

Zadatak 001 (Nina, trgovačka škola)

$$\text{Riješi jednađbu: } \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$$

Rješenje 001

Nazivnik $x^2 + 3x + 2$ rastavit ćemo na faktore. Koficijent 3 napišemo kao zbroj dva broja kojima je umnožak jednak trećem članu, broju 2.

$$1 + 2 = 3 \quad \text{i} \quad 1 \cdot 2 = 2.$$

To su brojevi 1 i 2. Sada je

$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 2 &= x^2 + 1 \cdot x + 2 \cdot x + 2 = \\ &= [\text{iz prva dva člana izlučimo } x, \text{ a iz ostala dva izlučimo broj } 2] = x \cdot (x+1) + 2 \cdot (x+1) = \\ &= [\text{iznovice izlučimo } x+1] = (x+1) \cdot (x+2). \end{aligned}$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1) \cdot (x+2)}$$

Diskusija

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednosti nepoznanice x za koje su nazivnici jednaki nuli.

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1, \quad x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2.$$

Rješenja naše jednađbe ne mogu biti ni $x = -1$, ni $x = -2$:

$$x \neq -1, \quad x \neq -2.$$

Ako se u jednađbi pojavljuju razlomci prvi je korak pomnožiti je zajedničkim nazivnikom da se riješimo razlomaka:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{(x+1) \cdot (x+2)} \quad / \cdot (x+1) \cdot (x+2) \Rightarrow x+2 + x+1 = 1 \Rightarrow 2x = -2 \quad / :2 \Rightarrow x = -1.$$

To ne može biti rješenje jednađbe zbog prethodne diskusije. Jednađba nema rješenja, \emptyset .

Vježba 001

$$\text{Riješi jednađbu: } \frac{2}{x+3} - \frac{3}{x-2} = \frac{1}{x^2 + x - 6}$$

Rezultat: -14 .

Zadatak 002 (Dunja, gimnazija)

$$\text{Riješi jednađbu: } \frac{16x^3 + 4}{8x^3 + 1} + \frac{4}{(2x+1)^3} = \frac{8x^3 + 8x^2 + 2x + 3}{4x^3 + 4x^2 + x}.$$

Rješenje 002

Diskusija

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednosti nepoznanice x za koje su nazivnici jednaki nuli.

$$2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \quad / :2 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \quad 4x^3 + 4x^2 + x = 0 \Rightarrow x \cdot (4x^2 + 4x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0$$

Rješenje naše jednađbe ne može biti:

$$x = -\frac{1}{2} \quad \text{i} \quad x = 0.$$

Rastavit ćemo nazivnik $8x^3 + 1$ na faktore:

$$8x^3 + 1 = (2x)^3 + 1 = (2x+1) \cdot (4x^2 - 2x + 1), \quad [a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)]$$

Nazivnik $4x^3 + 4x^2 + x$ također rastavljamo na faktore: $4x^3 + 4x^2 + x = x \cdot (4x^2 + 4x + 1) = x \cdot (2x+1)^2$.

$$[a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2]$$

Pišemo:

$$\frac{16x^3+4}{8x^3+1} + \frac{4}{(2x+1)^3} = \frac{8x^3+8x^2+2x+3}{4x^3+4x^2+x} \Rightarrow \frac{16x^3+4}{(2x)^3+1} + \frac{4}{(2x+1)^3} = \frac{8x^3+8x^2+2x+3}{x \cdot (4x^2+4x+1)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{16x^3+4}{(2x+1) \cdot (4x^2-2x+1)} + \frac{4}{(2x+1)^3} = \frac{8x^3+8x^2+2x+3}{x \cdot (2x+1)^2}.$$

Jednadžbu pomnožimo najmanjim zajedničkim nazivnikom. Ovdje je to izraz

$$x \cdot (2x+1)^3 \cdot (4x^2-2x+1).$$

Dalje računamo:

$$\frac{16x^3+4}{(2x+1) \cdot (4x^2-2x+1)} + \frac{4}{(2x+1)^3} = \frac{8x^3+8x^2+2x+3}{x \cdot (2x+1)^2} \quad / \cdot x \cdot (2x+1)^3 \cdot (4x^2-2x+1) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x \cdot (16x^3+4) \cdot (2x+1)^2 + 4x \cdot (4x^2-2x+1) = (2x+1) \cdot (4x^2-2x+1) \cdot (8x^3+8x^2+2x+3) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (16x^4+4x) \cdot (4x^2+4x+1) + 16x^3-8x^2+4x = (8x^3+1) \cdot (8x^3+8x^2+2x+3).$$

Izmnožimo zagrade i poništimo iste članove s lijeve i s desne strane jednadžbe:

$$64x^6 + 64x^5 + 16x^4 + 16x^3 + 16x^2 + 4x + 16x^3 - 8x^2 + 4x = 64x^6 + 64x^5 + 16x^4 + 24x^3 + 8x^3 + 8x^2 + 2x + 3,$$

$$32x^3 + 8x^2 + 8x = 32x^3 + 8x^2 + 2x + 3,$$

$$8x = 2x + 3,$$

$$6x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Vježba 002

Riješi jednadžbu: $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$.

Rezultat: $x = 0$.

Zadatak 003 (Matija, tehnička škola)

Morska voda sadrži 4.5% soli. Koliko slatke vode treba uliti u 80 litara morske, da bi koncentracija soli bila 2.5%?

Rješenje 003

U slatkoj vodi je koncentracija soli 0%. Označimo slovom x broj litara slatke vode. Tada vrijedi:

$$80 \cdot \frac{4.5}{100} + x \cdot \frac{0}{100} = (80+x) \cdot \frac{2.5}{100} \Rightarrow 80 \cdot \frac{4.5}{100} + 0 = (80+x) \cdot \frac{2.5}{100} \Rightarrow 80 \cdot \frac{4.5}{100} = (80+x) \cdot \frac{2.5}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 \cdot \frac{4.5}{100} = (80+x) \cdot \frac{2.5}{100} \quad / \cdot 100 \Rightarrow 80 \cdot 4.5 = (80+x) \cdot 2.5 \quad / \cdot 2 \Rightarrow 80 \cdot 9 = (80+x) \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80 \cdot 9 = (80+x) \cdot 5 \quad / : 5 \Rightarrow 16 \cdot 9 = 80+x \Rightarrow 144 = 80+x \Rightarrow x = 144 - 80 = 64.$$

Treba uliti 64 litre slatke vode.

Vježba 003

Morska voda sadrži 4.5% soli. Koliko slatke vode treba uliti u 100 litara morske, da bi koncentracija soli bila 2.5%?

Rezultat: 80 litara.

Zadatak 004 (Đurđica, hotelijerska škola)

Riješi nejednadžbu i skup rješenja prikaži grafički: $3x + 2 < 4x - 1$.

Rješenje 004

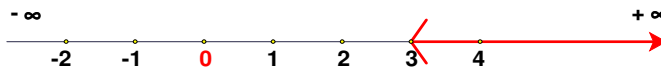
Nejednadžbu rješavamo slično kao i jednadžbu. Nepoznanice x "prebacimo" na lijevu stranu znaka nejednakosti, a poznate veličine na desnu stranu. **Kada nepoznanica ili broj mijenjaju stranu znaka nejednakosti mijenjaju i predznak!**

$$3x + 2 < 4x - 1 \Rightarrow 3x - 4x < -1 - 2 \Rightarrow -x < -3 \quad / \cdot (-1)$$

[Kada nejednadžbu množimo ili dijelimo negativnim brojem, znak nejednakosti mijenja se u suprotan znak!]

$$x > 3.$$

Rješenje prikazano na brojevnom pravcu:



Rješenje prikazano u obliku intervala:

$$x \in \langle 3, +\infty \rangle.$$

Vježba 004

Riješi nejednadžbu i skup rješenja prikaži grafički: $4x - 2 > 3x + 2$.

Rezultat:



$$x \in \langle 4, +\infty \rangle.$$

Zadatak 005 (Marina, ekonomska škola)

Pomoću simbola za intervale zapiši sljedeće skupove:

- $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 4\}$
- $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 4\}$
- $\{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 4\}$
- $\{x \in \mathbb{R} : 1 < x \leq 4\}$.

Rješenje 005

Neka su $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ tada skup svih realnih brojeva manjih od b , a većih od a nazivamo **otvoreni interval** i označavamo s $\langle a, b \rangle$.

$$\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}.$$

Neka su $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ tada skup svih realnih brojeva manjih ili jednakih od b , a većih ili jednakih od a nazivamo

zatvoreni interval ili segment i označavamo s $[a, b]$.

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}.$$

Neka su $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ tada skup svih realnih brojeva manjih ili jednakih od b , a većih od a nazivamo

interval zatvoren zdesna ili slijeva poluotvoreni interval i označavamo s $\langle a, b \rangle$.

$$\langle a, b \rangle = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}.$$

Neka su $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ tada skup svih realnih brojeva manjih od b , a većih ili jednakih od a nazivamo

interval zatvoren slijeva ili zdesna poluotvoreni interval i označavamo s $[a, b)$.

$$[a, b) = \{x \in R : a \leq x < b\}.$$

Skup svih realnih brojeva manjih od a označava se s $\langle -\infty, a \rangle$. Znak $-\infty$ čita se "minus beskonačno".

$$\langle -\infty, a \rangle = \{x \in R : x < a\}.$$

Skup svih realnih brojeva manjih ili jednakih od a označava se s $\langle -\infty, a] \rangle$. Znak $-\infty$ čita se "minus beskonačno".

$$\langle -\infty, a] \rangle = \{x \in R : x \leq a\}.$$

Skup svih realnih brojeva većih od a označava se s $\langle a, \infty \rangle$.

$$\langle a, \infty \rangle = \{x \in R : x > a\}.$$

Skup svih realnih brojeva većih ili jednakih od a označava se s $[a, \infty)$.

$$[a, \infty) = \{x \in R : x \geq a\}.$$

Sada su rješenja:

a) $\{x \in R : 1 < x < 4\} = \langle 1, 4 \rangle$

b) $\{x \in R : 1 \leq x \leq 4\} = [1, 4]$

c) $\{x \in R : 1 \leq x < 4\} = [1, 4)$

d) $\{x \in R : 1 < x \leq 4\} = \langle 1, 4] \rangle$.

Vježba 005

Pomoću simbola za intervale zapiši sljedeće skupove:

a) $\{x \in R : 3 < x < 5\}$

b) $\{x \in R : 3 \leq x \leq 5\}$

c) $\{x \in R : 3 \leq x < 5\}$

d) $\{x \in R : 3 < x \leq 5\}$.

Rezultat: a) $\{x \in R : 1 < x < 4\} = \langle 1, 4 \rangle$ b) $\{x \in R : 1 \leq x \leq 4\} = [1, 4]$
c) $\{x \in R : 1 \leq x < 4\} = [1, 4)$ d) $\{x \in R : 1 < x \leq 4\} = \langle 1, 4] \rangle$.

Zadatak 006 (Viki, gimnazija)

Riješi nejednadžbu:

$$4 \cdot (x + 2) < 4x + 3.$$

Rješenje 006

$$4 \cdot (x+2) < 4x+3 \Rightarrow 4x+8 < 4x+3 \Rightarrow 4x-4x < 3-8 \Rightarrow 0 < -5.$$

Nepoznanica x je poništena: $4x - 4x = 0$. Dobili smo nejednakost koja je neistinita (lažna, netočna): $0 < -5$. Nula je veća od svakog negativnog broja. To znači da ne postoji rješenje zadane nejednadžbe. Kažemo da je rezultat **prazan skup**.

Simbol za prazan skup je \emptyset .

Vježba 006

Riješi nejednadžbu:

$$4x + 1 < 4 \cdot (x - 2).$$

Rezultat: \emptyset .

Zadatak 007 (Ines, gimnazija)

Za koje realne brojeve a jednačba $|x - 2| + |3 - x| = a$ ima tačno dva rješenja?

Rješenje 007

Najprije skicirajmo krivulju $y = |x - 2| + |3 - x|$. Odredimo tzv. kritične točke:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 2, \quad 3 - x = 0 \Rightarrow x_2 = 3.$$

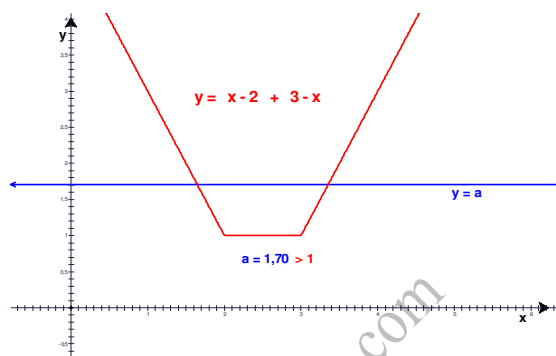
Točke 2 i 3 dijele brojevni pravac na tri intervala:

$$\langle -\infty, 2 \rangle \cup [2, 3] \cup \langle 3, +\infty \rangle = \langle -\infty, +\infty \rangle.$$

Za $x < 2$, tj. $x \in \langle -\infty, 2 \rangle$ je $y = -x + 2 + 3 - x = -2x + 5$.

Za $2 \leq x \leq 3$, tj. $x \in [2, 3]$ je $y = x - 2 + 3 - x = 1$.

Za $x > 3$, tj. $x \in \langle 3, +\infty \rangle$ je $y = x - 2 - 3 + x = 2x - 5$.



Iz slike se vidi da jednačba $|x - 2| + |3 - x| = a$ ima tačno dva rješenja za one vrijednosti a za koje pravac $y = a$ siječe krivulju $y = |x - 2| + |3 - x|$ u tačno dvije točke, tj. za $a > 1$.

Vježba 007

Za koje realne brojeve a jednačba $|x - 2| + |3 - x| = a$ nema rješenja?

Rezultat: $a < 1$.

Zadatak 008 (Gina, hotelijerska škola)

Riješi jednačbu: $(4 - x) \cdot (3 + x) = 1 - (x - 3)^2$.

Rješenje 008

Ponovimo množenje zagrada i kvadrat razlike:

- Dvije zagrade množimo tako da svaki član prve pomnožimo sa svakim članom druge zagrade:

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$$

- $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2$

$$(4 - x) \cdot (3 + x) = 1 - (x - 3)^2 \Rightarrow 12 + 4x - 3x - x^2 = 1 - (x^2 - 6x + 9) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 + 4x - 3x - x^2 = 1 - x^2 + 6x - 9 \Rightarrow 4x - 3x - 6x = 1 - 9 - 12 \Rightarrow -5x = -20 \quad /: (-5) \Rightarrow x = 4.$$

Vježba 008

Riješi jednačbu: $(4 - x) \cdot (3 + x) = 3 + (x - 3)^2$.

Rezultat: $x = 0$.

Zadatak 008 (1A, hotelijerska škola)

Ako je $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$, koliko je v ?

Rješenje 008

Da bismo izračunali v moramo riješiti jednadžbu $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$, gdje je v nepoznanica.

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v \quad / : 2 \Rightarrow 2 \cdot P = (a+c) \cdot v \quad / : (a+c) \Rightarrow v = \frac{2 \cdot P}{a+c}$$

Vježba 008

Ako je $s = \frac{1}{2} v \cdot t$, koliko je v ?

Rezultat: $v = \frac{2 \cdot s}{t}$.

Zadatak 009 (Lea, gimnazija)

Riješite nejednadžbu: $\frac{x^2}{2+x} > 0$.

Rješenje 009

Razlomak je pozitivan ako su brojnik i nazivnik pozitivni ili ako su brojnik i nazivnik negativni:

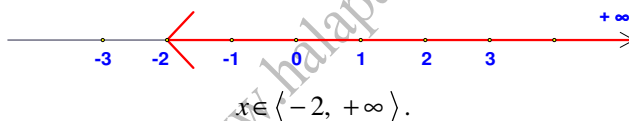
$$\frac{a}{b} > 0 \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases} \quad \text{ili} \quad \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$$

Kvadrat realnog broja različitog od nule je pozitivan broj:

$$x \in \mathbb{R}, x \neq 0 \Rightarrow x^2 > 0.$$

Budući da je brojnik razlomka pozitivan broj ($x^2 > 0$), mora i nazivnik $2+x$ biti pozitivan:

$$2+x > 0 \Rightarrow x > -2.$$



Vježba 009

Riješite nejednadžbu: $\frac{x^2}{3+x} > 0$.

Rezultat: $x \in (-3, +\infty)$.

Zadatak 010 (4A, hotelijerska škola)

Za iznajmljivanje automobila jedna agencija naplaćuje 200 kn i 1 kn po prijeđenom kilometru, a druga 250 kn i 80 lipa po prijeđenom kilometru. Treba prijeći _____ km da bi nam bilo svejedno od koje agencije iznajmljujemo automobil. Koja agencija nudi bolje uvjete ako ćete prijeći 100 kilometara? _____ agencija.

Rješenje 010

Neka je x broj kilometara koje treba prijeći da bi nam bilo svejedno od koje agencije iznajmljujemo automobil. Postavimo jednadžbu:

$$200 + 1 \cdot x = 250 + 0.80 \cdot x \Rightarrow 200 + x = 250 + 0.8x \Rightarrow x - 0.8x = 250 - 200 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0.2x = 50 \quad / : 0.2 \Rightarrow x = 250 \text{ km.}$$

Uvjet prve agencije za prijeđenih 100 km:

$$200 + 1 \cdot 100 = 200 + 100 = 300 \text{ kn.}$$

Uvjet druge agencije za prijeđenih 100 km:

$$250 + 0.80 \cdot 100 = 250 + 80 = 330 \text{ kn.}$$

Za iznajmljivanje automobila jedna agencija naplaćuje 200 kn i 1 kn po prijednom kilometru, a druga 250 kn i 80 lipa po prijednom kilometru. Treba prijeći 250 km da bi nam bilo svejedno od koje agencije iznajmljujemo automobil. Koja agencija nudi bolje uvjete ako ćete prijeći 100 kilometara?

Prva agencija.

Vježba 010

Za iznajmljivanje automobila jedna agencija naplaćuje 100 kn i 1 kn po prijednom kilometru, a druga 150 kn i 80 lipa po prijednom kilometru. Treba prijeći _____ km da bi nam bilo svejedno od koje agencije iznajmljujemo automobil. Koja agencija nudi bolje uvjete ako ćete prijeći 100 kilometara? _____ agencija.

Rezultat: 250 km, prva.

Zadatak 011 (4A, hotelijerska škola)

Broj djece u nekom gradu ove se godine u odnosu na prošlu povećao za 3%. Sada u tom gradu ima ukupno 28084 djece. Za koliko više ima djece ove godine u usporedbi s prošlom?

Rješenje 011

Neka je x broj djece od prošle godine. Budući da se ove godine povećao za 3%, povećanje zapisujemo kao:

$$\frac{3}{1000} \cdot x.$$

Postavimo jednadžbu:

$$x + \frac{3}{1000} \cdot x = 28084 \quad / \cdot 1000 \Rightarrow 1000x + 3x = 28084000 \Rightarrow 1003x = 28084000 \quad / : 1003 \Rightarrow x = 28000.$$

U usporedbi s prošlom godinom ove godine ima više djece za: $28084 - 28000 = 84$.

Vježba 011

Broj djece u nekom gradu ove se godine u odnosu na prošlu povećao za 3%. Sada u tom gradu ima ukupno 5015 djece. Za koliko više ima djece ove godine u usporedbi s prošlom?

Rezultat: 15.

Zadatak 012 (4A, hotelijerska škola)

Šestina učenika nekog razreda dobila je iz pisanog ispita iz matematike odličnu ocjenu, četvrtina vrlo dobru, a trećina dobru. Devet učenika dobilo je dovoljan i nitko nije dobio nedovoljan. Napišite odgovarajuću jednadžbu i odredite koliko je učenika u razredu.

Rješenje 012

Slovom x označimo broj učenika u razredu. Tada:

- šestinu učenika označavamo kao $\frac{1}{6} \cdot x$
- četvrtinu učenika označavamo kao $\frac{1}{4} \cdot x$
- trećinu učenika označavamo kao $\frac{1}{3} \cdot x$.

Prema uvjetu zadatka napišemo odgovarajuću jednadžbu:

$$x = \frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot x + 9 \quad / \cdot 12 \Rightarrow 12x = 2x + 3x + 4x + 108 \Rightarrow 12x - 9x = 108 \Rightarrow 3x = 108 \quad / : 3 \Rightarrow x = 36.$$

U razredu je ukupno 36 učenika.

Vježba 012

Šestina učenika nekog razreda dobila je iz pisanog ispita iz matematike odličnu ocjenu, četvrtina vrlo dobru, a trećina dobru. Šest učenika dobilo je dovoljan i nitko nije dobio nedovoljan. Napišite odgovarajuću jednadžbu i odredite koliko je učenika u razredu.

Rezultat: 24.

Zadatak 013 (Ines, gimnazija)

Neka će osoba nakon 12 godina biti 3 puta starija nego što je bila prije 6 godina. Koliko godina osoba ima sada?

Rješenje 013

Neka je x broj godina koje osoba ima sada. Prije 6 godina imala je $x - 6$ godina. Nakon 12 godina imat će $x + 12$ godina. Budući da će nakon 12 godina biti 3 puta starija nego što je bila prije 6 godina, postavimo jednadžbu:

$$x + 12 = 3 \cdot (x - 6).$$

Dalje slijedi:

$$x + 12 = 3 \cdot (x - 6) \Rightarrow x + 12 = 3x - 18 \Rightarrow x - 3x = -18 - 12 \Rightarrow -2x = -30 \quad /: (-2) \Rightarrow x = 15 \text{ godina.}$$

Vježba 013

Neka će osoba nakon 12 godina biti 4 puta starija nego što je bila prije 6 godina. Koliko godina osoba ima sada?

Rezultat: 12 godina.

Zadatak 014 (1A, hotelijerska škola)

Riješite jednadžbu: $\frac{4}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2x-6}$.

Rješenje 014

$$\begin{aligned} \frac{4}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2x-6} &\Rightarrow \frac{4}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2 \cdot (x-3)} \Rightarrow \left[\text{Diskusija! Nazivnik mora biti različit od nule:} \right] \Rightarrow \\ &\left[x-3 \neq 0 \Rightarrow x \neq 3 \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{4}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{8}{2 \cdot (x-3)} \quad / \cdot 2 \cdot (x-3) \Rightarrow 8 + x - 3 = 8 \Rightarrow x = 3. \end{aligned}$$

Zbog diskusije $x \neq 3$ slijedi da jednadžba nema rješenja.

Vježba 014

Riješite jednadžbu: $\frac{4}{x-3} + \frac{1}{2} = \frac{6}{2x-6}$.

Rezultat: $x = 1$.

Zadatak 015 (1A, hotelijerska škola)

Riješi jednadžbu: $(x-2)^3 - x \cdot (x^2 - 6x) = 11x$.

Rješenje 015

$$\begin{aligned} (x-2)^3 - x \cdot (x^2 - 6x) = 11x &\Rightarrow \left[(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 - 2^3 - x \cdot (x^2 - 6x) = 11x &\Rightarrow x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - x^3 + 6x^2 = 11x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 12x - 11x = 8 \Rightarrow x = 8. \end{aligned}$$

Vježba 015

Riješi jednadžbu: $(x-2)^3 - x \cdot (x^2 - 6x) = 10x$.

Rezultat: $x = 4$.

Zadatak 016 (1A, hotelijerska škola)

Nađite $m \in \mathbb{R}$ takav da $x = -2$ bude rješenje jednadžbe $x = \frac{3m-4}{2m+1}$.

Rješenje 016

$$\left. \begin{aligned} x &= -2 \\ x &= \frac{3m-4}{2m+1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3m-4}{2m+1} = -2 \Rightarrow \left[\text{Diskusija! Nazivnik mora biti različit od nule:} \right] \Rightarrow \left[2m+1 \neq 0 \Rightarrow m \neq -\frac{1}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{3m-4}{2m+1} = -2 \quad | \cdot (2m+1) \Rightarrow 3m-4 = -2 \cdot (2m+1) \Rightarrow 3m-4 = -4m-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3m+4m = -2+4 \Rightarrow 7m = 2 \quad | :7 \Rightarrow m = \frac{2}{7}.$$

Vježba 016

Nadite $m \in \mathbb{R}$ takav da $x = 2$ bude rješenje jednadžbe $x = \frac{3m+1}{m+1}$.

Rezultat: $m = 1$.

Zadatak 017 (Deny, gimnazija)

Riješite jednadžbu $\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$.

Rješenje 017

$$\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = 2 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \Rightarrow \frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ac} + \frac{x-c}{ab} - \frac{2}{a} - \frac{2}{b} - \frac{2}{c} = 0 \Rightarrow \left(\frac{x-a}{bc} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{x-b}{ac} - \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{x-c}{ab} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-a-c-b}{bc} + \frac{x-b-c-a}{ac} + \frac{x-c-b-a}{ab} = 0 \Rightarrow [\text{izlučimo } (x-a-b-c)] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-a-b-c) \cdot \left(\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab} \right) = 0.$$

Ako je $a \cdot b \cdot c \neq 0$, $\frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} + \frac{1}{ab} \neq 0$ rješenje zadane jednadžbe je $x-a-b-c=0 \Rightarrow x=a+b+c$.

Vježba 017

Riješite jednadžbu $\frac{x}{a} - 1 = \frac{b}{a}$.

Rezultat: $x = a+b$, $a \neq 0$.

Zadatak 018 (Iva, hotelijerska škola)

Ako je $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$, tada je v :

$$A. v = \frac{2P}{a-c} \quad B. v = \frac{2P}{a+c} \quad C. v = \frac{a+c}{2P} \quad D. v = \frac{2P-a}{c}$$

Rješenje 018

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v \quad | \cdot \frac{2}{a+c} \Rightarrow \frac{2P}{a+c} = v \Rightarrow v = \frac{2P}{a+c}. \text{ Odgovor je pod B.}$$

Vježba 018

Ako je $s = \frac{a+c}{2}$, tada je a : A. $a = 2s - c$ B. $a = c + 2s$ C. $a = 2s + c$ D. $s = 2c + s$

Rezultat: Odgovor je pod A.

Zadatak 019 (Deny, gimnazija)

Koristeći ekvivalenciju $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0$ i $B \neq 0$, riješite jednadžbu $\frac{2x+1}{x-1} = 1$.

Rješenje 019

$$\frac{2x+1}{x-1} = 1 \Rightarrow [\text{Diskusija! } x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1] \Rightarrow \frac{2x+1}{x-1} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{2x+1-1 \cdot (x-1)}{x-1} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1-x+1}{x-1} = 0 \Rightarrow \frac{x+2}{x-1} = 0 \Rightarrow x+2=0 \Rightarrow x=-2.$$

Vježba 019

Koristeći ekvivalenciju $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow A = 0$ i $B \neq 0$, riješite jednađbu $\frac{2x-8}{x+1} = 0$.

Rezultat: $x = 4$.

Zadatak 020 (1A, hotelijerska škola)

Riješite po s jednađbu (P, r realni brojevi): $P = r \cdot \pi \cdot (r + s)$.

Rješenje 020

$$P = r \cdot \pi \cdot (r + s) \Rightarrow P = r^2 \cdot \pi + r \cdot \pi \cdot s \Rightarrow -r \cdot \pi \cdot s = r^2 \cdot \pi - P \quad /: (-r\pi) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s = \frac{r^2 \cdot \pi - P}{-r \cdot \pi} = -\frac{r^2 \cdot \pi - P}{r \cdot \pi} = \frac{P - r^2 \cdot \pi}{r \cdot \pi}.$$

Vježba 020

Riješite po s jednađbu (P, r realni brojevi): $P = r \cdot \pi \cdot s$.

Rezultat: $s = \frac{P}{r \cdot \pi}$.