarrow x \cdot (a + y) = a \cdot y - 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \cdot (a + y) = a \cdot y - 1 \cdot \frac{1}{a + y} \Rightarrow x = \frac{a \cdot y - 1}{a + y} \Rightarrow x = \frac{a \cdot y - 1}{y + a}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 122

Ako je $y = -\frac{1 + a \cdot x}{x - a}$, onda je:

A. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y - a}$ B. $x = \frac{a \cdot y}{1 - y}$ C. $x = \frac{a \cdot y + 1}{y + a}$ D. $x = \frac{a \cdot y - 1}{y + a}$

Rezultat: D.

Zadatak 123 (Iva, hotelijerska škola)

Marko ima 16 novčanica i njihova je ukupna vrijednost 250 kn. Neke od novčanica imaju vrijednost 10 kn, a sve ostale 20 kn. Za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn?

A. za 90 kn B. za 100 kn C. za 110 kn D. za 120 kn

Rješenje 123

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Označimo slovom x broj novčanica koje imaju vrijednost 10 kn. Budući da je ukupan broj novčanica 16, tada ima $16 - x$ novčanica koje imaju vrijednost 20 kn. Ukupna vrijednost novčanica:

- od 10 kn je $10 \cdot x$
- od 20 kn je $20 \cdot (16 - x)$

pa vrijedi jednadžba:

$$10 \cdot x + 20 \cdot (16 - x) = 250 \Rightarrow 10 \cdot x + 320 - 20 \cdot x = 250 \Rightarrow 10 \cdot x - 20 \cdot x = 250 - 320 \Rightarrow \\ \Rightarrow -10 \cdot x = -70 \Rightarrow -10 \cdot x = -70 \text{ } /: (-10) \Rightarrow x = 7.$$

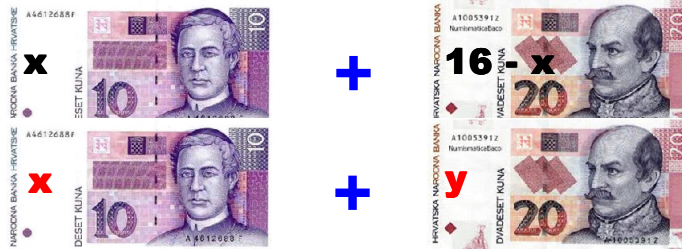
Novčanica koje imaju vrijednost 10 kn ima 7, a novčanica koje imaju vrijednost 20 kn ima

$$16 - 7 = 9.$$

Računamo za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn:

$$9 \cdot 20 \text{ kn} - 7 \cdot 10 \text{ kn} = 180 \text{ kn} - 70 \text{ kn} = 110 \text{ kn}.$$

Odgovor je pod C.



2.inačica

Neka su x i y brojevi novčanica koje imaju vrijednost 10 kn, odnosno 20 kn. Budući da je ukupan broj novčanica 16, vrijedi jednadžba:

$$x + y = 16.$$

Ukupna vrijednost novčanica:

- od 10 kn je $10 \cdot x$
- od 20 kn je $20 \cdot y$

pa prema uvjetu zadatka možemo napisati jednadžbu:

$$10 \cdot x + 20 \cdot y = 250.$$

Riješimo sustav jednadžbi:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 16 \\ 10 \cdot x + 20 \cdot y = 250 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenta} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 16 \\ 10 \cdot x + 20 \cdot y = 250 \text{ } /: (-10) \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 16 \\ -x - 2 \cdot y = -25 \end{array} \right\} \Rightarrow -y = -9 \Rightarrow -y = -9 \text{ } /: (-1) \Rightarrow y = 9.$$

Računamo x .

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 16 \\ y = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow x + 9 = 16 \Rightarrow x = 16 - 9 \Rightarrow x = 7.$$

Novčanica koje imaju vrijednost 10 kn ima 7, a novčanica koje imaju vrijednost 20 kn ima 9.

Računamo za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn:

$$9 \cdot 20 \text{ kn} - 7 \cdot 10 \text{ kn} = 180 \text{ kn} - 70 \text{ kn} = 110 \text{ kn}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 123

Marko ima 16 novčanica i njihova je ukupna vrijednost 260 kn. Neke od novčanica imaju vrijednost 10 kn, a sve ostale 20 kn. Za koliko je veći iznos u novčanicama od 20 kn, nego u novčanicama od 10 kn?

- A. za 100 kn B. za 120 kn C. za 140 kn D. za 160 kn

Rezultat: C.

Zadatak 124 (Anita, medicinska škola)

Za koje vrijednosti realnog parametra a je rješenje x jednadžbe $2 \cdot x \cdot (a+3) + a \cdot (x-5) = 3 \cdot a \cdot x - 6$ veće od 2?

Rješenje 124

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Izračunamo x iz zadane jednadžbe.

$$\begin{aligned} 2 \cdot x \cdot (a+3) + a \cdot (x-5) &= 3 \cdot a \cdot x - 6 \Rightarrow 2 \cdot a \cdot x + 6 \cdot x + a \cdot x - 5 \cdot a = 3 \cdot a \cdot x - 6 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot a \cdot x + 6 \cdot x + a \cdot x - 3 \cdot a \cdot x &= -6 + 5 \cdot a \Rightarrow 2 \cdot a \cdot x + 6 \cdot x + a \cdot x - 3 \cdot a \cdot x = -6 + 5 \cdot a \Rightarrow \\ \Rightarrow 6 \cdot x &= -6 + 5 \cdot a \Rightarrow 6 \cdot x = -6 + 5 \cdot a \quad / : 6 \Rightarrow x = \frac{-6 + 5 \cdot a}{6}. \end{aligned}$$

Budući da x mora biti veći od 2, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{-6 + 5 \cdot a}{6} \\ x > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{-6 + 5 \cdot a}{6} > 2 \Rightarrow \frac{-6 + 5 \cdot a}{6} > 2 \quad / \cdot 6 \Rightarrow -6 + 5 \cdot a > 12 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot a > 12 + 6 \Rightarrow 5 \cdot a > 18 \Rightarrow 5 \cdot a > 18 \quad / : 5 \Rightarrow a > \frac{18}{5}.$$

Vježba 124

Za koje vrijednosti realnog parametra a je rješenje x jednadžbe $2 \cdot x \cdot (a+3) + a \cdot (x-5) = 3 \cdot a \cdot x - 6$ veće od 4?

Rezultat: $a > 6$.

Zadatak 125 (Mateo, gimnazija)

Odredite sve vrijednosti parametra a za koje jednadžba $x - a = 4 \cdot (x - 1)$ ima rješenje $x \geq 0$.

$$A. a \geq 0 \quad B. a \leq 1 \quad C. a \leq 4 \quad D. a \geq \frac{4}{3}$$

Rješenje 125

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \quad a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

$$\textcircled{1} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a} \text{ rješenje jednadžbe}$$

$$\textcircled{2} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b \text{ jednađba nema rješenja}$$

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

$$\textcircled{3} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0 \text{ jednađba je neodređena}$$

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$a \geq b, c > 0 \Rightarrow a \cdot c \geq b \cdot c, \quad a \geq b, c < 0 \Rightarrow a \cdot c \leq b \cdot c.$$

Najprije riješimo jednađbu.

$$\begin{aligned} x-a &= 4 \cdot (x-1) \Rightarrow x-a = 4 \cdot x - 4 \Rightarrow x-4 \cdot x = -4+a \Rightarrow -3 \cdot x = -4+a \Rightarrow \\ &\Rightarrow -3 \cdot x = -4+a \quad / \cdot (-1) \Rightarrow 3 \cdot x = 4-a \Rightarrow 3 \cdot x = 4-a \quad / \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{4-a}{3}. \end{aligned}$$

Budući da je $x \geq 0$, dobije se linearna nejednađba po nepoznatici a:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{4-a}{3} \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4-a}{3} \geq 0 \Rightarrow \frac{4-a}{3} \geq 0 \quad / \cdot 3 \Rightarrow 4-a \geq 0 \Rightarrow -a \geq -4 \Rightarrow -a \geq -4 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow a \leq 4.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 125

Odredite sve vrijednosti parametra a za koje jednađba $2 \cdot x - a - 1 = 5 \cdot (x-1)$ ima rješenje $x \geq 0$.

$$A. a \geq 0 \quad B. a \leq 1 \quad C. a \leq 4 \quad D. a \geq \frac{4}{3}$$

Rezultat: C.

Zadatak 126 (Dado, gimnazija)

Riješi u skupu Z jednađbu $x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z = x + y + z + x \cdot y \cdot z$.

Rješenje 126

Ponovimo!

$$a = b, c \in R \Rightarrow a + c = b + c.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skup cijelih brojeva čine brojevi $\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ koje označavamo slovom Z i zapisujemo kao

$$Z = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n, n+1, \dots\}.$$

Preoblikujemo jednađbu u oblik:

$$\begin{aligned} x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z &= x + y + z + x \cdot y \cdot z \Rightarrow x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z = x + y + z + x \cdot y \cdot z \quad / + 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 + x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z = x + y + z + x \cdot y \cdot z + 1 \Rightarrow 1 + x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z - x - y - z - x \cdot y \cdot z = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 - z - y + y \cdot z - x + x \cdot z + x \cdot y - x \cdot y \cdot z = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1-z) + (-y + y \cdot z) + (-x + x \cdot z) + (x \cdot y - x \cdot y \cdot z) = 1 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow (1-z) - y \cdot (1-z) - x \cdot (1-z) + x \cdot y \cdot (1-z) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1-z) - y \cdot (1-z) - x \cdot (1-z) + x \cdot y \cdot (1-z) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1-z) \cdot (1-y-x+x \cdot y) = 1 \Rightarrow (1-z) \cdot ((1-y) + (-x+x \cdot y)) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1-z) \cdot ((1-y) - x \cdot (1-y)) = 1 \Rightarrow (1-z) \cdot ((1-y) - x \cdot (1-y)) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (1-z) \cdot (1-y)(1-x) = 1 \Rightarrow (1-x) \cdot (1-y)(1-z) = 1. \end{aligned}$$

Budući da umnožak tri faktora mora biti jednak 1, a rješavamo jednadžbu u skupu cijelih brojeva, slijedi:

$$\bullet \left. \begin{array}{l} 1-x=1 \\ 1-y=1 \\ 1-z=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1-x=1 \\ 1-y=1 \\ 1-z=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \\ z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y, z) = (0, 0, 0)$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} 1-x=-1 \\ 1-y=-1 \\ 1-z=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-1-1 \\ -y=-1-1 \\ 1-z=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \\ -y=-2 \\ z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \cdot (-1) \\ -y=-2 \cdot (-1) \\ z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x=2 \\ y=2 \\ z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y, z) = (2, 2, 0)$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} 1-x=-1 \\ 1-y=1 \\ 1-z=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-1-1 \\ 1-y=1 \\ -z=-1-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \\ y=0 \\ -z=-2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \cdot (-1) \\ y=0 \\ -z=-2 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x=2 \\ y=0 \\ z=2 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y, z) = (2, 0, 2)$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} 1-x=1 \\ 1-y=-1 \\ 1-z=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1-x=1 \\ -y=-1-1 \\ -z=-1-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x=0 \\ -y=-2 \\ -z=-2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x=0 \\ -y=-2 \cdot (-1) \\ -z=-2 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x=0 \\ y=2 \\ z=2 \end{array} \right\} \Rightarrow (x, y, z) = (0, 2, 2).$$

Vježba 126

Riješi u skupu N jednadžbu $x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z = x + y + z + x \cdot y \cdot z$.

Rezultat: Nema rješenja, $0 \notin N$.

Zadatak 127 (Ana, gimnazija)

$$\text{Riješi jednadžbu: } \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot x + 1 \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} = 1.$$

Rješenje 127

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot b = a \quad , \quad a = b \quad , \quad c \in R \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

Množenjem jednadžbe sa 3 rješavamo se vitičaste zagrade i dobijemo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} &= 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} = 1 / \cdot 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} &= 3 \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} = 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 &= 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] = 3 - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] &= 2. \end{aligned}$$

Množenjem jednadžbe sa 3 rješavamo se uglate zagrade i dobijemo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] &= 2 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] = 2 / \cdot 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] &= 6 \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 \right] = 6 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) + 1 &= 6 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) = 6 - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) &= 5. \end{aligned}$$

Množenjem jednadžbe sa 3 rješavamo se vanjske okrugle zagrade i dobijemo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) &= 5 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) = 5 / \cdot 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) &= 15 \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 \right) = 15 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) + 1 = 15 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) &= 15 - 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) = 14. \end{aligned}$$

Množenjem jednadžbe sa 3 rješavamo se preostale okrugle zagrade i dobijemo:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) &= 14 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) = 14 / \cdot 3 \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) = 42 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot (x+1) \right) &= 42 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot (x+1) = 42 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot x = 42 - 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot x = 41 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot x &= 41 / \cdot 3 \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 123 \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot x = 123 \Rightarrow x = 123. \end{aligned}$$

2. inačica

Uporabom zakona distribucije množenja prema zbrajanju više puta prvo se riješimo unutarnje okrugle zagrade, zatim vanjske okrugle pa uglate i konačno vitičaste zagrade.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot x + 1 \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} &= 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{9} \cdot x + \frac{1}{3} + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{27} \cdot x + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 \right] + 1 \right\} = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{81} \cdot x + \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 \right\} = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{1}{243} \cdot x + \frac{1}{81} + \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow \frac{1}{243} \cdot x + \frac{1}{81} + \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = 1 \quad / \cdot 243 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x + 3 + 9 + 27 + 81 = 243 \Rightarrow x = 243 - 3 - 9 - 27 - 81 \Rightarrow x = 123. \end{aligned}$$

Vježba 127

Riješi jednadžbu: $\frac{1}{3} \cdot \left\{ \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot x + 1 \right) + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} - 1 = 0.$

Rezultat: $x = 123.$

Zadatak 128 (BBB, tehnička škola)

Riješi jednadžbu: $\left(\frac{2 \cdot x - 15}{6} \right)^2 - \left(\frac{2 \cdot x - 3}{6} \right)^2 = 4.$

Rješenje 128

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n,$$

$$a^1 = a, \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b), \quad \frac{a-b}{n} = \frac{a}{n} - \frac{b}{n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \quad a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

$$\textcircled{3} \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0 \text{ jednadžba je neodređena}$$

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in \mathbb{R}$.

1. inačica

$$\begin{aligned} \left(\frac{2 \cdot x - 15}{6}\right)^2 - \left(\frac{2 \cdot x - 3}{6}\right)^2 &= 4 \Rightarrow \frac{(2 \cdot x - 15)^2}{6^2} - \frac{(2 \cdot x - 3)^2}{6^2} = 4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(2 \cdot x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot x \cdot 15 + 15^2}{36} - \frac{(2 \cdot x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2}{36} = 4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{4 \cdot x^2 - 60 \cdot x + 225}{36} - \frac{4 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9}{36} = 4 \Rightarrow \frac{4 \cdot x^2 - 60 \cdot x + 225}{36} - \frac{4 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9}{36} = 4 \quad / \cdot 36 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot x^2 - 60 \cdot x + 225 - (4 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9) = 144 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot x^2 - 60 \cdot x + 225 - 4 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 9 = 144 \Rightarrow 4 \cdot x^2 - 60 \cdot x + 225 - 4 \cdot x^2 + 12 \cdot x - 9 = 144 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -60 \cdot x + 225 + 12 \cdot x - 9 = 144 \Rightarrow -60 \cdot x + 12 \cdot x = 144 - 225 + 9 \Rightarrow -48 \cdot x = -72 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -48 \cdot x = -72 \quad / : (-48) \Rightarrow x = \frac{72}{48} \Rightarrow x = \frac{72}{48} \Rightarrow x = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} \left(\frac{2 \cdot x - 15}{6}\right)^2 - \left(\frac{2 \cdot x - 3}{6}\right)^2 &= 4 \Rightarrow \left(\frac{2 \cdot x - 15}{6} - \frac{2 \cdot x - 3}{6}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot x - 15}{6} + \frac{2 \cdot x - 3}{6}\right) = 4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{2 \cdot x - 15 - (2 \cdot x - 3)}{6} \cdot \frac{2 \cdot x - 15 + 2 \cdot x - 3}{6} = 4 \Rightarrow \frac{2 \cdot x - 15 - 2 \cdot x + 3}{6} \cdot \frac{2 \cdot x - 15 + 2 \cdot x - 3}{6} = 4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{2 \cdot x - 15 - 2 \cdot x + 3}{6} \cdot \frac{4 \cdot x - 18}{6} = 4 \Rightarrow \frac{-12}{6} \cdot \frac{4 \cdot x - 18}{6} = 4 \Rightarrow \frac{-12}{6} \cdot \frac{4 \cdot x - 18}{6} = 4 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -2 \cdot \frac{4 \cdot x - 18}{6} = 4 \Rightarrow -2 \cdot \frac{4 \cdot x - 18}{6} = 4 \Rightarrow -\frac{4 \cdot x - 18}{3} = 4 \Rightarrow -\frac{4 \cdot x - 18}{3} = 4 \quad / \cdot (-3) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot x - 18 = -12 \Rightarrow 4 \cdot x = -12 + 18 \Rightarrow 4 \cdot x = 6 \Rightarrow 4 \cdot x = 6 \quad / : 4 \Rightarrow x = \frac{6}{4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{6}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Vježba 128

Riješi jednadžbu: $\left(\frac{2 \cdot x - 15}{6}\right)^2 - 4 = \left(\frac{2 \cdot x - 3}{6}\right)^2$.

Rezultat: $x = \frac{3}{2}$.

Zadatak 129 (Leon, trgovačka škola)

Za prijevoz tereta potrebno je 50 cisterni, svaka nosivosti 16.4 tona. Kolika je nosivost cisterne, ako je za isti teret potrebno 20 cisterni? Ako je nosivost cisterne 5 tona, koliko cisterni treba za isti teret?

Rješenje 129

Ponovimo!

$$\left. \begin{array}{l} a - \text{faktor} \\ a \cdot b = c \Rightarrow b - \text{faktor} \\ c - \text{umnožak (produkt)} \end{array} \right\}, \quad \left. \begin{array}{l} a - \text{djeljenik} \\ a : b = k \Rightarrow b - \text{djelitelj} \\ c - \text{kvocijent} \end{array} \right\}.$$

1. inačica

Budući da za prijevoz treba 50 cisterni, svaka nosivosti 16.4 tone, ukupna masa tereta iznosi:

$$16.4 \text{ t} \cdot 50 = 820 \text{ t}.$$

Ako je za isti teret, čija je masa 820 t, potrebno 20 cisterni, onda je nosivost svake cisterne

$$820 \text{ t} : 20 = 41 \text{ t}.$$

Ako je pak nosivost cisterne 5 tona, onda će za prijevoz istog tereta, mase 820 t, trebati

$$820 \text{ t} : 5 \text{ t} = 164$$

cisterne.

2. inačica

Ako je za prijevoz tereta potrebno 50 cisterni, svaka nosivosti 16.4 tone, tada se isti teret može prevesti pomoću 20 cisterni čija je nosivost svake od njih x pa vrijedi jednačba:

$$20 \cdot x = 50 \cdot 16.4 \Rightarrow 20 \cdot x = 50 \cdot 16.4 \quad / : 20 \Rightarrow x = \frac{50 \cdot 16.4}{20} \Rightarrow x = 41 \text{ t}.$$

Ako je za prijevoz tereta potrebno 50 cisterni, svaka nosivosti 16.4 tone, tada se isti teret može prevesti pomoću x cisterni čija je nosivost svake od njih 5 tona pa vrijedi jednačba:

$$5 \cdot x = 50 \cdot 16.4 \Rightarrow 5 \cdot x = 50 \cdot 16.4 \quad / : 5 \Rightarrow x = \frac{50 \cdot 16.4}{5} \Rightarrow x = 164.$$

Ili ovako:

Ako je za prijevoz tereta potrebno 20 cisterni, svaka nosivosti 41 tona, tada se isti teret može prevesti pomoću x cisterni čija je nosivost svake od njih 5 tona pa vrijedi jednačba:

$$5 \cdot x = 20 \cdot 41 \Rightarrow 5 \cdot x = 20 \cdot 41 \quad / : 5 \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 41}{5} \Rightarrow x = 164.$$



Vježba 129

Za prijevoz tereta potrebno je 50 cisterni, svaka nosivosti 16.4 tone. Kolika je nosivost cisterne, ako je za isti teret potrebno 40 cisterni?

Rezultat: 20.5 t.

Zadatak 130 (Borna, gimnazija)

Ako je $\frac{x-2 \cdot y}{2 \cdot x+y} = 3$, koliko je $\frac{x+3 \cdot y}{3 \cdot x-y}$?

Rješenje 130

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Iz zadane jednačbe izračunamo, na primjer, x .

$$\begin{aligned} \frac{x-2 \cdot y}{2 \cdot x+y} = 3 &\Rightarrow \frac{x-2 \cdot y}{2 \cdot x+y} = 3 \cdot (2 \cdot x+y) \Rightarrow x-2 \cdot y = 3 \cdot (2 \cdot x+y) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x-2 \cdot y = 6 \cdot x+3 \cdot y \Rightarrow x-6 \cdot x = 3 \cdot y+2 \cdot y \Rightarrow -5 \cdot x = 5 \cdot y \Rightarrow \\ &\Rightarrow -5 \cdot x = 5 \cdot y \quad /: (-5) \Rightarrow x = -y. \end{aligned}$$

Sada je:

$$\frac{x+3 \cdot y}{3 \cdot x-y} = \left[\begin{array}{l} \text{zamjena} \\ x = -y \end{array} \right] = \frac{-y+3 \cdot y}{3 \cdot (-y)-y} = \frac{2 \cdot y}{-3 \cdot y-y} = \frac{2 \cdot y}{-4 \cdot y} = -\frac{2 \cdot y}{4 \cdot y} = -\frac{2}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

Vježba 130

Ako je $\frac{x-2 \cdot y}{2 \cdot x+y} = 3$, koliko je $\frac{3 \cdot x-y}{x+3 \cdot y}$?

Rezultat: -2 .

Zadatak 131 (Ana, gimnazija)

Izračunaj x iz jednakosti, primjenjujući svojstva osnovnih računskih operacija s racionalnim brojevima.

$$208 : \left[112 - \frac{(100-3 \cdot x) \cdot 4}{23} \right] = 2.$$

Rješenje 131

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a-c}{b-d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

$$\begin{aligned} 208 : \left[112 - \frac{(100-3 \cdot x) \cdot 4}{23} \right] = 2 &\Rightarrow 208 : \left[\frac{112}{1} - \frac{400-12 \cdot x}{23} \right] = 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 208 : \frac{2576 - (400-12 \cdot x)}{23} = 2 \Rightarrow 208 : \frac{2576-400+12 \cdot x}{23} = 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 208 : \frac{2176+12 \cdot x}{23} = 2 \Rightarrow \frac{208}{1} \cdot \frac{23}{2176+12 \cdot x} = 2 \Rightarrow \frac{4784}{2176+12 \cdot x} = 2. \end{aligned}$$

Budući da se nepoznanica x nalazi u nazivniku, moramo provesti raspravu. Moramo postaviti uvjet da nazivnik mora biti različit od nule.

$$\begin{aligned} 2176+12 \cdot x \neq 0 &\Rightarrow 12 \cdot x \neq -2176 \Rightarrow 12 \cdot x \neq -2176 \quad /: 12 \Rightarrow x \neq -\frac{2176}{12} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \neq -\frac{2176}{12} \Rightarrow x \neq -\frac{544}{3}. \end{aligned}$$

Sada računamo x .

$$\frac{4784}{2176+12 \cdot x} = 2 \Rightarrow \frac{4784}{2176+12 \cdot x} = 2 \quad /: (2176+12 \cdot x) \Rightarrow 4784 = 2 \cdot (2176+12 \cdot x) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 4784 &= 2 \cdot (2176 + 12 \cdot x) \quad / : 2 \Rightarrow 2392 = 2176 + 12 \cdot x \Rightarrow 2176 + 12 \cdot x = 2392 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 12 \cdot x = 2392 - 2176 \Rightarrow 12 \cdot x = 216 \Rightarrow 12 \cdot x = 216 \quad / : 12 \Rightarrow x = 18. \end{aligned}$$

Vježba 131

Izračunaj x iz jednakosti, primjenjujući svojstva osnovnih računskih operacija s racionalnim brojevima.

$$104 : \left[112 - \frac{(100 - 3 \cdot x) \cdot 4}{23} \right] = 1.$$

Rezultat: $x = 18.$

Zadatak 132 (Ana, gimnazija)

Izračunaj x iz jednakosti, primjenjujući svojstva osnovnih računskih operacija s racionalnim brojevima.

$$\left[\frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 \right] : 5 = 5.$$

Rješenje 132

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot b = a.$$

$$\begin{aligned} &\left[\frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 \right] : 5 = 5 \Rightarrow \left[\frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 \right] \cdot \frac{1}{5} = 5 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 \right] \cdot \frac{1}{5} = 5 \quad / \cdot 5 \Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 = 25 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} = 25 - 24 \Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} = 1 \Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} = 1 \quad / \cdot 29 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (145 - 24 \cdot x) : 5 = 29 \Rightarrow (145 - 24 \cdot x) \cdot \frac{1}{5} = 29 \Rightarrow (145 - 24 \cdot x) \cdot \frac{1}{5} = 29 \quad / \cdot 5 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 145 - 24 \cdot x = 145 \Rightarrow 145 - 24 \cdot x = 145 \Rightarrow -24 \cdot x = 0 \Rightarrow -24 \cdot x = 0 \quad / : (-24) \Rightarrow x = 0. \end{aligned}$$

Vježba 132

Izračunaj x iz jednakosti, primjenjujući svojstva osnovnih računskih operacija s racionalnim brojevima.

$$\left[\frac{(145 + 12 \cdot x) : 5}{29} + 24 \right] : 5 = 5.$$

Rezultat: $x = 0.$

Zadatak 133 (Ivana, ekonomska škola)

Kojim brojem treba podijeliti broj 125 da se dobije kvocijent 31 i ostatak 1?

- A. 4 B. 4.01 C. 4.02 D. 30

Rješenje 133

Ponovimo!

Neka su a i b brojevi iz skupa $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ takvi da je $b \neq 0$ i $a > b$. Tada postoje jedinstveni brojevi q i r iz $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ takvi da je

$$a = b \cdot q + r, \quad 0 \leq r < b.$$

Broj a naziva se djeljenik (dividend). Broj b naziva se djelitelj (divizor). Broj q naziva se kvocijent (količnik). Broj r naziva se ostatak.

1. inačica

Označimo slovom x djelitelj kojim treba podijeliti djeljenik 125 da se dobije kvocijent 31 i ostatak 1. Tada vrijedi jednažba:

$$125 = 31 \cdot x + 1 \Rightarrow 31 \cdot x + 1 = 125 \Rightarrow 31 \cdot x = 125 - 1 \Rightarrow 31 \cdot x = 124 \Rightarrow 31 \cdot x = 124 \text{ /: } 31 \Rightarrow x = 4.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Označimo slovom x djelitelj kojim treba podijeliti djeljenik 125 da se dobije kvocijent 31 i ostatak 1. Imamo jednažbu:

$$\frac{125}{x} = 31 + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{125}{x} = 31 + \frac{1}{x} \text{ /: } x \Rightarrow 125 = 31 \cdot x + 1 \Rightarrow 31 \cdot x + 1 = 125 \Rightarrow \\ \Rightarrow 31 \cdot x = 125 - 1 \Rightarrow 31 \cdot x = 124 \Rightarrow 31 \cdot x = 124 \text{ /: } 31 \Rightarrow x = 4.$$

Odgovor je pod A.

3. inačica

Ako od djeljenika 125 oduzmemo ostatak 1 dobit ćemo broj djeljiv sa 31. Rezultat je traženi djelitelj.

$$(125 - 1) : 31 = 124 : 31 = 4.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 133

Kojim brojem treba podijeliti broj 126 da se dobije kvocijent 31 i ostatak 2?

- A. 4 B. 4.01 C. 4.02 D. 30

Rezultat: A.

Zadatak 134 (Ivana, ekonomska škola)

Radnik A obavi posao za 2 sata, a radnik B za 1 sat. Za koje bi vrijeme obavili posao radeći zajedno?

- A. 20 minuta B. 30 minuta C. 40 minuta D. 45 minuta

Rješenje 134

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad 1 \text{ h} = 60 \text{ min.}$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Za 1 sat:

- radnik A obavi $\frac{1}{2}$ posla
- radnik B obavi cijeli posao, $\frac{1}{1} = 1$.

Radeći zajedno za 1 sat obave

$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$$

posla.

Budući da za 1 sat obave $\frac{3}{2}$ posla, onda će cijeli posao obaviti za

$$1 : \frac{3}{2} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

sata. Vrijeme u minutama iznosi:

$$\frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ min} = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ min} = 40 \text{ min}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Za 1 sat:

- radnik A obavi $\frac{1}{2}$ posla
- radnik B obavi cijeli posao, $\frac{1}{1} = 1$.

Radeći zajedno za 1 sat obave

$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$$

posla.

Neka je x vrijeme za koje radnici zajedno obave cijeli posao. Tada vrijedi jednačba:

$$\frac{3}{2} \cdot x = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot x = 1 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3} h.$$

Vrijeme u minutama iznosi:

$$\frac{2}{3} h = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ min} = \frac{2}{3} \cdot 60 \text{ min} = 40 \text{ min}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 134

Radnik A obavi posao za 3 sata, a radnik B za 1 sat. Za koje bi vrijeme obavili posao radeći zajedno?

- A. 20 minuta B. 30 minuta C. 40 minuta D. 45 minuta

Rezultat: D.

Zadatak 135 (Ivana, ekonomska škola)

Posao slaganja proizvoda na policu trajao je 2 dana. Prvog je dana poslagano $\frac{3}{5}$ proizvoda, a drugog dana 50 proizvoda. Koliko je ukupno proizvoda poslagano na policu?

- A. 80 B. 100 C. 125 D. 200

Rješenje 135

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Budući da je prvog dana poslagano $\frac{3}{5}$ proizvoda, drugog dana je poslagano:

$$1 - \frac{3}{5} = \frac{1}{1} - \frac{3}{5} = \frac{5-3}{5} = \frac{2}{5}$$

proizvoda što iznosi 50 komada.

Označimo li slovom x ukupan broj proizvoda, tada imamo jednadžbu

$$\frac{2}{5} \cdot x = 50 \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot x = 50 \quad / \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow x = 50 \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow x = 50 \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow x = 125.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Označimo slovom x ukupan broj proizvoda. Prvog dana poslagano je $\frac{3}{5}$ proizvoda što iznosi

$$\frac{3}{5} \cdot x.$$

Drugog dana poslagano je 50 proizvoda. Budući da su u dva dana poslagani svi proizvodi, imamo jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \cdot x + 50 = x &\Rightarrow \frac{3}{5} \cdot x + 50 = x \quad / \cdot 5 \Rightarrow 3 \cdot x + 250 = 5 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x - 5 \cdot x = -250 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -2 \cdot x = -250 \Rightarrow -2 \cdot x = -250 \quad / : (-2) \Rightarrow x = 125. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 135

Radnik A obavi posao za 3 sata, a radnik B za 1 sat. Za koje bi vrijeme obavili posao radeći zajedno?

- A. 20 minuta B. 30 minuta C. 40 minuta D. 45 minuta

Rezultat: D.

Zadatak 136 (Tomo, tehnička škola)

Uz pretpostavku da $a \notin \{-1, 1\}$, riješite jednadžbu $\frac{a + \frac{x}{1-a}}{a - \frac{x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a}$.

- A. a B. a² C. a³ D. a⁴

Rješenje 136

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

$$\begin{aligned} \frac{a + \frac{x}{1-a}}{a - \frac{x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a} &\Rightarrow \frac{\frac{a}{1} + \frac{x}{1-a}}{\frac{a}{1} - \frac{x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a} \Rightarrow \frac{\frac{a \cdot (1-a) + x}{1-a}}{\frac{a \cdot (1+a) - x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a} \Rightarrow \frac{\frac{a-a^2+x}{1-a}}{\frac{a+a^2-x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(1+a) \cdot (a-a^2+x)}{(1-a) \cdot (a+a^2-x)} = \frac{1+a}{1-a} \Rightarrow \frac{(1+a) \cdot (a-a^2+x)}{(1-a) \cdot (a+a^2-x)} = \frac{1+a}{1-a} \cdot \frac{1-a}{1+a} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(1+a) \cdot (a-a^2+x)}{(1-a) \cdot (a+a^2-x)} \cdot \frac{1-a}{1+a} = 1 \Rightarrow \frac{(1+a) \cdot (a-a^2+x)}{(1-a) \cdot (a+a^2-x)} \cdot \frac{1-a}{1+a} = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{a-a^2+x}{a+a^2-x} = 1 \Rightarrow \frac{a-a^2+x}{a+a^2-x} = 1 \cdot \frac{1}{(a+a^2-x)} \Rightarrow a-a^2+x = a+a^2-x \Rightarrow \\ &\Rightarrow a-a^2+x = a+a^2-x \Rightarrow -a^2+x = a^2-x \Rightarrow x+x = a^2+a^2 \Rightarrow 2 \cdot x = 2 \cdot a^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot x = 2 \cdot a^2 \quad /: 2 \Rightarrow x = a^2. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

2. inačica

$$\begin{aligned} \frac{a + \frac{x}{1-a}}{a - \frac{x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a} &\Rightarrow \frac{a + \frac{x}{1-a}}{a - \frac{x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a} \cdot \frac{1-a}{1+a} \Rightarrow \frac{a + \frac{x}{1-a}}{a - \frac{x}{1+a}} \cdot \frac{1-a}{1+a} = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\left(a + \frac{x}{1-a}\right) \cdot (1-a)}{\left(a - \frac{x}{1+a}\right) \cdot (1+a)} = 1 \Rightarrow \frac{a \cdot (1-a) + x}{a \cdot (1+a) - x} = 1 \Rightarrow \frac{a-a^2+x}{a+a^2-x} = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{a-a^2+x}{a+a^2-x} = 1 \cdot \frac{1}{(a+a^2-x)} \Rightarrow a-a^2+x = a+a^2-x \Rightarrow \\ &\Rightarrow a-a^2+x = a+a^2-x \Rightarrow -a^2+x = a^2-x \Rightarrow x+x = a^2+a^2 \Rightarrow 2 \cdot x = 2 \cdot a^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot x = 2 \cdot a^2 \quad /: 2 \Rightarrow x = a^2. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 136

Uz pretpostavku da $a \notin \{-1, 1\}$, riješite jednađbu $\frac{a - \frac{x}{a-1}}{a - \frac{x}{1+a}} = \frac{1+a}{1-a}$.

- A. a B. a^2 C. a^3 D. a^4

Rezultat: B.

Zadatak 137 (Anchy, gimnazija)

Odredi izraz za nepoznatu veličinu $F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$, $m = ?$

Rješenje 137

Ponovimo!

$$a = b \Rightarrow b = a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

$$\begin{aligned} F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a &\Rightarrow F = m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g \Rightarrow m \cdot a + \mu \cdot m \cdot g = F \Rightarrow m \cdot (a + \mu \cdot g) = F \Rightarrow \\ &\Rightarrow m \cdot (a + \mu \cdot g) = F \quad / \cdot \frac{1}{a + \mu \cdot g} \Rightarrow m = \frac{F}{a + \mu \cdot g}. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a &\Rightarrow -\mu \cdot m \cdot g - m \cdot a = -F \Rightarrow -\mu \cdot m \cdot g - m \cdot a = -F \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \mu \cdot m \cdot g + m \cdot a = F \Rightarrow m \cdot (\mu \cdot g + a) = F \Rightarrow m \cdot (\mu \cdot g + a) = F \quad / \cdot \frac{1}{\mu \cdot g + a} \Rightarrow m = \frac{F}{\mu \cdot g + a}. \end{aligned}$$

Vježba 137

Odredi izraz za nepoznatu veličinu $F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$, $\mu = ?$

Rezultat:
$$\mu = \frac{F - m \cdot a}{m \cdot g}.$$

Zadatak 138 (Anchy, gimnazija)

Rastavom na faktore riješi jednadžbu $x^3 - x^2 - 4 \cdot x + 4 = 0$.

Rješenje 138

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \quad a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

1. inačica

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - 4 \cdot x + 4 = 0 &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{array} \right] \Rightarrow (x^3 - x^2) + (-4 \cdot x + 4) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 \cdot (x-1) - 4 \cdot (x-1) = 0 \Rightarrow x^2 \cdot (x-1) - 4 \cdot (x-1) = 0 \Rightarrow (x-1) \cdot (x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x+2) = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x-1=0 \\ x-2=0 \\ x+2=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \\ x_3 = -2 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned}
 x^3 - x^2 - 4 \cdot x + 4 = 0 &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{array} \right] \Rightarrow (x^3 - 4 \cdot x) + (-x^2 + 4) = 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow x \cdot (x^2 - 4) - (x^2 - 4) = 0 &\Rightarrow x \cdot (x^2 - 4) - (x^2 - 4) = 0 \Rightarrow (x^2 - 4) \cdot (x - 1) = 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow (x - 2) \cdot (x + 2) \cdot (x - 1) = 0 &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x + 2 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \\ x_3 = 1 \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

Vježba 138

Rastavom na faktore riješi jednačbu $x^3 + x^2 - 9 \cdot x - 9 = 0$.

Rezultat: $x_1 = -1, x_2 = -3, x_3 = 3$.

Zadatak 139 (Zvone, gimnazija)

Riješi jednačbu $\frac{10}{[(8 \cdot x + 24) : 5] : 4 + 6} = 1$.

Rješenje 139

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b, \quad a : b = c \Rightarrow a = c \cdot b.$$

$$\begin{aligned}
 \frac{10}{[(8 \cdot x + 24) : 5] : 4 + 6} = 1 &\Rightarrow [(8 \cdot x + 24) : 5] : 4 + 6 = 10 \Rightarrow [(8 \cdot x + 24) : 5] : 4 = 10 - 6 \Rightarrow \\
 \Rightarrow [(8 \cdot x + 24) : 5] : 4 = 4 &\Rightarrow (8 \cdot x + 24) : 5 = 4 \cdot 4 \Rightarrow (8 \cdot x + 24) : 5 = 16 \Rightarrow \\
 \Rightarrow 8 \cdot x + 24 = 16 \cdot 5 &\Rightarrow 8 \cdot x + 24 = 80 \Rightarrow 8 \cdot x = 80 - 24 \Rightarrow 8 \cdot x = 56 \Rightarrow 8 \cdot x = 56 / : 8 \Rightarrow x = 7.
 \end{aligned}$$

Vježba 139

Riješi jednačbu $\frac{[(8 \cdot x + 24) : 5] : 4 + 6}{10} = 1$.

Rezultat: $x = 7$.

Zadatak 140 (Zvone, gimnazija)

Riješi jednačbu $\left[\frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 \right] : 5 = 5$.

Rješenje 140

Ponovimo!

$$a : b = c \Rightarrow a = c \cdot b, \quad \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b.$$

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 \right] : 5 = 5 &\Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 = 5 \cdot 5 \Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} + 24 = 25 \Rightarrow \\
 \Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} = 25 - 24 &\Rightarrow \frac{(145 - 24 \cdot x) : 5}{29} = 1 \Rightarrow (145 - 24 \cdot x) : 5 = 29 \Rightarrow \\
 \Rightarrow 145 - 24 \cdot x = 29 \cdot 5 &\Rightarrow 145 - 24 \cdot x = 145 \Rightarrow 145 - 24 \cdot x = 145 \Rightarrow -24 \cdot x = 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow -24 \cdot x = 0 / : (-24) &\Rightarrow x = 0.
 \end{aligned}$$

Vježba 140

Riješi jednađbu $\left[\frac{145 - 24 \cdot x}{145} + 24 \right] : 5 = 5$.

Rezultat: $x = 0$.

www.halapa.com