

Zadatak 081 (Katarina, ekonomska škola)

Riješite nejednadžbu, rješenje prikazite na brojevnom pravcu i napišite u obliku intervala.

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{4} - \frac{x+1}{8} > \frac{1}{3}$$

Rješenje 081

Ponovimo!

$$\left. \begin{array}{l} x > a \\ x \geq a \\ x < a \\ x \leq a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \in \langle a, +\infty \rangle \\ x \in [a, +\infty) \\ x \in \langle -\infty, a \rangle \\ x \in \langle -\infty, a] \end{array} \right\}$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c)$$

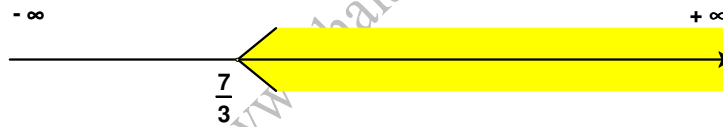
Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1$$

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{4} - \frac{x+1}{8} > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{4} - \frac{x+1}{8} > \frac{1}{3} \quad /: 24 \Rightarrow 12 \cdot (x-1) + 6 \cdot (x-2) - 3 \cdot (x+1) > 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 \cdot x - 12 + 6 \cdot x - 12 - 3 \cdot x - 3 > 8 \Rightarrow 12 \cdot x + 6 \cdot x - 3 \cdot x > 8 + 12 + 12 + 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15 \cdot x > 35 \Rightarrow 15 \cdot x > 35 \quad /: 15 \Rightarrow x > \frac{35}{15} \Rightarrow x > \frac{7}{3}$$



$$x \in \left\langle \frac{7}{3}, +\infty \right\rangle$$

Vježba 081

Riješite nejednadžbu, rješenje prikazite na brojevnom pravcu i napišite u obliku intervala.

$$\frac{x-1}{2} - \frac{2-x}{4} - \frac{1}{3} > \frac{x+1}{8}$$

Rezultat: $x \in \left\langle \frac{7}{3}, +\infty \right\rangle$

Zadatak 082 (Mira, srednja škola)

Jednadžba $2 \cdot k + 5 \cdot x + 3 = 0$ ima negativna rješenja za realne brojeve k za koje vrijedi:

$$A. k > \frac{3}{2} \quad B. k < \frac{3}{2} \quad C. k < -\frac{3}{2} \quad D. k > -\frac{3}{2}$$

Rješenje 082

Ponovimo!

$$a < b \text{ i } c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c$$

Linearna nejednadžba s jednom nepoznanicom je nejednadžba oblika

$$a \cdot x < b \quad , \quad a \cdot x \leq b \quad , \quad a \cdot x > b \quad , \quad a \cdot x \geq b$$

pri čemu su a i b realni brojevi. Riješiti linearnu nejednadžbu znači odrediti skup realnih brojeva koji

zadovoljavaju linearnu nejednadžbu.

Ako obje strane nejednadžbe pomnožimo (ili podijelimo) s negativnim brojem, znak nejednakosti će se promijeniti.

Iz zadane jednadžbe izračunamo x.

$$2 \cdot k + 5 \cdot x + 3 = 0 \Rightarrow 5 \cdot x = -2 \cdot k - 3 \Rightarrow 5 \cdot x = -2 \cdot k - 3 \quad / : 5 \Rightarrow x = -\frac{2}{5} \cdot k - \frac{3}{5}.$$

Budući da x mora biti negativan, slijedi:

$$x < 0 \Rightarrow -\frac{2}{5} \cdot k - \frac{3}{5} < 0 \Rightarrow -\frac{2}{5} \cdot k - \frac{3}{5} < 0 \quad / \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) \Rightarrow k + \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow k > -\frac{3}{2}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 082

Jednadžba $2 \cdot k + 5 \cdot x + 3 = 0$ ima pozitivna rješenja za realne brojeve k za koje vrijedi:

$$A. k > \frac{3}{2} \quad B. k < \frac{3}{2} \quad C. k < -\frac{3}{2} \quad D. k > -\frac{3}{2}$$

Rezultat: C.

Zadatak 083 (Krešo, gimnazija)

Riješi u skupu Z jednadžbu: $x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z = x + y + z + x \cdot y \cdot z$.

Rješenje 083

Ponovimo!

Skup cijelih brojeva je skup brojeva oblika:

$$Z = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5, \dots\} \text{ ili } Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

Taj skup uključuje prirodne brojeve, nulu i negativne cijele brojeve. U njemu ne postoji ni najmanji, ni najveći broj.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Metodom grupiranja zadanu jednadžbu možemo napisati u obliku faktora.

$$\begin{aligned} x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z = x + y + z + x \cdot y \cdot z &\Rightarrow x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z + 1 - 1 = x + y + z + x \cdot y \cdot z \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot y + x \cdot z + y \cdot z + 1 - x - y - z - x \cdot y \cdot z = 1 &\Rightarrow (x \cdot y - x \cdot y \cdot z) + (x \cdot z - x) + (y \cdot z - y) + (1 - z) = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow x \cdot y \cdot (1 - z) - x \cdot (1 - z) - y \cdot (1 - z) + (1 - z) &= 1 \Rightarrow (1 - z) \cdot (x \cdot y - x - y + 1) = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow (1 - z) \cdot ((x \cdot y - x) + (-y + 1)) = 1 &\Rightarrow (1 - z) \cdot (-x \cdot (1 - y) + (1 - y)) = 1 \Rightarrow (1 - z) \cdot (1 - y) \cdot (1 - x) = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow (1 - x) \cdot (1 - y) \cdot (1 - z) &= 1. \end{aligned}$$

Budući da su x, y i z cijeli brojevi, umnožak tri faktora jednak je 1, ako vrijedi:

$$\begin{aligned} \bullet \quad & \left. \begin{array}{l} 1-x=1 \\ 1-y=1 \\ 1-z=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=1-1 \\ -y=1-1 \\ -z=1-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=0 \\ -y=0 \\ -z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1=0 \\ y_1=0 \\ z_1=0 \end{array} \right\} \\ \bullet \quad & \left. \begin{array}{l} 1-x=1 \\ 1-y=-1 \\ 1-z=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=1-1 \\ -y=-1-1 \\ -z=-1-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=0 \\ -y=-2 \\ -z=-2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=0 \\ -y=-2 \quad / \cdot (-1) \\ -z=-2 \quad / \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_2=0 \\ y_2=2 \\ z_2=2 \end{array} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \bullet \left. \begin{array}{l} 1-x=-1 \\ 1-y=1 \\ 1-z=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-1-1 \\ -y=1-1 \\ -z=-1-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \\ -y=0 \\ -z=-2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \cdot (-1) \\ -y=0 \\ -z=-2 \cdot (-1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_3=2 \\ y_3=0 \\ z_3=2 \end{array} \right\} \\
 & \bullet \left. \begin{array}{l} 1-x=-1 \\ 1-y=-1 \\ 1-z=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-1-1 \\ -y=-1-1 \\ -z=1-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \\ -y=-2 \\ -z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x=-2 \cdot (-1) \\ -y=-2 \cdot (-1) \\ -z=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_4=2 \\ y_4=2 \\ z_4=0 \end{array} \right\}.
 \end{aligned}$$

Rješenja sustava su:

$$(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, 0),$$

$$(x_2, y_2, z_2) = (0, 2, 2),$$

$$(x_3, y_3, z_3) = (2, 0, 2),$$

$$(x_4, y_4, z_4) = (2, 2, 0).$$

Vježba 083

Riješi u skupu Z jednadžbu: $x \cdot (y+z) - (y+z) = x + y \cdot z \cdot (x-1)$.

Rezultat: $(x_1, y_1, z_1) = (0, 0, 0), (x_2, y_2, z_2) = (0, 2, 2),$
 $(x_3, y_3, z_3) = (2, 0, 2), (x_4, y_4, z_4) = (2, 2, 0).$

Zadatak 084 (Ivana, srednja škola)

Koji broj je rješenje jednadžbe: $(2 \cdot x - 5)^2 - (x+3) \cdot (x-2) = 2 - (1-3 \cdot x) \cdot x$?

A. $\frac{17}{21}$ B. $\frac{10}{7}$ C. $\frac{29}{20}$ D. $\frac{27}{2}$

Rješenje 084

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad a^1 = a, \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}, \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

$$a+c = b+c \Rightarrow a=b.$$

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\begin{aligned}
 & (2 \cdot x - 5)^2 - (x+3) \cdot (x-2) = 2 - (1-3 \cdot x) \cdot x \Rightarrow \\
 & \Rightarrow (2 \cdot x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 - (x^2 - 2 \cdot x + 3 \cdot x - 6) = 2 - (x - 3 \cdot x^2) \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 4 \cdot x^2 - 20 \cdot x + 25 - x^2 + 2 \cdot x - 3 \cdot x + 6 = 2 - x + 3 \cdot x^2 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow 4 \cdot x^2 - 20 \cdot x + 25 - x^2 + 2 \cdot x - 3 \cdot x + 6 = 2 - x + 3 \cdot x^2 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow -20 \cdot x + 25 + 2 \cdot x - 3 \cdot x + 6 = 2 - x \Rightarrow -20 \cdot x + 25 + 2 \cdot x - 3 \cdot x + 6 = 2 - x \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow -20 \cdot x + 25 + 6 = 2 \Rightarrow -20 \cdot x = 2 - 25 - 6 \Rightarrow -20 \cdot x = -29 \Rightarrow -20 \cdot x = -29 \quad /: (-20) \Rightarrow x = \frac{29}{20}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 084

Koji broj je rješenje jednadžbe: $(5 - 2 \cdot x)^2 + (x + 3) \cdot (2 - x) = 2 + (3 \cdot x - 1) \cdot x$?

A. $\frac{17}{21}$ B. $\frac{10}{7}$ C. $\frac{29}{20}$ D. $\frac{27}{2}$

Rezultat: C.

Zadatak 085 (Ivana, srednja škola)

Svjetlost prijeđe udaljenost od zvijezde Alpha Centauri do Zemlje za 4.3 godine. Brzina svjetlosti je 300 milijuna metara u sekundi. Kolika je udaljenost u kilometrima između Alpha Centauri i Zemlje? (Brzina je omjer prijeđenog puta i vremena.)

A. $4 \cdot 10^{12}$ km B. $4 \cdot 10^{13}$ km C. $4 \cdot 10^{14}$ km D. $4 \cdot 10^{15}$ km

Rješenje 085

Ponovimo!

$1 \text{ god} = 365 \text{ dana}$, $1 \text{ dan} = 24 \text{ h}$, $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$, $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$.

$$v = \frac{s}{t}$$

v – brzina , s – put , t – vrijeme

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow v = \frac{s}{t} \cdot t \Rightarrow s = v \cdot t \Rightarrow \left[\begin{array}{l} v = 300\,000\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ t = 4.3 \text{ god} = 4.3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 1.356 \cdot 10^8 \text{ s} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1.356 \cdot 10^8 \text{ s} \Rightarrow s = 4.07 \cdot 10^{16} \text{ m} \Rightarrow s \approx 4 \cdot 10^{13} \text{ km}.$$

Odgovor je pod B.



s



Vježba 085

Svjetlost prijeđe udaljenost od zvijezde Alpha Centauri do Zemlje za 4.3 godine. Brzina svjetlosti je 300 milijuna metara u sekundi. Kolika je udaljenost u centimetrima između Alpha Centauri i Zemlje? (Brzina je omjer prijeđenog puta i vremena.)

A. $4 \cdot 10^{15}$ cm B. $4 \cdot 10^{16}$ cm C. $4 \cdot 10^{17}$ cm D. $4 \cdot 10^{18}$ cm

Rezultat: D.

Zadatak 086 (Kolačić ☺, srednja škola)

Učenik je prvog dana pročitao 30% jedne knjige, drugog dana dvije sedmine ostatka, a trećeg dana preostalih 20 stranica. Knjiga ima

A. 100 B. 60 C. 120 D. 40 E. 20 stranica

Rješenje 086

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako se računa "... $\frac{a}{b}$ od x...?"

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Neka je x broj stranica knjige.

Prvog dana pročitano je 30% knjige, tj.

$$\frac{30}{100} \cdot x = \frac{30}{100} \cdot x = \frac{3}{10} \cdot x$$

stranica knjige. Ostalo je za pročitati

$$x - \frac{3}{10} \cdot x = \left(1 - \frac{3}{10}\right) \cdot x = \left(\frac{10}{10} - \frac{3}{10}\right) \cdot x = \frac{10-3}{10} \cdot x = \frac{7}{10} \cdot x$$

stranica knjige.

Drugog dana pročitano je dvije sedmine ostatka, odnosno

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{10} \cdot x = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{10} \cdot x = \frac{2}{10} \cdot x = \frac{2}{10} \cdot x = \frac{1}{5} \cdot x$$

stranica knjige.

Trećeg dana pročitano je preostalih 20 stranica. Sada možemo napisati linearnu jednadžbu.

$$\begin{aligned} \frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot x + 20 = x &\Rightarrow \frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot x + 20 = x \quad /: 10 \Rightarrow 3 \cdot x + 2 \cdot x + 200 = 10 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot x + 2 \cdot x - 10 \cdot x = -200 &\Rightarrow -5 \cdot x = -200 \Rightarrow -5 \cdot x = -200 \quad /: (-5) \Rightarrow x = 40. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Prikažimo tablicom!

	Prvi dan	Drugi dan	Treći dan	UKUPNO
Broj stranica knjige	$\frac{3}{10} \cdot x$	$\frac{1}{5} \cdot x$	20	x

2. inačica

Neka je x broj stranica knjige.

Prvog dana pročitano je 30% knjige, tj.

$$\frac{30}{100} \cdot x = \frac{30}{100} \cdot x = \frac{3}{10} \cdot x$$

stranica knjige. Ostalo je za pročitati

$$x - \frac{3}{10} \cdot x = \left(1 - \frac{3}{10}\right) \cdot x = \left(\frac{10}{10} - \frac{3}{10}\right) \cdot x = \frac{10-3}{10} \cdot x = \frac{7}{10} \cdot x$$

stranica knjige.

Drugog dana pročitano je dvije sedmine ostatka, odnosno

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{10} \cdot x = \frac{2}{7} \cdot \frac{7}{10} \cdot x = \frac{2}{10} \cdot x = \frac{2}{10} \cdot x = \frac{1}{5} \cdot x$$

stranica knjige.

Prvog i drugog dana zajedno učenik je pročitao

$$\frac{3}{10} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot x = \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{5} \right) \cdot x = \frac{3+2}{10} \cdot x = \frac{5}{10} \cdot x = \frac{5}{10} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot x$$

stranica knjige.

Treći dan ostalo je za pročitati

$$x - \frac{1}{2} \cdot x = \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot x = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) \cdot x = \frac{2-1}{2} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot x$$

stranica knjige.

Budući da je za treći dan preostalo 20 stranica, vrijedi jednačina:

$$\frac{1}{2} \cdot x = 20 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot x = 20 \cdot 2 \Rightarrow x = 40.$$

Odgovor je pod D.



Vježba 086

Učenik je prvog dana pročitao 30% jedne knjige, drugog dana dvije sedmine ostatka, a trećeg dana preostalih 40 stranica. Knjiga ima

- A. 90 B. 80 C. 120 D. 40 E. 20 stranica

Rezultat: B.

Zadatak 087 (Kiki, gimnazija)

Riješi jednačinu $\frac{x-a}{b \cdot c} + \frac{x-b}{a \cdot c} + \frac{x-c}{a \cdot b} = 2 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ pri čemu je $a \cdot b \cdot c \neq 0$.

Rješenje 087

Ponovimo!

$$\frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

$$\begin{aligned} \frac{x-a}{b \cdot c} + \frac{x-b}{a \cdot c} + \frac{x-c}{a \cdot b} &= 2 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \Rightarrow \frac{x-a}{b \cdot c} + \frac{x-b}{a \cdot c} + \frac{x-c}{a \cdot b} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x-a}{b \cdot c} + \frac{x-b}{a \cdot c} + \frac{x-c}{a \cdot b} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{x-a}{b \cdot c} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{x-b}{a \cdot c} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} + \frac{x-c}{a \cdot b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(\frac{x-a}{b \cdot c} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{x-b}{a \cdot c} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{x-c}{a \cdot b} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) &= 0 \Rightarrow \frac{x-a-c-b}{b \cdot c} + \frac{x-b-c-a}{a \cdot c} + \frac{x-c-b-a}{a \cdot b} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x-a-b-c}{b \cdot c} + \frac{x-a-b-c}{a \cdot c} + \frac{x-a-b-c}{a \cdot b} &= 0 \Rightarrow (x-a-b-c) \cdot \left(\frac{1}{b \cdot c} + \frac{1}{a \cdot c} + \frac{1}{a \cdot b} \right) = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} x - a - b - c = 0 \\ \frac{1}{b \cdot c} + \frac{1}{a \cdot c} + \frac{1}{a \cdot b} = 0, \text{ nije moguće jer } a \cdot b \cdot c \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = a + b + c.$$

Vježba 087

Riješi jednačbu $\frac{x}{b \cdot c} + \frac{x}{a \cdot c} + \frac{x}{a \cdot b} = 2 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + \frac{a}{b \cdot c} + \frac{b}{a \cdot c} + \frac{c}{a \cdot b}$, pri čemu je $a \cdot b \cdot c \neq 0$.

Rezultat: $x = a + b + c$.

Zadatak 088 (Ana, srednja škola)

Ako su $\frac{2}{3}$ nekog broja jednake 7, onda je $\frac{4}{7}$ tog broja jednako:

- A. 12 B. 10 C. 6 D. 8

Rješenje 088

Ponovimo!

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}, \quad n = \frac{n}{1}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Kako se računa "... $\frac{a}{b}$ od x...?"

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Ako slovom x označimo broj od kojeg $\frac{2}{3}$ iznosi 7, onda je:

$$\frac{2}{3} \cdot x = 7 \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot x = 7 / \cdot \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{21}{2}.$$

Tada $\frac{4}{7}$ tog broja iznosi:

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{2} = \frac{4}{7} \cdot \frac{21}{2} = \frac{2}{7} \cdot \frac{21}{1} = \frac{2}{7} \cdot \frac{21}{1} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{1} = 6.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 088

Ako su $\frac{2}{3}$ nekog broja jednake 7, onda je $\frac{8}{7}$ tog broja jednako:

- A. 12 B. 10 C. 6 D. 8

Rezultat: A.

Zadatak 089 (Nely, srednja škola)

Riješi nejednačbu: $-5 \leq 2 \cdot x + 3 < 7$.

Rješenje 089

Ponovimo!

$$\left. \begin{array}{l} a < x < b \\ a \leq x \leq b \\ a < x \leq b \\ a \leq x < b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \in \langle a, b \rangle \\ x \in [a, b] \\ x \in \langle a, b \rangle \\ x \in [a, b] \end{array} \right\}.$$

Ako brojevima koje uspoređujemo dodamo (oduzmemo) isti broj, njihov odnos se ne mijenja

$$a < b \text{ i } c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + c < b + c, \quad a \leq b \text{ i } c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + c \leq b + c.$$

Ako brojeve koje uspoređujemo množimo (dijelimo) istim pozitivnim brojem, njihov odnos se ne mijenja.

$$a < b \text{ i } c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c, \quad a \leq b \text{ i } c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}.$$

1. inačica

$$\begin{aligned} -5 \leq 2 \cdot x + 3 < 7 &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{dodamo broj} \\ -3 \end{array} \right] \Rightarrow -5 \leq 2 \cdot x + 3 < 7 \quad / -3 \Rightarrow -5 - 3 \leq 2 \cdot x + 3 - 3 < 7 - 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow -5 - 3 \leq 2 \cdot x + 3 - 3 < 7 - 3 &\Rightarrow -8 \leq 2 \cdot x < 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{dijelimo brojem} \\ 2 \end{array} \right] \Rightarrow -8 \leq 2 \cdot x < 4 \quad / : 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow -4 \leq x < 2 &\Rightarrow x \in [-4, 2). \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} -5 \leq 2 \cdot x + 3 < 7 &\Rightarrow 2 \cdot x + 3 \in [-5, 7) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{dodamo broj} \\ -3 \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot x + 3 - 3 \in [-5 - 3, 7 - 3) \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot x + 3 - 3 \in [-5 - 3, 7 - 3) &\Rightarrow 2 \cdot x \in [-8, 4) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{dijelimo brojem} \\ 2 \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot x \in [-8, 4) &/ : 2 \Rightarrow x \in [-4, 2). \end{aligned}$$

Vježba 089

Riješi nejednadžbu: $-5 \leq 2 \cdot x - 3 < 7$.

Rezultat: $x \in [-1, 5)$.

Zadatak 090 (Smijalica ☺, hotelijerska škola)

Riješi nejednadžbu: $3 \cdot x + 1 < 2 \cdot x - 11$.

Rješenje 090

Ponovimo!

$$\left. \begin{array}{l} x > a \\ x \geq a \\ x < a \\ x \leq a \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \in \langle a, +\infty \rangle \\ x \in [a, +\infty) \\ x \in \langle -\infty, a \rangle \\ x \in \langle -\infty, a \rangle \end{array} \right\}.$$

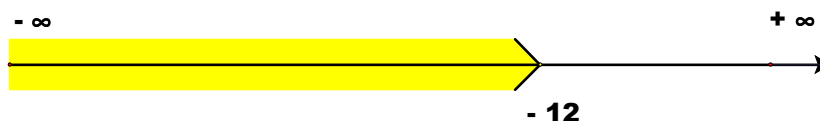
Ako brojevima koje uspoređujemo dodamo (oduzmemo) isti broj, njihov odnos se ne mijenja

$$a < b \text{ i } c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + c < b + c, \quad a \leq b \text{ i } c \in \mathbb{R} \Rightarrow a + c \leq b + c.$$

Ako brojeve koje uspoređujemo množimo (dijelimo) istim pozitivnim brojem, njihov odnos se ne mijenja.

$$a < b \text{ i } c > 0 \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c, \quad a \leq b \text{ i } c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}.$$

$$3 \cdot x + 1 < 2 \cdot x - 11 \Rightarrow 3 \cdot x - 2 \cdot x < -11 - 1 \Rightarrow x < -12.$$



$$x \in \langle -\infty, -12 \rangle.$$

Vježba 090

Riješi nejednadžbu: $5 \cdot x + 1 < 3 \cdot x - 11$.

Rezultat: $x \in \langle -\infty, -6 \rangle$.

Zadatak 091 (Iva, srednja škola)

Za koje vrijednosti parametra a jednačba $x + a = 4$ ima rješenje $x \geq 0$?

- A. $a \leq 0$ B. $a \geq -4$ C. $a \leq \frac{1}{4}$ D. $a \leq 4$

Rješenje 091

Ponovimo!

$$a \geq b, c < 0 \Rightarrow a \cdot c \leq b \cdot c.$$

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednačbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Ako obje strane nejednadžbe pomnožimo (ili podijelimo) s negativnim brojem, znak nejednakosti će se promijeniti.

Zadanu jednačbu riješimo po varijabli x .

$$x + a = 4 \Rightarrow x = 4 - a.$$

Budući da je $x \geq 0$, slijedi:

$$\left. \begin{array}{l} x = 4 - a \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 - a \geq 0 \Rightarrow -a \geq -4 \Rightarrow -a \geq -4 \cdot (-1) \Rightarrow a \leq 4.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 091

Za koje vrijednosti parametra a jednačba $x + a = 4$ ima rješenje $x \leq 0$?

- A. $a \geq 4$ B. $a \geq -4$ C. $a \leq \frac{1}{4}$ D. $a \leq 4$

Rezultat: A.

Zadatak 092 (Jenny, gimnazija)

Na kolodvoru stoje dva vlaka. U jednom je 12 vagona više nego u drugom. Kad bi svaku kompoziciju umanjili za 6 vagona, u jednoj bi ostalo 3 puta više vagona nego u drugoj. Koliko je u svakoj kompoziciji vagona?

Rješenje 092

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Kako zapisati da je broj a za n veći od broja b ?

$$a - n = b \quad , \quad a = b + n \quad , \quad a - b = n.$$

Kako zapisati da je broj b "n puta" veći od broja a?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

Neka je u prvom vlaku x vagona.

U drugom vlaku je 12 vagona više pa je to $x + 12$.

Ako svaku kompoziciju umanjimo za 6 vagona, onda je:

- u prvoj kompoziciji

$$x - 6$$

vagona

- u drugoj kompoziciji

$$x + 12 - 6 = x + 6$$

vagona.

	Prva kompozicija	Druga kompozicija
Broj vagona na početku	x	x + 12
Broj vagona umanjen za 6	x - 6	x + 6

Budući da je sada u većoj kompoziciji ostalo 3 puta više vagona nego u manjoj kompoziciji, vrijedi jednačica:

$$\begin{aligned} x + 6 &= 3 \cdot (x - 6) \Rightarrow x + 6 = 3 \cdot x - 18 \Rightarrow x - 3 \cdot x = -18 - 6 \Rightarrow -2 \cdot x = -24 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -2 \cdot x = -24 \quad /: (-2) \Rightarrow x = 12. \end{aligned}$$

U prvoj kompoziciji je

$$x = 12$$

vagona.

U drugoj kompoziciji je

$$x + 12 = 12 + 12 = 24$$

vagona.

Vježba 092

Na kolodvoru stoje dva vlaka. U jednom je 15 vagona više nego u drugom. Kad bi svaku kompoziciju umanjili za 5 vagona, u jednoj bi ostalo 2 puta više vagona nego u drugoj. Koliko je u svakoj kompoziciji vagona?

Rezultat: 20, 35.

Zadatak 093 (Jenny, gimnazija)

Pomiješamo li vruću vodu temperature 76°C i hladnu vodu temperature 12°C , dobit ćemo 96 litara vode temperature 40°C . Koliko je pritom uzeto vruće vode?

Rješenje 093

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Neka je x količina vruće vode, a y količina hladne vode.

Ukupno je vruće i hladne vode 96 litara pa vrijedi jednačica

$$x + y = 96.$$

Ako x litara vruće vode temperature 76°C pomiješamo sa y litara hladne vode temperature 12°C , dobit ćemo 96 litara vode temperature 40°C pa vrijedi jednačica:

$$76 \cdot x + 12 \cdot y = 96 \cdot 40 \Rightarrow 76 \cdot x + 12 \cdot y = 3840.$$

Iz sustava jednačica izračunamo količinu vruće vode x.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 96 \\ 76 \cdot x + 12 \cdot y = 3840 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 96 \\ 76 \cdot x + 12 \cdot y = 3840 \text{ / : 4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 96 \\ 19 \cdot x + 3 \cdot y = 960 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 96 - x \\ 19 \cdot x + 3 \cdot y = 960 \end{array} \right\} \Rightarrow 19 \cdot x + 3 \cdot (96 - x) = 960 \Rightarrow 19 \cdot x + 288 - 3 \cdot x = 960 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 19 \cdot x - 3 \cdot x = 960 - 288 \Rightarrow 16 \cdot x = 672 \Rightarrow 16 \cdot x = 672 \text{ / : 16} \Rightarrow x = 42.$$

Uzeto je 42 litre vruće vode.

2. inačica

Neka je x količina vruće vode. Budući da je ukupno 96 litara vode, hladne vode bit će $96 - x$. Ako x litara vruće vode temperature 76°C pomiješamo sa $96 - x$ litara hladne vode temperature 12°C , dobit ćemo 96 litara vode temperature 40°C pa vrijedi jednačina:

$$76 \cdot x + 12 \cdot (96 - x) = 96 \cdot 40 \Rightarrow 76 \cdot x + 1152 - 12 \cdot x = 3840 \Rightarrow 76 \cdot x - 12 \cdot x = 3840 - 1152 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 \cdot x = 2688 \Rightarrow 64 \cdot x = 2688 \text{ / : 64} \Rightarrow x = 42.$$

Uzeto je 42 litre vruće vode.

Vježba 093

Pomiješamo li vruću vodu temperature 76°C i hladnu temperature 12°C , dobit ćemo 96 litara vode temperature 40°C . Koliko je pritom uzeto hladne vode?

Rezultat: 54.

Zadatak 094 (Adela, gimnazija)

Riješi jednačinu: $\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x}$.

Rješenje 094

Ponovimo!

$$a = b \Rightarrow b = a, \quad \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{n}{1} = \frac{n}{1}, \quad \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$\frac{2}{73} = \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{60} + \frac{1}{219} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x} = \frac{2}{73} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{73} - \frac{1}{60} - \frac{1}{219} - \frac{1}{292} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{73} - \frac{1}{60} - \frac{1}{3 \cdot 73} - \frac{1}{4 \cdot 73} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{73} - \frac{1}{3 \cdot 73} - \frac{1}{4 \cdot 73} - \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{73} \cdot \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{73} \cdot \left(\frac{2}{1} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{73} \cdot \frac{24 - 4 - 3}{12} - \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{73} \cdot \frac{17}{12} - \frac{1}{60} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{73} \cdot \frac{17}{12} - \frac{1}{5 \cdot 12} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{17}{73} - \frac{1}{5} \right) \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot \frac{85 - 73}{365} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12}{365} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12}{365} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{365} \Rightarrow x = 365.$$

Vježba 094

Riješi jednačinu: $\frac{1}{60} + \frac{1}{292} + \frac{1}{x} = \frac{5}{219}$.

Rezultat: 365.

Zadatak 095 (Renato, građevinska škola)

Riješi jednađbu: $(2-3 \cdot x) \cdot (4+5 \cdot x) = 5+x-15 \cdot x^2$.

Rješenje 095

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

$$\begin{aligned} (2-3 \cdot x) \cdot (4+5 \cdot x) &= 5+x-15 \cdot x^2 \Rightarrow 8+10 \cdot x-12 \cdot x-15 \cdot x^2 = 5+x-15 \cdot x^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8+10 \cdot x-12 \cdot x-15 \cdot x^2 = 5+x-15 \cdot x^2 \Rightarrow 8+10 \cdot x-12 \cdot x = 5+x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 \cdot x-12 \cdot x-x = 5-8 \Rightarrow -3 \cdot x = -3 \Rightarrow -3 \cdot x = -3 \quad /: (-3) \Rightarrow x=1. \end{aligned}$$

Vježba 095

Riješi jednađbu: $(2-3 \cdot x) \cdot (4+5 \cdot x) + 15 \cdot x^2 = 5+x$.

Rezultat: $x = 1$.

Zadatak 096 (Renato, građevinska škola)

Riješi jednađbu: $(x+5)^2 - (x-3)^2 = 32$.

Rješenje 096

Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

$$\begin{aligned} (x+5)^2 - (x-3)^2 &= 32 \Rightarrow x^2 + 10 \cdot x + 25 - (x^2 - 6 \cdot x + 9) = 32 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + 10 \cdot x + 25 - x^2 + 6 \cdot x - 9 = 32 \Rightarrow x^2 + 10 \cdot x + 25 - x^2 + 6 \cdot x - 9 = 32 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 10 \cdot x + 25 + 6 \cdot x - 9 = 32 \Rightarrow 10 \cdot x + 6 \cdot x = 32 - 25 + 9 \Rightarrow 16 \cdot x = 16 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 16 \cdot x = 16 \quad /: 16 \Rightarrow x=1. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} (x+5)^2 - (x-3)^2 &= 32 \Rightarrow ((x+5) - (x-3)) \cdot ((x+5) + (x-3)) = 32 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x+5-x+3) \cdot (x+5+x-3) = 32 \Rightarrow (x+5-x+3) \cdot (x+5+x-3) = 32 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8 \cdot (2 \cdot x+2) = 32 \Rightarrow 8 \cdot (2 \cdot x+2) = 32 \quad /: 8 \Rightarrow 2 \cdot x+2 = 4 \Rightarrow 2 \cdot x = 4-2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot x = 2 \Rightarrow 2 \cdot x = 2 \quad /: 2 \Rightarrow x=1. \end{aligned}$$

Vježba 096

Riješi jednađbu: $(x+5)^2 - 32 = (x-3)^2$.

Rezultat: $x = 1$.

Zadatak 097 (Sanja, strukovna škola)

Odredi skup rješenja nejednadžbe $\frac{x+1}{2} + \frac{3 \cdot x}{5} - \frac{3 \cdot x - 2}{5} \geq \frac{x}{2}$.

Rješenje 097

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{2} + \frac{3 \cdot x}{5} - \frac{3 \cdot x - 2}{5} &\geq \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x+1}{2} + \frac{3 \cdot x}{5} - \frac{3 \cdot x - 2}{5} \geq \frac{x}{2} \quad / \cdot 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot (x+1) + 6 \cdot x - 2 \cdot (3 \cdot x - 2) &\geq 5 \cdot x \Rightarrow 5 \cdot x + 5 + 6 \cdot x - 6 \cdot x + 4 \geq 5 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot x + 6 \cdot x - 6 \cdot x - 5 \cdot x &\geq -5 - 4 \Rightarrow 5 \cdot x + 6 \cdot x - 6 \cdot x - 5 \cdot x \geq -5 - 4 \Rightarrow 0 \geq -9. \end{aligned}$$

Ova je tvrdnja istinita za svaki realan broj x pa je skup svih rješenja nejednadžbe skup R .

$$x \in R \quad \text{ili} \quad x \in \langle -\infty, +\infty \rangle.$$

Vježba 097

Odredi skup rješenja nejednadžbe $\frac{x+1}{2} + \frac{3 \cdot x}{5} + \frac{2-3 \cdot x}{5} - \frac{x}{2} \geq 0$.

Rezultat: $x \in R$ ili $x \in \langle -\infty, +\infty \rangle$.

Zadatak 098 (Matija, strukovna škola)

Kompozicija teretnog vlaka duga je 779 m i sastoji se od lokomotive, vagona cisterne i vagona hladnjače. Vagon hladnjače je za 5 m kraći od vagona cisterne. Lokomotiva je duga koliko su dugi vagon cisterne i vagon hladnjače zajedno. Razmak između lokomotive i prvog vagona jednak je razmaku između vagona i iznosi 1 m. Kompozicija ima 40 vagona cisterne i 30 vagona hladnjača. Koliko je duga lokomotiva?

- A. 16 m B. 17 m C. 18 m D. 19 m

Rješenje 098

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Kako zapisati da je broj a za n manji od broja b ?

$$a+n=b \quad , \quad a=b-n \quad , \quad b-a=n.$$

Neka je x duljina vagona cisterne.

Vagon hladnjače je za 5 m kraći od vagona cisterne pa je njegova duljina

$$x-5.$$

Lokomotiva je duga koliko su dugi vagon cisterne i vagon hladnjače zajedno pa je njezina duljina

$$x + (x-5) = x + x - 5 = 2 \cdot x - 5.$$

Kompozicija ima ukupno 71 dio (1 lokomotiva + 40 vagona cisterne + 30 vagona hladnjače).

Razmak između lokomotive i prvog vagona jednak je razmaku između vagona i iznosi 1 m. Ukupni razmak u kompoziciji je 70 m.

Duljina lokomotive je

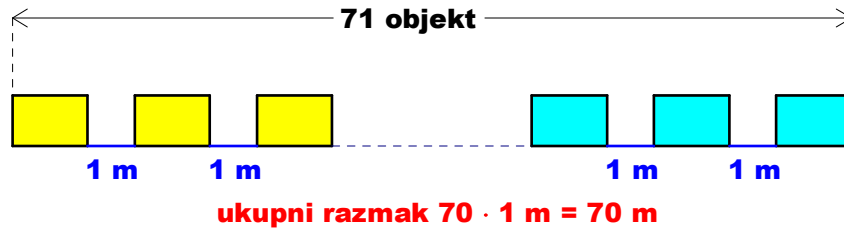
$$2 \cdot x - 5.$$

Duljina 40 vagona cisterne je

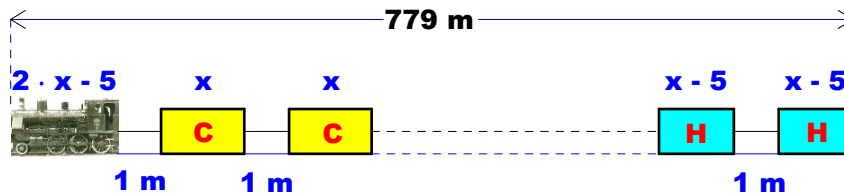
$$40 \cdot x.$$

Duljina 30 vagona hladnjače je

$$30 \cdot (x-5).$$



Ukupna duljina razmaka među vagonima je 70 m.



Budući da je kompozicija teretnog vlaka duga 779 m, vrijedi jednačba:

$$2 \cdot x - 5 + 40 \cdot x + 30 \cdot (x - 5) + 70 = 779 \Rightarrow 2 \cdot x - 5 + 40 \cdot x + 30 \cdot x - 150 + 70 = 779 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x + 40 \cdot x + 30 \cdot x = 779 + 5 + 150 - 70 \Rightarrow 72 \cdot x = 864 \Rightarrow 72 \cdot x = 864 \text{ / : } 72 \Rightarrow x = 12.$$

Lokomotiva ima duljinu

$$2 \cdot x - 5 = 2 \cdot 12 - 5 = 24 - 5 = 19 \text{ m.}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 098

Kompozicija teretnog vlaka duga je 779 m i sastoji se od lokomotive, vagona cisterne i vagona hladnjače. Vagon cisterne je za 5 m duži od vagona hladnjače. Lokomotiva je duga koliko su dugi vagon cisterne i vagon hladnjače zajedno. Razmak između lokomotive i prvog vagona jednak je razmaku između vagona i iznosi 1 m. Kompozicija ima 40 vagona cisterne i 30 vagona hladnjača. Koliko je duga lokomotiva?

- A. 16 m B. 17 m C. 18 m D. 19 m

Rezultat: D.

Zadatak 099 (Vanja, gimnazija)

S $a \circ b = a - a \cdot b + b$ zadana je algebarska operacija u skupu realnih brojeva. Ako je $3 \circ (x \circ 2) = 9$, onda je

- A. $x = 7$ B. $x = 3$ C. $x = 5$ D. $x = 1$

Rješenje 099

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Iz definicije

$$a \circ b = a - a \cdot b + b$$

dobije se

$$3 \circ (x \circ 2) = 9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \circ b = a - a \cdot b + b \\ a = 3 \\ b = x \circ 2 \end{array} \right] \Rightarrow 3 - 3 \cdot (x \circ 2) + (x \circ 2) = 9 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \circ b = a - a \cdot b + b \\ a = x \\ b = 2 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 - 3 \cdot (x - 2 \cdot x + 2) + (x - 2 \cdot x + 2) = 9 \Rightarrow 3 - 3 \cdot (-x + 2) + (-x + 2) = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 + 3 \cdot x - 6 - x + 2 = 9 \Rightarrow 3 \cdot x - x = 9 - 3 + 6 - 2 \Rightarrow 2 \cdot x = 10 \Rightarrow 2 \cdot x = 10 \text{ / : } 2 \Rightarrow x = 5.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Iz definicije

$$a \circ b = a - a \cdot b + b$$

dobije se

$$\begin{aligned} 3 \circ (x \circ 2) = 9 &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \circ b = a - a \cdot b + b \\ a = x \\ b = 2 \end{array} \right] \Rightarrow 3 \circ (x - 2 \cdot x + 2) = 9 \Rightarrow 3 \circ (-x + 2) = 9 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \circ b = a - a \cdot b + b \\ a = 3 \\ b = -x + 2 \end{array} \right] \Rightarrow 3 - 3 \cdot (-x + 2) + (-x + 2) = 9 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3 + 3 \cdot x - 6 - x + 2 = 9 \Rightarrow 3 \cdot x - x = 9 - 3 + 6 - 2 \Rightarrow 2 \cdot x = 10 \Rightarrow 2 \cdot x = 10 \quad / : 2 \Rightarrow x = 5. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 099

S $a \circ b = a - a \cdot b + b$ zadana je algebarska operacija u skupu realnih brojeva. Ako je $3 \circ (x \circ 2) = 13$, onda je

A. $x = 7$ B. $x = 3$ C. $x = 5$ D. $x = 1$

Rezultat: A.

Zadatak 100 (4A, TUPŠ)

Broj $x = 2$ je rješenje jednadžbe $m - 3 \cdot x = \frac{1}{5}$. Koliki je realni broj m ?

A. -29 B. $-\frac{29}{5}$ C. $\frac{31}{5}$ D. 31

Rješenje 100

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Budući da je broj $x = 2$ rješenje jednadžbe, uvrstit ćemo ga u nju.

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \\ m - 3 \cdot x = \frac{1}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow m - 3 \cdot 2 = \frac{1}{5} \Rightarrow m - 6 = \frac{1}{5} \Rightarrow m = \frac{1}{5} + 6 \Rightarrow m = \frac{1}{5} + \frac{6}{1} \Rightarrow \\ \Rightarrow m = \frac{1 + 30}{5} \Rightarrow m = \frac{31}{5}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 100

Broj $x = -2$ je rješenje jednadžbe $m - 3 \cdot x = \frac{1}{5}$. Koliki je realni broj m ?

A. -29 B. $-\frac{29}{5}$ C. $\frac{31}{5}$ D. 31

Rezultat: B.