Zadatak 101 (4A, TUPŠ)

Izrazite a iz formule $p = a \cdot b + 2 \cdot (a+b) \cdot v.$

Rješenje 101

Ponovimo!

$$a = b \;\Rightarrow\; b = a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$p = a \cdot b + 2 \cdot (a+b) \cdot v \;\Rightarrow\; a \cdot b + 2 \cdot (a+b) \cdot v = p \;\Rightarrow\; a \cdot b + 2 \cdot a \cdot v + 2 \cdot b \cdot v = p \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; a \cdot b + 2 \cdot a \cdot v = p - 2 \cdot b \cdot v \;\Rightarrow\; a \cdot (b + 2 \cdot v) = p - 2 \cdot b \cdot v \;\Rightarrow\; a \cdot (b + 2 \cdot v) = p - 2 \cdot b \cdot v \;/ \cdot \frac{1}{b + 2 \cdot v} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; a = \frac{p - 2 \cdot b \cdot v}{b + 2 \cdot v}.$$

Vježba 101

Izrazite v iz formule $p = a \cdot b + 2 \cdot (a+b) \cdot v.$

Rezultat: $v = \dfrac{p - a \cdot b}{2 \cdot (a+b)}.$

Zadatak 102 (4A, TUPŠ)

Koji je broj rješenje jednadžbe $(3 \cdot x + 2)^2 - 5 = (5 \cdot x - 7) \cdot (2 \cdot x + 1) - x^2$?

$$A.\ -\frac{2}{7} \qquad B.\ -\frac{1}{7} \qquad C.\ \frac{1}{2} \qquad D.\ \frac{5}{2}$$

Rješenje 102

Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \;,\; n \neq 0 \;,\; n \neq 1.$$

$$(3 \cdot x + 2)^2 - 5 = (5 \cdot x - 7) \cdot (2 \cdot x + 1) - x^2 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 9 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 4 - 5 = 10 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 14 \cdot x - 7 - x^2 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 9 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 4 - 5 = 10 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 14 \cdot x - 7 - x^2 \;\Rightarrow\; 12 \cdot x + 4 - 5 = 5 \cdot x - 14 \cdot x - 7 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 12 \cdot x - 5 \cdot x + 14 \cdot x = -7 - 4 + 5 \;\Rightarrow\; 21 \cdot x = -6 \;\Rightarrow\; 21 \cdot x = -6 \;/ : 21 \;\Rightarrow\; x = -\frac{6}{21} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; x = -\frac{6}{21} \;\Rightarrow\; x = -\frac{2}{7}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 102

Koji je broj rješenje jednadžbe $5-(3\cdot x+2)^2=(7-5\cdot x)\cdot(2\cdot x+1)+x^2$?

$$A.\ -\frac{2}{7} \qquad B.\ -\frac{1}{7} \qquad C.\ \frac{1}{2} \qquad D.\ \frac{5}{2}$$

Rezultat: A.

Zadatak 103 (4A, TUPŠ)

Za koje vrijednosti realnog parametra a je rješenje x jednadžbe $2\cdot x\cdot(a+3)+a\cdot(x-5)=3\cdot a\cdot x-6$ veće od 2?

Rješenje 103

Ponovimo!

$$a>b\ ,\ c>0\ \Rightarrow\ a\cdot c>b\cdot c.$$

Ako obje strane nejednadžbe pomnožimo (ili podijelimo) s pozitivnim brojem, znak nejednakosti se ne mijenja.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Iz dane jednadžbe izračunamo x.

$$2\cdot x\cdot(a+3)+a\cdot(x-5)=3\cdot a\cdot x-6\ \Rightarrow\ 2\cdot a\cdot x+6\cdot x+a\cdot x-5\cdot a=3\cdot a\cdot x-6\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot a\cdot x+6\cdot x+a\cdot x-3\cdot a\cdot x=-6+5\cdot a\ \Rightarrow\ 2\cdot a\cdot x+6\cdot x+a\cdot x-3\cdot a\cdot x=5\cdot a-6\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 6\cdot x=5\cdot a-6\ \Rightarrow\ 6\cdot x=5\cdot a-6\ /\cdot\frac{1}{6}\ \Rightarrow\ x=\frac{5\cdot a-6}{6}.$$

Budući da rješenje jednadžbe mora biti veće od 2, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} x=\dfrac{5\cdot a-6}{6} \\ x>2 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \frac{5\cdot a-6}{6}>2\ \Rightarrow\ \frac{5\cdot a-6}{6}>2\ /\cdot 6\ \Rightarrow\ 5\cdot a-6>12\ \Rightarrow\ 5\cdot a>12+6\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 5\cdot a>18\ \Rightarrow\ 5\cdot a>18\ /\cdot\frac{1}{5}\ \Rightarrow\ a>\frac{18}{5}.$$

Vježba 103

Za koje vrijednosti realnog parametra a je rješenje x jednadžbe $2\cdot x\cdot(a+3)+a\cdot(x-5)=3\cdot a\cdot x-6$ manje od 2?

Rezultat: $a<\frac{18}{5}.$

Zadatak 104 (4A, TUPŠ)

Tri sestre, Ana, Dijana i Marija, zajedno su sakupile 1500 poštanskih maraka. Ana je sakupila dvostruko više maraka od Dijane, a Dijana trostruko više od Marije. Koliko je maraka sakupila Ana?

Rješenje 104

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b "n puta" veći od broja a?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

Kako zapisati da je broj b dvostruko veći od broja a?

$$b = 2 \cdot a \quad , \quad \frac{b}{2} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = 2.$$

Kako zapisati da je broj b trostruko veći od broja a?

$$b = 3 \cdot a \quad , \quad \frac{b}{3} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = 3.$$

Neka je x broj maraka koji je sakupila Marija.
Dijana je sakupila trostruko više maraka od Marije što iznosi

$$3 \cdot x.$$

Ana je sakupila dvostruko više maraka od Dijane pa ima

$$2 \cdot (3 \cdot x) = 6 \cdot x.$$

Budući da sve tri zajedno imaju 1500 poštanskih maraka vrijedi jednadžba:

$$x + 3 \cdot x + 6 \cdot x = 1500 \;\Rightarrow\; 10 \cdot x = 1500 \;\Rightarrow\; 10 \cdot x = 1500 \;/:10 \;\Rightarrow\; x = 150.$$

Ana je sakupila

$$6 \cdot x = 6 \cdot 150 = 900$$

maraka.

Vježba 104

Tri sestre, Ana, Dijana i Marija, zajedno su sakupile 1500 poštanskih maraka. Ana je sakupila dvostruko više maraka od Dijane, a Dijana trostruko više od Marije. Koliko je maraka sakupila Dijana?

Rezultat: 450.

Zadatak 105 (4A, TUPŠ)

Tri sestre, Ana, Dijana i Marija, zajedno su sakupile 1500 poštanskih maraka. Sestre su svih 1500 maraka stavile u album koji ima paran broj stranica. Na svakoj neparnoj stranici ima mjesta za 17 maraka, a na svakoj parnoj za 30 maraka. Koliko stranica ima taj album ako im nedostaju još četiri marke da bude popunjen?

Rješenje 105

Ponovimo!

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Sestre su svih 1500 poštanskih maraka stavile u album i nedostaju im još četiri marke da bi ga popunile što znači da u njemu ima mjesta za

$$1500 + 4 = 1504$$

poštanskih maraka.
Budući da album ima paran broj stranica, polovica njih su neparne, a polovica parne. Neka je x broj

stranica albuma. Tada neparnih stranica ima $\frac{x}{2}$, a parnih, također, $\frac{x}{2}$.

Na svakoj neparnoj stranici ima mjesta za 17 maraka pa je to ukupno

$$17 \cdot \frac{x}{2}$$

poštanskih maraka.

Na svakoj parnoj stranici ima mjesta za 30 maraka pa je to ukupno

$$30 \cdot \frac{x}{2}$$

poštanskih maraka.

Vrijedi jednadžba:

$$17 \cdot \frac{x}{2} + 30 \cdot \frac{x}{2} = 1504 \Rightarrow 17 \cdot \frac{x}{2} + 30 \cdot \frac{x}{2} = 1504 \;/ \cdot 2 \Rightarrow 17 \cdot x + 30 \cdot x = 3008 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 47 \cdot x = 3008 \Rightarrow 47 \cdot x = 3008 \;/ : 47 \Rightarrow x = 64.$$

Vježba 105

Tri sestre, Ana, Dijana i Marija, zajedno su sakupile 3000 poštanskih maraka. Sestre su svih 3000 maraka stavile u album koji ima paran broj stranica. Na svakoj neparnoj stranici ima mjesta za 17 maraka, a na svakoj parnoj za 30 maraka. Koliko stranica ima taj album ako im nedostaje još osam maraka da bude popunjen?

Rezultat: 128.

Zadatak 106 (Luka, gimnazija)

Rješenje jednadžbe x + 2 · x + 3 · x + … + 111 · x = 259 je:

$$A. \frac{1}{4} \qquad B. \frac{1}{8} \qquad C. \frac{1}{12} \qquad D. \frac{1}{24}$$

Rješenje 106

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

Zbroj prvih n prirodnih brojeva

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \ldots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

$$x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + \ldots + 111 \cdot x = 259 \Rightarrow x \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 111) = 259 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \cdot \frac{111 \cdot (111+1)}{2} = 259 \Rightarrow x \cdot \frac{111 \cdot 112}{2} = 259 \Rightarrow x \cdot \frac{111 \cdot 112}{2} = 259 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x\cdot\frac{111\cdot 56}{1}=259 \quad\Rightarrow\quad x\cdot 111\cdot 56=259 \quad\Rightarrow\quad 6216\cdot x=259 \quad\Rightarrow\quad 6216\cdot x=259 \quad /:6216 \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad x=\frac{259}{6216} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{259}{6216} \quad\Rightarrow\quad x=\frac{1}{24}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 106

Rješenje jednadžbe x + 2 · x + 3 · x + … + 111 · x = 518 je:

$$A.\ \frac{1}{4} \qquad B.\ \frac{1}{8} \qquad C.\ \frac{1}{12} \qquad D.\ \frac{1}{24}$$

Rezultat: C.

Zadatak 107 (4A, TUPŠ)

Naknada za obavljeni dio posla u nekoj radionici računa se prema formuli:
$n=\frac{(p-307)\cdot 20}{1.76}+d$, gdje je p broj izrađenih proizvoda, a d dodatak na složenost posla. Koliko je proizvoda izradio Josip ako je dobio 3417 kuna, a dodatak na složenost posla bio mu je 42 kune?

Rješenje 107

Ponovimo!

$$a=b \;\Rightarrow\; b=a \quad , \quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}.$$

Naknada n za obavljeni dio posla u nekoj radionici računa se prema formuli:

$$\left.\begin{array}{l} n - \text{naknada za obavljeni dio posla} \\ p - \text{broj izrađenih proizvoda} \\ d - \text{dodatak na složenost posla} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad n=\frac{(p-307)\cdot 20}{1.76}+d.$$

Iz uvjeta zadatka dobijemo linearnu jednadžbu u kojoj je nepoznanica p, broj izrađenih proizvoda.

$$n=\frac{(p-307)\cdot 20}{1.76}+d \quad\Rightarrow\quad \frac{(p-307)\cdot 20}{1.76}+d=n \quad\Rightarrow\quad \frac{(p-307)\cdot 20}{1.76}=n-d \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{(p-307)\cdot 20}{1.76}=n-d \quad /\cdot\frac{1.76}{20} \quad\Rightarrow\quad p-307=(n-d)\cdot\frac{1.76}{20} \quad\Rightarrow\quad p=(n-d)\cdot\frac{1.76}{20}+307 \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \begin{bmatrix} n=3417 \\ d=42 \end{bmatrix} \quad\Rightarrow\quad p=(3417-42)\cdot\frac{1.76}{20}+307 \quad\Rightarrow\quad p=3375\cdot\frac{1.76}{20}+307 \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad p=\frac{3375\cdot 1.76}{20}+307 \quad\Rightarrow\quad p=297+307 \quad\Rightarrow\quad p=604.$$

Josip je izradio 604 proizvoda.

Vježba 107

Naknada za obavljeni dio posla u nekoj radionici računa se prema formuli:
$n=\frac{(p-307)\cdot 10}{0.88}+d$, gdje je p broj izrađenih proizvoda, a d dodatak na složenost posla. Koliko je proizvoda izradio Josip ako je dobio 3417 kuna, a dodatak na složenost posla bio mu je 42 kune?

Rezultat: 604.

Zadatak 108 (Ante, srednja škola)

Nejednadžba $2^n \cdot x < 8 \cdot x - 1$ nema rješenja ako je:

$A.\ n = 0 \qquad B.\ n = 1 \qquad C.\ n = 2 \qquad D.\ n = 3$

Rješenje 108

Ponovimo!

$$a^0 = 1 \quad , \quad a < b \ , \ c < 0 \ \Rightarrow \ a \cdot c > b \cdot c \quad , \quad a^1 = a.$$

Postavljenu nejednadžbu riješimo za svaki zadani n.

- $\left.\begin{array}{l} n = 0 \\ 2^n \cdot x < 8 \cdot x - 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2^0 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 1 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow x - 8 \cdot x < -1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -7 \cdot x < -1 \Rightarrow -7 \cdot x < -1 \ /: (-7) \Rightarrow x > \frac{1}{7}$$

- $\left.\begin{array}{l} n = 1 \\ 2^n \cdot x < 8 \cdot x - 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2^1 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 2 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 2 \cdot x - 8 \cdot x < -1 \Rightarrow -6 \cdot x < -1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -6 \cdot x < -1 \ /: (-6) \Rightarrow x > \frac{1}{6}$$

- $\left.\begin{array}{l} n = 2 \\ 2^n \cdot x < 8 \cdot x - 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2^2 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 4 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 4 \cdot x - 8 \cdot x < -1 \Rightarrow -4 \cdot x < -1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -4 \cdot x < -1 \ /: (-4) \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

- $\left.\begin{array}{l} n = 3 \\ 2^n \cdot x < 8 \cdot x - 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2^3 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 8 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 8 \cdot x < 8 \cdot x - 1 \Rightarrow 0 < -1.$

Nema rješenje.

Odgovor je pod D.

Vježba 108

Nejednadžba $3^n \cdot x < 9 \cdot x - 1$ nema rješenja ako je:

$A.\ n = 0 \qquad B.\ n = 1 \qquad C.\ n = 2 \qquad D.\ n = 3$

Rezultat: C.

Zadatak 109 (Vern, ekonomska škola)

Riješite nejednadžbu $x \cdot (4 - x) > 3 - \left(x + x^2\right)$.

Rješenje 109

Ponovimo!

$$a > b \ , \ c > 0 \ \Rightarrow \ \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad , \quad a + c > b + c \ \Rightarrow \ a > b \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$x \cdot (4 - x) > 3 - \left(x + x^2\right) \Rightarrow 4 \cdot x - x^2 > 3 - x - x^2 \Rightarrow 4 \cdot x - x^2 > 3 - x - x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot x>3-x \Rightarrow 4\cdot x+x>3 \Rightarrow 5\cdot x>3 \Rightarrow 5\cdot x>3 \;/:5 \Rightarrow x>\frac{3}{5}.$$

Vježba 109

Riješite nejednadžb $x\cdot(4-x)<3-\left(x+x^2\right)$.

Rezultat: $x<\frac{3}{5}.$

Zadatak 110 (4A, 4B, TUPŠ)

Ako je $x=0.1,\ y=0.01,\ x\cdot y\cdot z=1,$ tada je:

$A.\ z=0.001 \qquad B.\ z=1000 \qquad C.\ z=10 \qquad D.\ z=0.1$

Rješenje 110

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot b=a.$$

Decimalni broj množimo (dijelimo) dekadskom jedinicom (10, 100, 1000, 10000, …) tako da mu decimalnu točku pomaknemo udesno (ulijevo) za onoliko mjesta koliko dekadska jedinica ima nula.
Na primjer:

$$0.4\cdot 10=4 \quad , \quad 0.45\cdot 10=4.5 \quad , \quad 3.239\cdot 100=323.9 \quad , \quad 0.123\cdot 1000=123.$$

Konačni decimalni broj piše se u obliku razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadska jedinica s onoliko nula koliko decimalni broj ima decimala.
Na primjer:

$$0.3=\frac{3}{10} \quad , \quad 7.49=\frac{749}{100} \quad , \quad 0.239=\frac{239}{1000} \quad , \quad 0.023=\frac{23}{1000} \quad , \quad 0.01=\frac{1}{100}.$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} x=0.1 \ , \ y=0.01 \\ x\cdot y\cdot z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow 0.1\cdot 0.01\cdot z=1 \Rightarrow 0.001\cdot z=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.001\cdot z=1 \;/\cdot 1000 \Rightarrow z=1000.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

$$\left.\begin{array}{l} x=0.1 \ , \ y=0.01 \\ x\cdot y\cdot z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=\frac{1}{10} \ , \ y=\frac{1}{100} \\ x\cdot y\cdot z=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{100}\cdot z=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1000}\cdot z=1 \Rightarrow \frac{1}{1000}\cdot z=1 \;/\cdot 1000 \Rightarrow z=1000.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 110

Ako je $x=1,\ y=0.1,\ x\cdot y\cdot z=1,$ tada je:

$A.\ z=0.001 \qquad B.\ z=1000 \qquad C.\ z=10 \qquad D.\ z=0.1$

Rezultat: C.

Zadatak 111 (Vox, gimnazija)

Odredi skup rješenja nejednadžbe $\frac{x}{m} < \frac{x+1}{m^2}$ za $m < 1$ i $m \neq 0$.

Rješenje 111

Ponovimo!

$$a \in R \, , \, a \neq 0 \;\Rightarrow\; a^2 > 0 \quad , \quad a < b \, , \, c > 0 \;\Rightarrow\; a \cdot c < b \cdot c.$$

$$a < b \, , \, c < 0 \;\Rightarrow\; \frac{a}{c} > \frac{b}{c} \quad , \quad a < b \, , \, c > 0 \;\Rightarrow\; \frac{a}{c} < \frac{b}{c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\frac{x}{m} < \frac{x+1}{m^2} \;\Rightarrow\; \begin{bmatrix} \text{uvjet} \\ m \neq 0 \\ m^2 > 0 \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; \frac{x}{m} < \frac{x+1}{m^2} \;/\cdot m^2 \;\Rightarrow\; m \cdot x < x+1 \;\Rightarrow\; m \cdot x - x < 1 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; (m-1) \cdot x < 1 \;\Rightarrow\; \begin{bmatrix} \text{uvjet} \\ m < 1 \\ m-1 < 0 \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; (m-1) \cdot x < 1 \;/\cdot \frac{1}{m-1} \;\Rightarrow\; x > \frac{1}{m-1}.$$

Vježba 111

Odredi skup rješenja nejednadžbe $\frac{x}{m} < \frac{x+1}{m^2}$ za $m > 1$ i $m \neq 0$.

Rezultat: $x < \frac{1}{m-1}.$

Zadatak 112 (Katarina, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $x \cdot y \cdot z + x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x + x + y + z = -1.$

Rješenje 112

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \;\Leftrightarrow\; a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

Zadanu jednadžbu preoblikujemo na sljedeći način:

$$x \cdot y \cdot z + x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x + x + y + z = -1 \;\Rightarrow\; x \cdot y \cdot z + x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x + x + y + z + 1 = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; (x \cdot y \cdot z + x \cdot y) + (y \cdot z + y) + (z \cdot x + x) + (z+1) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; x \cdot y \cdot (z+1) + y \cdot (z+1) + x \cdot (z+1) + (z+1) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; x \cdot y \cdot (z+1) + y \cdot (z+1) + x \cdot (z+1) + (z+1) = 0 \;\Rightarrow\; (z+1) \cdot (x \cdot y + y + x + 1) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \begin{bmatrix} \text{metoda grupiranja} \\ \text{u drugoj zagradi} \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; (z+1) \cdot ((x \cdot y + y) + (x+1)) = 0 \;\Rightarrow\; (z+1) \cdot (y \cdot (x+1) + (x+1)) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; (z+1) \cdot (y \cdot (x+1) + (x+1)) = 0 \;\Rightarrow\; (z+1) \cdot (x+1) \cdot (y+1) = 0 \;\Rightarrow\; (x+1) \cdot (y+1) \cdot (z+1) = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} x+1=0 \\ y+1=0 \\ z+1=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=-1 \\ y=-1 \\ z=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (x,\ y,\ z)=(-1,\ -1,\ -1).$$

Vježba 112

Riješi jednadžbu: $x+y+z+1+z\cdot x=-y\cdot(x\cdot z+x+z)$.

Rezultat: $(x,\ y,\ z)=(-1,\ -1,\ -1)$.

Zadatak 113 (Kaja, hotelijerska škola)

Pekar pomiješa 220 kg pšeničnoga brašna i 330 kg kukuruznoga brašna. Cijena kilograma pšeničnoga brašna je 7 kn, a kukuruznoga brašna 10 kn. Kolika je cijena tako dobivenoga miješanoga brašna?

$A.$ 7.80 kn za kilogram $\quad B.$ 8.50 kn za kilogram
$C.$ 8.80 kn za kilogram $\quad D$ 9.50 kn za kilogram

Rješenje 113

Ponovimo!

Jednostavni račun smjese

Ako pomiješamo dvije vrste robe:

- prve mase m_1 kg po cijeni c_1 kn
- druge mase m_2 kg po cijeni c_2 kn,

dobit ćemo smjesu mase $(m_1 + m_2)$ kg po cijeni c kn.

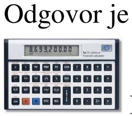
$$m_1\cdot c_1+m_2\cdot c_2=(m_1+m_2)\cdot c \Rightarrow c=\frac{m_1\cdot c_1+m_2\cdot c_2}{m_1+m_2}.$$

Računamo cijenu mješavine.

$$\left.\begin{matrix} m_1=220\ kg\ ,\ c_1=7\ kn \\ m_2=330\ kg\ ,\ c_2=10\ kn \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[c=\frac{m_1\cdot c_1+m_2\cdot c_2}{m_1+m_2} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c=\frac{220\ kg\cdot 7\ kn+330\ kg\cdot 10\ kn}{220\ kg+330\ kg} \Rightarrow c=8.80\ kn.$$

Odgovor je pod C.

 Računanje džepnim računalom: $(220\cdot 7+330\cdot 10):(220+330)=$

Vježba 113

Pekar pomiješa 440 kg pšeničnoga brašna i 660 kg kukuruznoga brašna. Cijena kilograma pšeničnoga brašna je 7 kn, a kukuruznoga brašna 10 kn. Kolika je cijena tako dobivenoga miješanoga brašna?

$A.$ 7.80 kn za kilogram $\quad B.$ 8.50 kn za kilogram
$C.$ 8.80 kn za kilogram $\quad D$ 9.50 kn za kilogram

Rezultat: C.

Zadatak 114 (Ana, ekonomska škola)

Koliko rješenja ima nejednadžba $-3\cdot x+7\geq -x+1$ u skupu prirodnih brojeva?

Rješenje 114

Ponovimo!

$$a\geq b\ \ ,\ \ c<0\ \Rightarrow\ \frac{a}{c}\leq\frac{b}{c}.$$

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo:

$$N=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots,\ n,\ n+1,\ \ldots\}.$$

$$-3\cdot x+7\geq -x+1\ \Rightarrow\ -3\cdot x+x\geq 1-7\ \Rightarrow\ -2\cdot x\geq -6\ \Rightarrow\ -2\cdot x\geq -6\ /:(-2)\ \Rightarrow\ x\leq 3.$$

U skupu prirodnih brojeva nejednadžba ima tri rješenja.

$$x\in\{1,\ 2,\ 3\}.$$

Vježba 114

Koliko rješenja ima nejednadžba $-3\cdot x+7\geq -x+5$ u skupu prirodnih brojeva?

Rezultat: x = 1.

Zadatak 115 (Ana, ekonomska škola)

Koliko rješenja ima nejednadžba $-3\cdot x+7>-x+1$ u skupu prirodnih brojeva?

Rješenje 115

Ponovimo!

$$a>b\ \ ,\ \ c<0\ \Rightarrow\ \frac{a}{c}<\frac{b}{c}.$$

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo:

$$N=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots,\ n,\ n+1,\ \ldots\}.$$

$$-3\cdot x+7>-x+1\ \Rightarrow\ -3\cdot x+x>1-7\ \Rightarrow\ -2\cdot x>-6\ \Rightarrow\ -2\cdot x>-6\ /:(-2)\ \Rightarrow\ x<3.$$

U skupu prirodnih brojeva nejednadžba ima dva rješenja.

$$x\in\{1,\ 2\}.$$

Vježba 115

Koliko rješenja ima nejednadžba $-3\cdot x+7\geq -x+5$ u skupu prirodnih brojeva?

Rezultat: U skupu prirodnih brojeva nejednadžba nema rješenja.

Zadatak 116 (4A, 4B, TUPŠ)

Čemu je jednako z iz formule $s=\frac{h}{m}\cdot(t-z)$?

$A.\ z=h\cdot t-m\cdot s$ $\quad B.\ z=h\cdot t+m\cdot s$ $\quad C.\ z=\frac{h\cdot t-m\cdot s}{h}$ $\quad D.\ z=\frac{h\cdot t+m\cdot s}{h}$

Rješenje 116

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1}\quad,\quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}\quad,\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$s=\frac{h}{m}\cdot(t-z)\Rightarrow s=\frac{h}{m}\cdot(t-z)\ /\cdot m\Rightarrow m\cdot s=h\cdot(t-z)\Rightarrow m\cdot s=h\cdot t-h\cdot z\Rightarrow$$

$$\Rightarrow h\cdot z=h\cdot t-m\cdot s\Rightarrow h\cdot z=h\cdot t-m\cdot s\ /:h\Rightarrow z=\frac{h\cdot t-m\cdot s}{h}.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

$$s=\frac{h}{m}\cdot(t-z)\Rightarrow s=\frac{h}{m}\cdot t-\frac{h}{m}\cdot z\Rightarrow s=\frac{h}{m}\cdot t-\frac{h}{m}\cdot z\ /\cdot m\Rightarrow m\cdot s=h\cdot t-h\cdot z\Rightarrow$$

$$\Rightarrow h\cdot z=h\cdot t-m\cdot s\Rightarrow h\cdot z=h\cdot t-m\cdot s\ /:h\Rightarrow z=\frac{h\cdot t-m\cdot s}{h}.$$

Odgovor je pod C.

3.inačica

$$s=\frac{h}{m}\cdot(t-z)\Rightarrow s=\frac{h}{m}\cdot(t-z)\ /\cdot\frac{m}{h}\Rightarrow s\cdot\frac{m}{h}=t-z\Rightarrow z=t-s\cdot\frac{m}{h}\Rightarrow z=t-\frac{m\cdot s}{h}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow z=\frac{t}{1}-\frac{m\cdot s}{h}\Rightarrow z=\frac{h\cdot t-m\cdot s}{h}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 116

Čemu je jednako z iz formule $s=-\frac{h}{m}\cdot(z-t)$?

$A.\ z=h\cdot t-m\cdot s$ $\quad B.\ z=h\cdot t+m\cdot s$ $\quad C.\ z=\frac{h\cdot t-m\cdot s}{h}$ $\quad D.\ z=\frac{h\cdot t+m\cdot s}{h}$

Rezultat: C.

Zadatak 117 (4A, 4B, TUPŠ)

Kolika je vrijednost y u rješenju sustava jednadžbi $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=5\end{cases}$?

$A.\ -2$ $\quad B.\ -1$ $\quad C.\ 1$ $\quad D.\ 2$

Rješenje 117

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1}\quad,\quad\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\quad,\quad\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}.$$

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=5\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{metoda suprotnih}\\ \text{koeficijenata}\end{array}\right]\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=5\ /\cdot(-1)\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3\\ -\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=-5\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{2}{y}=-2\Rightarrow\frac{2}{y}=-\frac{2}{1}\Rightarrow\frac{y}{2}=-\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{y}{2}=-\frac{1}{2}\ /\cdot 2\Rightarrow y=-1.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 117

Kolika je vrijednost y u rješenju sustava jednadžbi $\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=3 \\ \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=1 \end{cases}$?

$$A.\ -2 \qquad B.\ -1 \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 2$$

Rezultat: C.

Zadatak 118 (Ana, ekonomska škola)

Za koju vrijednost od x razlomci $\frac{x+1}{x+2}$ i $\frac{x+3}{x+4}$ poprimaju recipročne vrijednosti?

$$A.\ -\frac{5}{2} \qquad B.\ \frac{2}{5} \qquad C.\ \frac{2}{3} \qquad D.\ -\frac{3}{2}$$

Rješenje 118

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a\cdot d=b\cdot c \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}=1 \Rightarrow a=b \quad , \quad a=b \Rightarrow b=a.$$

Za svaki racionalan broj $\frac{a}{b}$, $a,\ b\neq 0,$ postoji racionalan broj $\frac{b}{a}$ kojim treba pomnožiti $\frac{a}{b}$ da se dobije broj 1, tj.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1.$$

Racionalan broj $\frac{b}{a}$ zove se recipročan broj od broja $\frac{a}{b}$.

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Budući da su razlomci $\frac{x+1}{x+2}$ i $\frac{x+3}{x+4}$ međusobno recipročni, vrijedi:

$$\frac{x+1}{x+2}\cdot\frac{x+3}{x+4}=1 \Rightarrow \frac{(x+1)\cdot(x+3)}{(x+2)\cdot(x+4)}=1 \Rightarrow (x+1)\cdot(x+3)=(x+2)\cdot(x+4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+3\cdot x+x+3=x^2+4\cdot x+2\cdot x+8 \Rightarrow x^2+3\cdot x+x+3=x^2+4\cdot x+2\cdot x+8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot x+x+3=4\cdot x+2\cdot x+8 \Rightarrow 3\cdot x+x+3=4\cdot x+2\cdot x+8 \Rightarrow 3=2\cdot x+8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x+8=3 \Rightarrow 2\cdot x=3-8 \Rightarrow 2\cdot x=-5 \Rightarrow 2\cdot x=-5\ /:2 \Rightarrow x=-\frac{5}{2}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 118

Za koju vrijednost od x razlomci $\frac{x+2}{x+1}$ i $\frac{x+4}{x+3}$ poprimaju recipročne vrijednosti?

$$A.\ -\frac{5}{2} \qquad B.\ \frac{2}{5} \qquad C.\ \frac{2}{3} \qquad D.\ -\frac{3}{2}$$

Rezultat: A.

Zadatak 119 (Aca, strukovna škola)

Indeks zagađenja zraka u 7:00 h ujutro iznosi 25 čestica na milijun čestica zraka te raste do 16:00 h povećavajući se svaki sat za 13 čestica na milijun čestica zraka. Nakon 16:00 h indeks zagađenja zraka linearno opada do 7:00 h ujutro kada ponovno iznosi 25 čestica na milijun čestica zraka.

a) Koliki je indeks zagađenja zraka u 16:00 h?

b) U koliko sati indeks zagađenja zraka padne na 103 čestice na milijun čestica zraka nakon što je dostigao maksimalnu vrijednost?

Rješenje 119

Ponovimo!

$$1 \ dan = 24 \ h.$$

a)

9 h

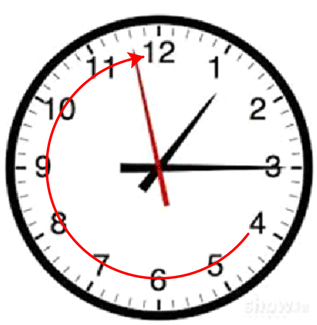
Od 7:00 h do 16:00 h prošlo je 9 sati.

$$\begin{array}{r} 16:00 \\ -\ 7:00 \\ \hline 9:00 \end{array}$$

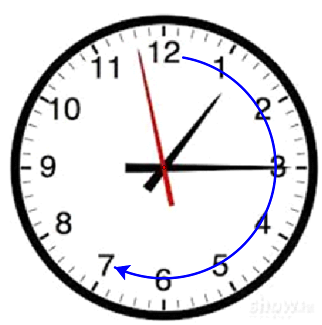
U 7:00 h indeks zagađenja iznosio je 25 čestica na milijun čestica zraka i svaki se sat povećao za 13 čestica pa je nakon 9 sati, u 16:00 h, iznosio:

$$25 + 13 \cdot 9 = 142.$$

b)



8 h



7 h

Od 16:00 h do 7:00 h ujutro prošlo je ukupno 15 sati.

$$\begin{array}{r} 24:00 \\ -\ 16:00 \\ \hline 8:00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7:00 \\ -\ 0:00 \\ \hline 7:00 \end{array}$$

$$8 \ h + 7 \ h = 15 \ h.$$

Indeks zagađenja od svoje najveće vrijednosti 142 u 16:00 h linearno opada do 25 u 7:00 h ujutro smanjujući se svaki sat za n čestica na milijun čestica zraka. Izračunajmo broj n.

$$142-15\cdot n=25 \;\Rightarrow\; -15\cdot n=25-142 \;\Rightarrow\; -15\cdot n=-117 \;\Rightarrow\; -15\cdot n=-117 \;/:(-15) \;\Rightarrow\; n=7.8.$$

Svaki sat indeks zagađenja smanji se za 7.8 čestica na milijun čestica zraka.
Računamo nakon koliko sati s je indeks zagađenja pao sa 142 na 103 čestice na milijun čestica zraka.

$$142-7.8\cdot s=103 \;\Rightarrow\; -7.8\cdot s=103-142 \;\Rightarrow\; -7.8\cdot s=-39 \;\Rightarrow\; -7.8\cdot s=-39 \;/:(-7.8) \;\Rightarrow\; s=5.$$

U 16:00 h indeks zagađenja je bio najveći, a nakon 5 sati smanjit će se na 103 čestice na milijun čestica zraka. To će biti u 21 h.

$$16\ h+5\ h=21\ h.$$

Vježba 119

Indeks zagađenja zraka u 7:00 h ujutro iznosi 25 čestica na milijun čestica zraka te raste do 17:00 h povećavajući se svaki sat za 15 čestica na milijun čestica zraka. Koliki je indeks zagađenja zraka u 17:00 h?

Rezultat: 175.

Zadatak 120 (BBB, ekonomska škola)

Koristeći ekvivalenciju $\frac{a}{b}=0 \Leftrightarrow a=0 \wedge b\neq 0$ riješi jednadžbu $\frac{2\cdot x-6}{x+1}=0.$

Rješenje 120

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}=0 \Leftrightarrow a=0 \wedge b\neq 0.$$

$$\frac{2\cdot x-6}{x+1}=0 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} 2\cdot x-6=0 \\ x+1\neq 0 \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} 2\cdot x=6 \\ x\neq -1 \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} 2\cdot x=6 \;/:2 \\ x\neq -1 \end{array}\right\} \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x=3 \\ x\neq -1 \end{array}\right\}.$$

Rješenje zadane jednadžbe je x = 3.

Vježba 120

Koristeći ekvivalenciju $\frac{a}{b}=0 \Leftrightarrow a=0 \wedge b\neq 0$ riješi jednadžbu $\frac{3\cdot x-12}{x+1}=0.$

Rezultat: x = 4.