Zadatak 061 (Monika, gimnazija)

Riješi uz diskusiju: $a \cdot x - 2 = a^2 \cdot x - 2 \cdot a.$

Rješenje 061

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \ \ a, \, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R.$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$a \cdot x - 2 = a^2 \cdot x - 2 \cdot a \Rightarrow a \cdot x - a^2 \cdot x = -2 \cdot a + 2 \Rightarrow a \cdot x \cdot (1 - a) = 2 - 2 \cdot a \Rightarrow a \cdot (1 - a) \cdot x = 2 \cdot (1 - a).$$

1. slučaj

$$\left.\begin{array}{l} a \cdot (1 - a) \cdot x = 2 \cdot (1 - a) \\ a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot (1 - 0) \cdot x = 2 \cdot (1 - 0) \Rightarrow 0 \cdot x = 2.$$

Za a = 0 jednadžba nema rješenja.

2. slučaj

$$\left.\begin{array}{l} a \cdot (1 - a) \cdot x = 2 \cdot (1 - a) \\ 1 - a = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a \cdot (1 - a) \cdot x = 2 \cdot (1 - a) \\ a = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 1 \cdot (1 - 1) \cdot x = 2 \cdot (1 - 1) \Rightarrow 0 \cdot x = 0.$$

Za a = 1 jednadžba zadovoljava svaki $x \in R.$

3. slučaj

Ako je a $\neq$ 0 i a $\neq$ 1, onda jednadžba ima jedinstveno rješenje:

$$a \cdot (1 - a) \cdot x = 2 \cdot (1 - a) \Rightarrow a \cdot (1 - a) \cdot x = 2 \cdot (1 - a) \ / \cdot \frac{1}{a \cdot (1 - a)} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot (1 - a)}{a \cdot (1 - a)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \cdot \cancel{(1 - a)}}{a \cdot \cancel{(1 - a)}} \Rightarrow x = \frac{2}{a}.$$

Vježba 061

Riješi uz diskusiju: $a \cdot x + 2 \cdot a = a^2 \cdot x + 2.$

Rezultat: Za a = 0 jednadžba nema rješenja. Za a = 1 jednadžba zadovoljava svaki $x \in R.$

Ako je a $\neq$ 0 i a $\neq$ 1, onda jednadžba ima jedinstveno rješenje: $x = \frac{2}{a}.$

Zadatak 062 (Monika, gimnazija)

Riješi uz diskusiju: $b^2 \cdot x + b^2 = 9 \cdot x + 6 + b.$

Rješenje 062

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \ \ a, \ b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$b^2 \cdot x + b^2 = 9 \cdot x + 6 + b \Rightarrow b^2 \cdot x - 9 \cdot x = 6 + b - b^2 \Rightarrow \left(b^2 - 9\right) \cdot x = 6 + b - b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = b - 3 - b^2 + 9 \Rightarrow (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) - \left(b^2 - 9\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) - (b-3) \cdot (b+3) \Rightarrow (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (1 - (b+3)) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (1 - b - 3) \Rightarrow (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (-b-2).$$

1. slučaj

$$\left.\begin{array}{l} (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (-b-2) \\ b - 3 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (-b-2) \\ b = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (3-3) \cdot (3+3) \cdot x = (3-3) \cdot (-3-2) \Rightarrow 0 \cdot 6 \cdot x = 0 \cdot (-5) \Rightarrow 0 \cdot x = 0.$$

Za b = 3 jednadžba zadovoljava svaki $x \in R$.

2. slučaj

$$\left.\begin{array}{l} (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (-b-2) \\ b + 3 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (-b-2) \\ b = -3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (-3-3) \cdot (-3+3) \cdot x = (-3-3) \cdot (3-2) \Rightarrow -6 \cdot 0 \cdot x = -6 \cdot 1 \Rightarrow 0 \cdot x = -6.$$

Za b = – 3 jednadžba nema rješenja.

3. slučaj

Ako je b ≠ – 3 i b ≠ 3, onda jednadžba ima jedinstveno rješenje:

$$(b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (-b-2) \Rightarrow (b-3) \cdot (b+3) \cdot x = (b-3) \cdot (-b-2) \ / \cdot \frac{1}{(b-3) \cdot (b+3)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{(b-3) \cdot (-b-2)}{(b-3) \cdot (b+3)} \Rightarrow x = \frac{(b-3) \cdot (-b-2)}{(b-3) \cdot (b+3)} \Rightarrow x = \frac{-b-2}{b+3} \Rightarrow x = -\frac{b+2}{b+3}.$$

Vježba 062

Riješi uz diskusiju: $b^2 \cdot x - b - 6 = 9 \cdot x - b^2.$

Rezultat: Za b = – 3 jednadžba nema rješenja. Za b = 3 jednadžba zadovoljava svaki $x \in R$.

Ako je b ≠ – 3 i b ≠ 3, onda jednadžba ima jedinstveno rješenje: $x = -\frac{b+2}{b+3}$.

Zadatak 063 (Tin, gimnazija)

Jedan magarac košta 1 kunu, jedna kokoš košta 25 lipa, a jedan konj košta 15 kuna. Za 100 kuna treba kupiti 100 različitih životinja. Koliko će od tih 100 životinja biti magaraca, konja i kokoši?

Rješenje 063

Ponovimo!

Linearna Diofantska jednadžba ima opći oblik:

$$a \cdot x + b \cdot y = c$$

gdje može postojati jedno, nekoliko ili neograničeno mnogo rješenja predstavljenih brojevima iz skupa prirodnih brojeva.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Označimo slovom x broj magaraca, a slovom y broj kokoši. Tada je z broj konja dan izrazom

$$z = 100 - x - y.$$

Jedan magarac košta 1 kn, jedna kokoš stoji 0.25 lipa $= \frac{1}{4}$ kn, a jedan konj vrijedi 15 kn.

Budući da ukupno treba potrošiti 100 kn, slijedi jednadžba:

$$1 \cdot x + \frac{1}{4} \cdot y + 15 \cdot z = 100 \Rightarrow x + \frac{1}{4} \cdot y + 15 \cdot (100 - x - y) = 100 \Rightarrow x + \frac{1}{4} \cdot y + 15 \cdot (100 - x - y) = 100 \; / \cdot 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x + y + 60 \cdot (100 - x - y) = 400 \Rightarrow 4 \cdot x + y + 6000 - 60 \cdot x - 60 \cdot y = 400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x + y - 60 \cdot x - 60 \cdot y = 400 - 6000 \Rightarrow -56 \cdot x - 59 \cdot y = -5600 \Rightarrow -56 \cdot x - 59 \cdot y = -5600 \; / \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 56 \cdot x + 59 \cdot y = 5600 \Rightarrow 56 \cdot x = 5600 - 59 \cdot y \Rightarrow 56 \cdot x = 5600 - 56 \cdot y - 3 \cdot y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 56 \cdot x = 5600 - 56 \cdot y - 3 \cdot y \; / : 56 \Rightarrow x = 100 - y - \frac{3}{56} \cdot y.$$

Razlomak jedino može biti cijeli broj za y = 56 te je time određeno i jedino rješenje postavljene Diofantske jednadžbe.

$$\left.\begin{array}{l} y = 56 \\ x = 100 - y - \frac{3}{56} \cdot y \\ z = 100 - x - y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 100 - 56 - \frac{3}{56} \cdot 56 \\ z = 100 - x - 56 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 100 - 56 - \frac{3}{56} \cdot 56 \\ z = 100 - x - 56 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 100 - 56 - 3 \\ z = 100 - x - 56 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x = 41 \\ z = 100 - x - 56 \end{array}\right\} \Rightarrow z = 100 - 41 - 56 \Rightarrow z = 3.$$

Od 100 životinja bit će:

41 magarac

56 kokoši

3 konja

Vježba 063

Za 100 kuna treba kupiti točno 100 jabuka po cijeni 10 kn, 5 kn i 50 lipa. Koliko će se kupiti od kojih jabuka?

Rezultat: 90 jabuka po 50 lipa, 9 jabuka po 5 kn i 1 jabuka po 10 kn.

Zadatak 064 (Malena, strukovna škola)

Odredite h iz formule $S = r \cdot \pi \cdot (r + 2 \cdot h)$.

$A.\ h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{S}{r \cdot \pi} - r \right)$ $\quad B.\ h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{S}{r \cdot \pi} + r \right)$ $\quad C.\ h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r \cdot \pi}{S} - r \right)$ $\quad D.\ h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r \cdot \pi}{S} + r \right)$

Rješenje 064

Ponovimo!

$$a = b \Rightarrow b = a \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1.inačica

$$S = r \cdot \pi \cdot (r + 2 \cdot h) \Rightarrow S = r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h \Rightarrow -2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = r^2 \cdot \pi - S \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = r^2 \cdot \pi - S \ / \cdot \frac{-1}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow h = \frac{-r^2 \cdot \pi}{2 \cdot r \cdot \pi} + \frac{S}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow h = \frac{-r^2 \cdot \pi}{2 \cdot r \cdot \pi} + \frac{S}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{-r}{2} + \frac{S}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow h = \frac{S}{2 \cdot r \cdot \pi} - \frac{r}{2} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{S}{r \cdot \pi} - r \right).$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

$$S = r \cdot \pi \cdot (r + 2 \cdot h) \Rightarrow r \cdot \pi \cdot (r + 2 \cdot h) = S \Rightarrow r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = S \Rightarrow 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = S - r^2 \cdot \pi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot r \cdot \pi \cdot h = S - r^2 \cdot \pi \ / \cdot \frac{1}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow h = \frac{S}{2 \cdot r \cdot \pi} - \frac{r^2 \cdot \pi}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow h = \frac{S}{2 \cdot r \cdot \pi} - \frac{-r^2 \cdot \pi}{2 \cdot r \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \frac{S}{2 \cdot r \cdot \pi} - \frac{r}{2} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{S}{r \cdot \pi} - r \right).$$

Odgovor je pod A.

3.inačica

$$S = r \cdot \pi \cdot (r + 2 \cdot h) \Rightarrow S = r \cdot \pi \cdot (r + 2 \cdot h) \ / \cdot \frac{1}{r \cdot \pi} \Rightarrow \frac{S}{r \cdot \pi} = r + 2 \cdot h \Rightarrow r + 2 \cdot h = \frac{S}{r \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot h = \frac{S}{r \cdot \pi} - r \Rightarrow 2 \cdot h = \frac{S}{r \cdot \pi} - r \ / \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{S}{r \cdot \pi} - r \right).$$

Odgovor je pod A.

Vježba 064

Odredite h iz formule $S = r \cdot \pi \cdot (r + h)$.

$A.\ h = \frac{S}{r \cdot \pi} - r$ $\quad B.\ h = \frac{S}{r \cdot \pi} + r$ $\quad C.\ h = \frac{r \cdot \pi}{S} - r$ $\quad D.\ h = \frac{r \cdot \pi}{S} + r$

Rezultat: A.

Zadatak 065 (Lana, srednja škola)

Kabelska televizija započela je s radom. Pokazalo se da su prve godine rada broj njezinih korisnika K i broj mjeseci t od početka emitiranja povezani formulom

$$K = \frac{20\,000 \cdot (4 \cdot t + 1)}{t + 1}.$$

a) Koliki je broj korisnika bio u trenutku početka rada ove kabelske televizije?

b) Nakon koliko je mjeseci broj korisnika bio 70000?
c) Napišite formulu ovisnosti mjeseci o broju korisnika. (Izrazite t pomoću K.)

Rješenje 065

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

a) Računamo broj korisnika koji je bio u trenutku početka rada ove kabelske televizije.

$$\left.\begin{array}{l} t = 0 \\ K = \dfrac{20000 \cdot (4 \cdot t + 1)}{t+1} \end{array}\right\} \Rightarrow K = \frac{20000 \cdot (4 \cdot 0 + 1)}{0+1} \Rightarrow K = \frac{20000 \cdot (0+1)}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K = \frac{20000 \cdot 1}{1} \Rightarrow K = 20000.$$

b) Računamo nakon koliko je mjeseci broj korisnika bio 70000.

$$\left.\begin{array}{l} K = 70000 \\ K = \dfrac{20000 \cdot (4 \cdot t + 1)}{t+1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{20000 \cdot (4 \cdot t + 1)}{t+1} = 70000 \Rightarrow \frac{20000 \cdot (4 \cdot t + 1)}{t+1} = 70000 \ /:10000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot (4 \cdot t + 1)}{t+1} = 7 \Rightarrow \frac{8 \cdot t + 2}{t+1} = 7 \Rightarrow \frac{8 \cdot t + 2}{t+1} = 7 \ / \cdot (t+1) \Rightarrow 8 \cdot t + 2 = 7 \cdot (t+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 \cdot t + 2 = 7 \cdot t + 7 \Rightarrow 8 \cdot t - 7 \cdot t = 7 - 2 \Rightarrow t = 5 \ mj.$$

c) Formula ovisnosti mjeseci o broju korisnika. (Izražavamo t pomoću K.)

$$K = \frac{20000 \cdot (4 \cdot t + 1)}{t+1} \Rightarrow K = \frac{80000 \cdot t + 20000}{t+1} \Rightarrow K = \frac{80000 \cdot t + 20000}{t+1} \ / \cdot (t+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K \cdot (t+1) = 80000 \cdot t + 20000 \Rightarrow K \cdot t + K = 80000 \cdot t + 20000 \Rightarrow K \cdot t - 80000 \cdot t = 20000 - K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \cdot (K - 80000) = 20000 - K \Rightarrow t \cdot (K - 80000) = 20000 - K \ / \cdot \frac{1}{K - 80000} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{20000 - K}{K - 80000} \Rightarrow t = \frac{-(K - 20000)}{-(80000 - K)} \Rightarrow t = \frac{K - 20000}{80000 - K}.$$

Vježba 065

Kabelska televizija započela je s radom. Pokazalo se da su prve godine rada broj njezinih korisnika K i broj mjeseci t od početka emitiranja povezani formulom

$$K = \frac{15000 \cdot (3 \cdot t + 1)}{t+1}.$$

Koliki je broj korisnika bio u trenutku početka rada ove kabelske televizije?

Rezultat: 15000.

Zadatak 066 (Ivan, srednja škola)

Majka ima 58 godina, a njezine kćerke 26 i 22 godine. Za koliko će godina majka biti stara koliko i obje kćerke zajedno?

Rješenje 066

Nakon x godina svatko od njih bit će x godina stariji. Prikažimo to tablicom:

	Majka	Prva kći	Druga kći
Starost sada	58	26	22
Starost nakon x godina	58 + x	26 + x	22 + x

Budući da nakon x godina majka mora biti stara koliko i obje kćeri zajedno, slijedi:

$$58+x=(26+x)+(22+x) \Rightarrow 58+x=26+x+22+x \Rightarrow 58+x=26+x+22+x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 58=26+22+x \Rightarrow -x=26+22-58 \Rightarrow -x=-10 \Rightarrow -x=-10 \; / \cdot (-1) \Rightarrow x=10.$$

Vježba 066

Majka ima 50 godina, a njezine kćerke 30 i 25 godina. Prije koliko godina je majka bila stara koliko i obje kćerke zajedno?

Rezultat: 5 godina.

Zadatak 067 (Branko, srednja škola)

Skup rješenja nejednadžbe $\frac{x}{m}<\frac{x+1}{m^2}$ za m < 1 i m ≠ 0 je:

$A.\ x>\frac{1}{m+1}$ $\quad B.\ x<\frac{1}{m+1}$ $\quad C.\ x>\frac{1}{m-1}$ $\quad D.\ x<\frac{1}{m-1}$

Rješenje 067

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}<0 \ , \ b>0 \Rightarrow a<0 \quad , \quad a<b \ , \ c<0 \Rightarrow \frac{a}{c}>\frac{b}{c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\frac{x}{m}<\frac{x+1}{m^2} \Rightarrow \frac{x}{m}-\frac{x+1}{m^2}<0 \Rightarrow \frac{m\cdot x-(x+1)}{m^2}<0 \Rightarrow \frac{m\cdot x-x-1}{m^2}<0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{množenje nejednadžbe pozitivnim brojem} \\ m^2>0 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{m\cdot x-x-1}{m^2}<0 \; / \cdot m^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m\cdot x-x-1<0 \Rightarrow m\cdot x-x<1 \Rightarrow x\cdot(m-1)<1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{dijeljenje nejednadžbe negativnim brojem} \\ m<1 \Rightarrow m-1<0 \end{bmatrix} \Rightarrow x\cdot(m-1)<1 \; /:(m-1) \Rightarrow x>\frac{1}{m-1}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 067

Skup rješenja nejednadžbe $\frac{x}{m}>\frac{x+1}{m^2}$ za m < 1 i m ≠ 0 je:

$A.\ x>\frac{1}{m+1}$ $\quad B.\ x<\frac{1}{m+1}$ $\quad C.\ x>\frac{1}{m-1}$ $\quad D.\ x<\frac{1}{m-1}$

Rezultat: D.

Zadatak 068 (1A, HTT)

Veza između litara (y) i galona (x) dana je formulom y = 4.54 · x.

1) Koliko je litara 12.5 galona?

2) Koliko je galona 68 litara?

Rješenje 068

Ponovimo!

$$a = b \;\Rightarrow\; b = a.$$

1) Računamo koliko je litara 12.5 galona.

$$\left.\begin{array}{l} y = 4.54 \cdot x \\ x = 12.5 \text{ galona} \end{array}\right\} \Rightarrow\; y = 4.54 \cdot 12.5 \;\Rightarrow\; y = 56.75 \text{ litara}.$$

2) Računamo koliko je galona 68 litara.

$$\left.\begin{array}{l} y = 4.54 \cdot x \\ y = 68 \text{ litara} \end{array}\right\} \Rightarrow\; 68 = 4.54 \cdot x \;\Rightarrow\; 4.54 \cdot x = 68 \;\Rightarrow\; 4.54 \cdot x = 68 \;/ : 4.54 \;\Rightarrow\; x = 14.98 \text{ galona}.$$

Vježba 068

Veza između litara (y) i galona (x) dana je formulom y = 4.54 · x. Koliko je litara 25 galona?

Rezultat: 113.5 litara.

Zadatak 069 (Branka, strukovna škola)

Ako je $P = 6$ i ako je $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$, tada je $a + c$ jednako:

$$A.\ \frac{3}{v} \qquad B.\ \frac{12}{v} \qquad C.\ 3 - v \qquad D.\ 12 - v$$

Rješenje 069

Ponovimo!

$$a = b \;\Rightarrow\; b = a \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} P = 6 \\ P = \frac{a+c}{2} \cdot v \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array}\right] \Rightarrow\; \frac{a+c}{2} \cdot v = 6 \;\Rightarrow\; \frac{a+c}{2} \cdot v = 6 \;/ \cdot \frac{2}{v} \;\Rightarrow\; a + c = \frac{12}{v}.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

$$\left.\begin{array}{l} P = 6 \\ P = \frac{a+c}{2} \cdot v \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array}\right] \Rightarrow\; \frac{a+c}{2} \cdot v = 6 \;\Rightarrow\; \frac{a+c}{2} \cdot v = 6 \;/ \cdot 2 \;\Rightarrow\; (a+c) \cdot v = 12 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; (a+c) \cdot v = 12 \;/ \cdot \frac{1}{v} \;\Rightarrow\; a + c = \frac{12}{v}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 069

Ako je $P = 6$ i ako je $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$, tada je v jednako:

$$A.\ \frac{3}{a+c} \qquad B.\ \frac{12}{a+c} \qquad C.\ 3 - a - c \qquad D.\ 12 - a - c$$

Rezultat: B.

Zadatak 070 (Vesna, srednja škola)

Riješi jednadžbu $\frac{(3\cdot x-1)^2}{9}=\frac{(2\cdot x+3)^2}{4}$.

Rješenje 070

Ponovimo!

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2}=|a|.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

Apsolutna vrijednost količnika dvaju brojeva jednaka je količniku apsolutnih vrijednosti tih brojeva, za broj $b \neq 0$ vrijedi:

$$\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}.$$

$$|a|=|b| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=b \\ a=-b \\ -a=b \\ -a=-b \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{svodi se na} \\ \text{dva slučaja} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=b \\ a=-b \end{array}\right\}.$$

1.inačica

$$\frac{(3\cdot x-1)^2}{9}=\frac{(2\cdot x+3)^2}{4} \Rightarrow \frac{9\cdot x^2-6\cdot x+1}{9}=\frac{4\cdot x^2+12\cdot x+9}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{9\cdot x^2-6\cdot x+1}{9}=\frac{4\cdot x^2+12\cdot x+9}{4} \; /\cdot 36 \Rightarrow 4\cdot\left(9\cdot x^2-6\cdot x+1\right)=9\cdot\left(4\cdot x^2+12\cdot x+9\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 36\cdot x^2-24\cdot x+4=36\cdot x^2+108\cdot x+81 \Rightarrow 36\cdot x^2-24\cdot x+4=36\cdot x^2+108\cdot x+81 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -24\cdot x+4=108\cdot x+81 \Rightarrow -24\cdot x-108\cdot x=81-4 \Rightarrow -132\cdot x=77 \Rightarrow -132\cdot x=77 \; /\cdot\frac{-1}{132} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=-\frac{77}{132} \Rightarrow x=-\frac{7}{12}.$$

2.inačica

$$\frac{(3\cdot x-1)^2}{9}=\frac{(2\cdot x+3)^2}{4} \Rightarrow \frac{(3\cdot x-1)^2}{9}=\frac{(2\cdot x+3)^2}{4} \; /\sqrt{\;} \Rightarrow \sqrt{\frac{(3\cdot x-1)^2}{9}}=\sqrt{\frac{(2\cdot x+3)^2}{4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left|\frac{3\cdot x-1}{3}\right|=\left|\frac{2\cdot x+3}{2}\right| \Rightarrow \frac{|3\cdot x-1|}{3}=\frac{|2\cdot x+3|}{2}.$$

Prvi slučaj

- $\frac{|3\cdot x-1|}{3}=\frac{|2\cdot x+3|}{2} \Rightarrow \frac{3\cdot x-1}{3}=\frac{2\cdot x+3}{2} \Rightarrow \frac{3\cdot x-1}{3}=\frac{2\cdot x+3}{2} \; /\cdot 6 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 2\cdot(3\cdot x-1)=3\cdot(2\cdot x+3) \Rightarrow 6\cdot x-2=6\cdot x+9 \Rightarrow 6\cdot x-2=6\cdot x+9 \Rightarrow -2=9. ☹$$

Nema rješenja.

Drugi slučaj

- $$\frac{|3\cdot x-1|}{3}=\frac{|2\cdot x+3|}{2} \Rightarrow \frac{3\cdot x-1}{3}=-\frac{2\cdot x+3}{2} \Rightarrow \frac{3\cdot x-1}{3}=-\frac{2\cdot x+3}{2} \ /\cdot 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot(3\cdot x-1)=-3\cdot(2\cdot x+3) \Rightarrow 6\cdot x-2=-6\cdot x-9 \Rightarrow 6\cdot x+6\cdot x=-9+2 \Rightarrow 12\cdot x=-7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12\cdot x=-7 \ /\cdot\frac{1}{12} \Rightarrow x=-\frac{7}{12}.$$

Vježba 070

Riješi jednadžbu $\frac{(1-3\cdot x)^2}{9}=\frac{(3+2\cdot x)^2}{4}$.

Rezultat: $x=-\frac{7}{12}$.

Zadatak 071 (Gaby, strukovna škola)

Rješenje je jednadžbe 4 · x + a = 9, x = 4.5. Koliki je parametar a?

Rješenje 071

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

$$\left.\begin{matrix} 4\cdot x+a=9 \\ x=4.5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{bmatrix} \Rightarrow 4\cdot 4.5+a=9 \Rightarrow 18+a=9 \Rightarrow a=9-18 \Rightarrow a=-9.$$

Vježba 071

Rješenje je jednadžbe 4 · x + a = 18, x = 4.5. Koliki je parametar a?

Rezultat: 0.

Zadatak 072 (Gaby, strukovna škola)

Za koje vrijednosti parametra a jednadžba x + a = 4 ima rješenje $x \ge 0$?

$$A.\ a\le 0 \qquad B.\ a\ge -4 \qquad C.\ a\le\frac{1}{4} \qquad D.\ a\le 4$$

Rješenje 072

Ponovimo!

$$a\ge b\ ,\ c<0 \Rightarrow a\cdot c\le b\cdot c.$$

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

$$\left.\begin{matrix} x+a=4 \\ x\ge 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=4-a \\ x\ge 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 4-a\ge 0 \Rightarrow -a\ge -4 \Rightarrow -a\ge -4 \ /\cdot(-1) \Rightarrow a\le 4.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 072

Za koje vrijednosti parametra a jednadžba x + a = 4 ima rješenje $x \le 0$?

$$A.\ a \le 0 \qquad B.\ a \ge -4 \qquad C.\ a \ge 4 \qquad D.\ a \le 4$$

Rezultat: C.

Zadatak 073 (Ivan, srednja škola)

Riješi nejednadžbu: $\frac{3}{2} \cdot (2 - x) > \frac{1}{4} - x.$

Rješenje 073

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Ako je a > b, onda za svaki pozitivni realni broj c vrijedi

$$a \cdot c > b \cdot c.$$

$$a > b \ , \ c > 0 \ \Rightarrow \ a \cdot c > b \cdot c.$$

Ako je a > b, onda za svaki negativan realni broj c vrijedi

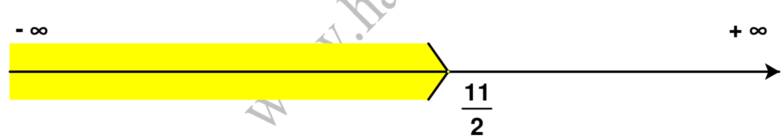
$$a \cdot c < b \cdot c.$$

$$a > b \ , \ c < 0 \ \Rightarrow \ a \cdot c < b \cdot c.$$

Kada se obje strane nejednakosti množe (dijele) negativnim brojem, znak nejednakosti se mijenja.

$$\frac{3}{2} \cdot (2 - x) > \frac{1}{4} - x \ \Rightarrow \ 3 - \frac{3}{2} \cdot x > \frac{1}{4} - x \ \Rightarrow \ 3 - \frac{3}{2} \cdot x > \frac{1}{4} - x \ / \cdot 4 \ \Rightarrow \ 12 - 6 \cdot x > 1 - 4 \cdot x \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ -6 \cdot x + 4 \cdot x > 1 - 12 \ \Rightarrow \ -2 \cdot x > -11 \ \Rightarrow \ -2 \cdot x > -11 \ / \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \ \Rightarrow \ x < \frac{11}{2}.$$



$$x \in \left\langle -\infty, \frac{11}{2} \right\rangle.$$

Vježba 073

Riješi nejednadžbu: $\frac{3}{2} \cdot (1 - x) > \frac{1}{4} - x.$

Rezultat: $x < \frac{5}{2}.$

Zadatak 074 (Petra, strukovna škola)

Riješi nejednadžbu: $5 \cdot (x + 3) + 2 \cdot x < 11 \cdot x - 4.$

Rješenje 074

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Ako je a < b, onda za svaki pozitivni realni broj c vrijedi

$$a \cdot c < b \cdot c.$$

$$a < b \ , \ c > 0 \ \Rightarrow \ a \cdot c < b \cdot c.$$

Ako je a < b, onda za svaki negativan realni broj c vrijedi

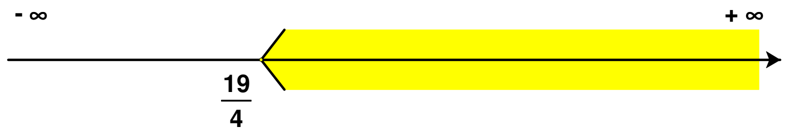
$$a \cdot c > b \cdot c.$$

$$a < b \ , \ c < 0 \ \Rightarrow \ a \cdot c > b \cdot c.$$

Kada se obje strane nejednakosti množe (dijele) negativnim brojem, znak nejednakosti se mijenja.

$$5 \cdot (x+3) + 2 \cdot x < 11 \cdot x - 4 \ \Rightarrow \ 5 \cdot x + 15 + 2 \cdot x < 11 \cdot x - 4 \ \Rightarrow \ 5 \cdot x + 2 \cdot x - 11 \cdot x < -4 - 15 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ -4 \cdot x < -19 \ \Rightarrow \ -4 \cdot x < -19 \ /:(-4) \ \Rightarrow \ x > \frac{19}{4}.$$



$$x \in \left\langle \frac{19}{4}, +\infty \right\rangle.$$

Vježba 074

Riješi nejednadžbu: $5 \cdot (x+3) + 2 \cdot x > 11 \cdot x - 4.$

Rezultat: $x \in \left\langle -\infty, \frac{19}{4} \right\rangle.$

Zadatak 075 (Ivan, strukovna škola)

Riješi nejednadžbu: $-1 \le 2 \cdot x + 1 \le 3.$

Rješenje 075

Ponovimo!

Ako je a ≤ b, onda za svaki realni broj c vrijedi

$$a + c \le b + c.$$

$$a \le b \ , \ c \in R \ \Rightarrow \ a + c \le b + c.$$

Ako je a ≥ b, onda za svaki pozitivan realni broj c vrijedi

$$a \cdot c \ge b \cdot c.$$

$$a \ge b \ , \ c > 0 \ \Rightarrow \ a \cdot c \ge b \cdot c.$$

Ako je a ≤ b, onda za svaki pozitivan realni broj c vrijedi

$$a \cdot c \le b \cdot c.$$

$$a \le b \ , \ c > 0 \ \Rightarrow \ a \cdot c \le b \cdot c.$$

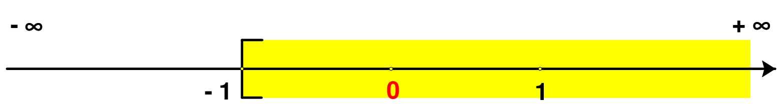
1.inačica

Zadanu nejednadžbu transformiramo u sustav dviju nejednadžbi.

$$-1 \le 2 \cdot x + 1 \le 3 \ \Rightarrow \ \left. \begin{array}{l} -1 \le 2 \cdot x + 1 \\ 2 \cdot x + 1 \le 3 \end{array} \right\} \ \Rightarrow \ \left. \begin{array}{l} 2 \cdot x + 1 \ge -1 \\ 2 \cdot x + 1 \le 3 \end{array} \right\}.$$

Rješavanje prve nejednadžbe izgleda ovako:

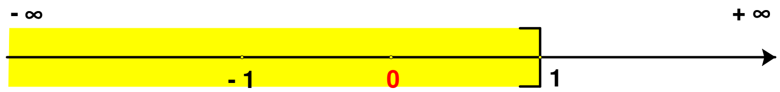
$$2 \cdot x + 1 \ge -1 \ \Rightarrow \ 2 \cdot x \ge -1 - 1 \ \Rightarrow \ 2 \cdot x \ge -2 \ \Rightarrow \ 2 \cdot x \ge -2 \ /:2 \ \Rightarrow \ x \ge -1.$$



Skup rješenja nejednadžbe 2 · x + 1 ≥ – 1 je interval $\left[-1, +\infty\right\rangle$.

Riješimo li drugu nejednadžbu, dobit ćemo:

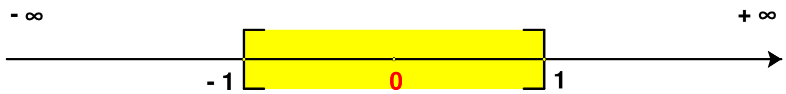
$$2 \cdot x + 1 \le 3 \ \Rightarrow \ 2 \cdot x \le 3 - 1 \ \Rightarrow \ 2 \cdot x \le 2 \ \Rightarrow \ 2 \cdot x \le 2 \ /:2 \ \Rightarrow \ x \le 1.$$



Skup rješenja nejednadžbe $2 \cdot x + 1 \leq 3$ je interval $\langle -\infty, 1 \rbrack$.

Rješenje sustava je presjek skupova rješenja pojedinih nejednadžbi. Dakle, to su brojevi koji se nalaze i u prvom i u drugom skupu rješenja.

$$\langle -\infty, 1 \rbrack \cap \lbrack -1, +\infty \rangle = \lbrack -1, 1 \rbrack.$$



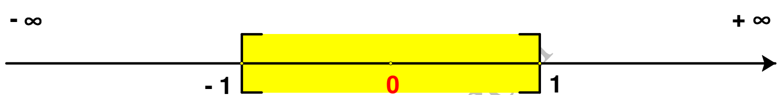
2.inačica

Zadanoj nejednadžbi pribrojimo broj – 1.

$$-1 \leq 2 \cdot x + 1 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq 2 \cdot x + 1 \leq 3 \;/ + (-1) \Rightarrow -1 + (-1) \leq 2 \cdot x + 1 + (-1) \leq 3 + (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 - 1 \leq 2 \cdot x + 1 - 1 \leq 3 - 1 \Rightarrow -2 \leq 2 \cdot x + 1 - 1 \leq 2 \Rightarrow -2 \leq 2 \cdot x \leq 2 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{nejednadžbu} \\ \text{dijelimo brojem } 2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \leq 2 \cdot x \leq 2 \;/ : 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow x \in \lbrack -1, 1 \rbrack.$$



Vježba 075

Riješi nejednadžbu: $0 \leq 2 \cdot x + 2 \leq 4$.

Rezultat: $x \in \lbrack -1, 1 \rbrack$.

Zadatak 076 (Valentina, strukovna škola)

Zbroj broja i njegove polovice za tri je manji od dvostruke vrijednosti broja. Koji je to broj?

Rješenje 076

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Kako zapisati da je broj a za n manji od broja b?

$$a + n = b \quad , \quad a = b - n \quad , \quad b - a = n.$$

Kako zapisati dvostruku vrijednost broja a?

$$2 \cdot a.$$

Kako zapisati trostruku vrijednost broja a?

$$3 \cdot a.$$

Kako zapisati n – terostruku vrijednost broja a?

$$n \cdot a.$$

Neka je x traženi broj. Uvećan za svoju polovicu glasi:

$$x + \frac{1}{2} \cdot x = \frac{x}{1} + \frac{1}{2} \cdot x = \frac{2 \cdot x + x}{2} = \frac{3 \cdot x}{2}.$$

1.inačica

Budući da je taj iznos za 3 manji od dvostruke vrijednosti zadanog broja, vrijedi jednadžba:

$$\frac{3 \cdot x}{2} + 3 = 2 \cdot x \Rightarrow \frac{3 \cdot x}{2} + 3 = 2 \cdot x \; / \cdot 2 \Rightarrow 3 \cdot x + 6 = 4 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x - 4 \cdot x = -6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x = -6 \Rightarrow -x = -6 \; / \cdot (-1) \Rightarrow x = 6.$$

2.inačica

Budući da je taj iznos za 3 manji od dvostruke vrijednosti zadanog broja, vrijedi jednadžba:

$$\frac{3 \cdot x}{2} = 2 \cdot x - 3 \Rightarrow \frac{3 \cdot x}{2} = 2 \cdot x - 3 \; / \cdot 2 \Rightarrow 3 \cdot x = 4 \cdot x - 6 \Rightarrow 3 \cdot x - 4 \cdot x = -6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x = -6 \Rightarrow -x = -6 \; / \cdot (-1) \Rightarrow x = 6.$$

3.inačica

Budući da je taj iznos za 3 manji od dvostruke vrijednosti zadanog broja, vrijedi jednadžba:

$$2 \cdot x - \frac{3 \cdot x}{2} = 3 \Rightarrow 2 \cdot x - \frac{3 \cdot x}{2} = 3 \; / \cdot 2 \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 6 \Rightarrow x = 6.$$

Vježba 076

Razlika broja i njegove polovice za tri je manji od dvostruke vrijednosti broja. Koji je to broj?

Rezultat: 2.

Zadatak 077 (Ana, strukovna škola)

Formulom T(t) = – 0.4 · t + 22 prikazana je veza temperature u ledenici i vremena koje je proteklo od njezinoga uključivanja. Pritom je temperatura T izražena u °C, a vrijeme t u minutama.
a) Kolika je temperatura u ledenici pola sata nakon uključenja?
b) Nakon koliko je minuta poslije uključenja termometar u ledenici izmjerio 0 °C?

Rješenje 077

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \quad a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \; , \; b \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \; , \; b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.


?


a)

Računamo temperaturu T u ledenici pola sata nakon uključenja.

$$\left.\begin{array}{l} T(t) = -0.4 \cdot t + 22 \\ t = \frac{1}{2} \; h \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} T(t) = -0.4 \cdot t + 22 \\ t = 30 \text{ min} \end{array}\right\} \Rightarrow T(t) = -0.4 \cdot 30 + 22 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T(t) = -12 + 22 \Rightarrow T(t) = 10 \; {}^{0}C.$$

b)
Računamo nakon koliko je minuta t poslije uključenja termometar u ledenici izmjerio 0 °C?

$$\left.\begin{array}{l} T(t) = -0.4 \cdot t + 22 \\ T(t) = 0\ {}^0C \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = -0.4 \cdot t + 22 \Rightarrow 0.4 \cdot t = 22 \Rightarrow 0.4 \cdot t = 22\ /:0.4 \Rightarrow t = 55 \text{ min}.$$

Vježba 077

Formulom T(t) = – 0.4 · t + 22 prikazana je veza temperature u ledenici i vremena koje je proteklo od njezinoga uključivanja. Pritom je temperatura T izražena u °C, a vrijeme t u minutama. Kolika je temperatura u ledenici sat nakon uključenja?

Rezultat: – 2 °C.

Zadatak 078 (1 A + Mihaela ☺, HTT)

Riješi jednadžbu: $\frac{3 \cdot x + 8}{2 \cdot x - 1} = 3.$

Rješenje 078

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \ a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b \neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.

$$\frac{3 \cdot x + 8}{2 \cdot x - 1} = 3.$$

Diskusija

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice x za koju je nazivnik jednak nuli.

$$2 \cdot x - 1 = 0 \Rightarrow 2 \cdot x = 1 \Rightarrow 2 \cdot x = 1\ /:2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}.$$

Rješenje naše jednadžbe ne može biti $x = \frac{1}{2}.$

$$\frac{3 \cdot x + 8}{2 \cdot x - 1} = 3 \Rightarrow \frac{3 \cdot x + 8}{2 \cdot x - 1} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{3 \cdot x + 8}{2 \cdot x - 1} = \frac{3}{1}\ /\cdot (2 \cdot x - 1) \Rightarrow 3 \cdot x + 8 = 3 \cdot (2 \cdot x - 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot x + 8 = 6 \cdot x - 3 \Rightarrow 3 \cdot x - 6 \cdot x = -3 - 8 \Rightarrow -3 \cdot x = -11 \Rightarrow -3 \cdot x = -11\ /:(-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{3} \Rightarrow x = 3\frac{2}{3}.$$

Vježba 078

Riješi jednadžbu: $\frac{2\cdot x-1}{3\cdot x+8}=\frac{1}{3}.$

Rezultat: $\frac{11}{3}.$

Zadatak 079 (Ana, srednja škola)

Nazivnik razlomka za 40 je veći od brojnika. Skraćivanjem razlomka dobije se $\frac{2}{7}$. Odredite broj s kojim je razlomak skraćen.

Rješenje 079

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj a za n veći od broja b?

$$a-n=b \quad , \quad a=b+n \quad , \quad a-b=n.$$

Kako zapisati da je broj a za n manji od broja b?

$$a+n=b \quad , \quad a=b-n \quad , \quad b-a=n.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a\cdot x=b,\ \ a,\ b\in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x=\frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b\neq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left.\begin{array}{l} a\cdot x=b \\ a=0\ ,\ b=0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0\cdot x=0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x\in R$.

1.inačica

Neka je x brojnik razlomka. Tada je x + 40 njegov nazivnik. Jednadžba glasi:

$$\frac{x}{x+40}=\frac{2}{7}.$$

Diskusija

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice x za koju je nazivnik jednak nuli.

$$x+40=0 \Rightarrow x=-40 \Rightarrow x\neq -40.$$

Rješenje jednadžbe ne može biti $x = -40$.

$$\frac{x}{x+40} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{x}{x+40} = \frac{2}{7} \ / \cdot 7 \cdot (x+40) \Rightarrow 7 \cdot x = 2 \cdot (x+40) \Rightarrow 7 \cdot x = 2 \cdot x + 80 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x - 2 \cdot x = 80 \Rightarrow 5 \cdot x = 80 \Rightarrow 5 \cdot x = 80 \ / : 5 \Rightarrow x = 16.$$

Riječ je o razlomku

$$\frac{16}{16+40} = \frac{16}{56}.$$

Budući da je

$$\frac{16}{56} = \frac{16 : 8}{56 : 8} = \frac{2}{7},$$

slijedi da je razlomak skraćen brojem 8.

2.inačica

Neka je x nazivnik razlomka. Tada je x – 40 njegov brojnik. Jednadžba glasi:

$$\frac{x-40}{x} = \frac{2}{7}.$$

Diskusija

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice x za koju je nazivnik jednak nuli.

$$x = 0 \Rightarrow x \neq 0.$$

Rješenje jednadžbe ne može biti $x = 0$.

$$\frac{x-40}{x} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{x-40}{x} = \frac{2}{7} \ / \cdot 7 \cdot x \Rightarrow 7 \cdot (x-40) = 2 \cdot x \Rightarrow 7 \cdot x - 280 = 2 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x - 2 \cdot x = 280 \Rightarrow 5 \cdot x = 280 \Rightarrow 5 \cdot x = 280 \ / : 5 \Rightarrow x = 56.$$

Riječ je o razlomku

$$\frac{56-40}{56} = \frac{16}{56}.$$

Budući da je

$$\frac{16}{56} = \frac{16 : 8}{56 : 8} = \frac{2}{7},$$

slijedi da je razlomak skraćen brojem 8.

Vježba 079

Nazivnik razlomka za 10 je veći od brojnika. Skraćivanjem razlomka dobije se $\frac{2}{3}$. Odredite broj s kojim je razlomak skraćen.

Rezultat: 10.

Zadatak 080 (Katarina, ekonomska škola)

Riješite jednadžbu: $(2 \cdot x - 3)^2 = (4 \cdot x - 1) \cdot (x+3) - 3 \cdot (x-2)$.

Rješenje 080

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Opći oblik linearne jednadžbe glasi:

$$a \cdot x = b, \ a, \ b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

① $\left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ rješenje jednadžbe

② $\left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b$ jednadžba nema rješenja

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

③ $\left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0 \ , \ b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0$ jednadžba je neodređena

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.

$$(2 \cdot x - 3)^2 = (4 \cdot x - 1) \cdot (x+3) - 3 \cdot (x-2) \Rightarrow (2 \cdot x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = 4 \cdot x^2 + 12 \cdot x - x - 3 - 3 \cdot x + 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9 = 4 \cdot x^2 + 12 \cdot x - x - 3 - 3 \cdot x + 6 \Rightarrow 4 \cdot x^2 - 12 \cdot x + 9 = 4 \cdot x^2 + 12 \cdot x - x - 3 - 3 \cdot x + 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -12 \cdot x + 9 = 12 \cdot x - x - 3 - 3 \cdot x + 6 \Rightarrow -12 \cdot x - 12 \cdot x + x + 3 \cdot x = -3 + 6 - 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -20 \cdot x = -6 \Rightarrow -20 \cdot x = -6 \ / : (-20) \Rightarrow x = \frac{6}{20} \Rightarrow x = \frac{6}{20} \Rightarrow x = \frac{3}{10}.$$

Vježba 080

Riješite jednadžbu: $(3 - 2 \cdot x)^2 = (4 \cdot x - 1) \cdot (x+3) + 3 \cdot (2 - x)$.

Rezultat: $x = \frac{3}{10}$.