Zadatak 001 (Slavica, gimnazija)

Grafički riješi nejednadžbu:

$$x - 2 \geq 0.$$

Rješenje 001

Ako je zadana nejednadžba Ax + By + C ≥ 0, skup rješenja je jedna od poluravnina određenih pravcem Ax + By + C = 0. O kojoj se poluravnini radi, ustanovit ćemo provjerom s jednom (proizvoljnom) točkom.

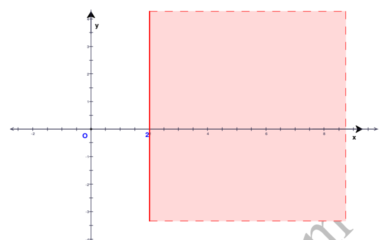
Nacrtamo pravac

$$x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2.$$

On je usporedan s y-osi i prolazi točkom x = 2 na x-osi. U nejednakost **$x - 2 \geq 0$** uvrstimo koordinate bilo koje točke ravnine, na primjer, ishodište T(0,0). Tada je

$$0 - 2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad -2 \geq 0.$$

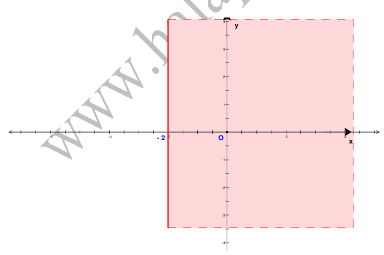
Nejednakost je netočna. Koordinate točke T(0, 0) ne zadovoljavaju nejednakost pa je rješenje ona poluravnina koja ne sadrži točku T(0, 0). Budući da je u nejednadžbi znak ≥ u tom slučaju i rubni pravac x = 2 je dio rješenja.



Vježba 001

Grafički riješi nejednadžbu: $x + 2 \geq 0$.

Rezultat:



Zadatak 002 (4A, hotelijerska škola)

Grafički riješi nejednadžbu: $x + y - 2 > 0$.

Rješenje 002

Ako je zadana nejednadžba Ax + By + C ≥ 0, skup rješenja je jedna od poluravnina određenih pravcem Ax + By + C = 0. O kojoj se poluravnini radi, ustanovit ćemo provjerom s jednom (proizvoljnom) točkom.

Nacrtamo pravac

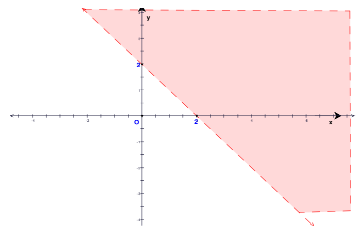
$$x + y - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad y = -x + 2.$$

x	0	2
y	2	0

U nejednakost **$x + y - 2 > 0$** uvrstimo koordinate bilo koje točke ravnine, na primjer, ishodište **T(0,0)**. Tada je

$$0 + 0 - 2 > 0 \quad \Rightarrow \quad -2 > 0.$$

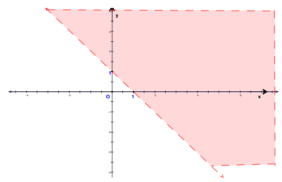
Nejednakost je netočna. Koordinate točke T(0, 0) ne zadovoljavaju nejednakost pa je rješenje ona poluravnina koja ne sadrži točku T(0, 0). Budući da je u nejednadžbi znak > u tom slučaju rubni pravac y = – x + 2 nije dio rješenja.



Vježba 002

Grafički riješi nejednadžbu: x + y – 1 > 0.

Rezultat:



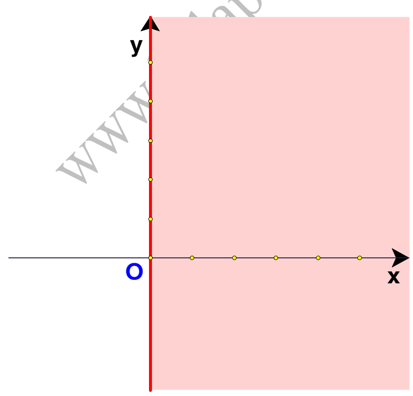
Zadatak 003 (Ivana, hotelijerska škola)

Minimiziraj i maksimiziraj polinom P(x, y) = 2x + y + 1 uz uvjete:

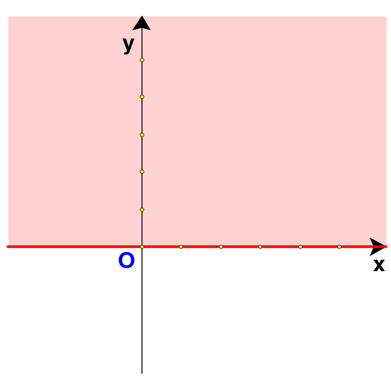
$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \end{array}\right\}.$$

Rješenje 003

I. Riješimo linearnu nejednadžbu $x \geq 0$. Nacrtamo pravac x = 0 (to je y os). Iz nejednakosti $x \geq 0$ slijedi da je rješenje ona poluravnina u kojoj leže točke čije su apscise pozitivne. U ovom slučaju i rubni pravac x = 0 je dio rješenja.



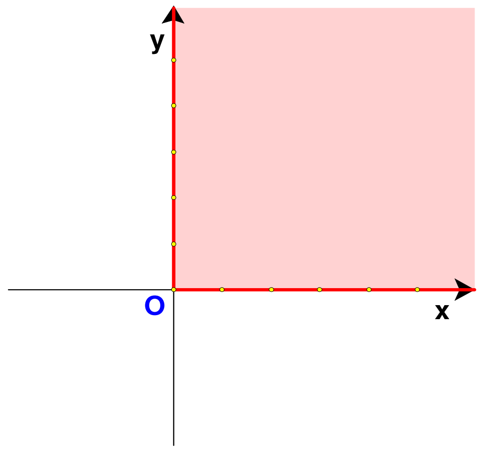
II. Riješimo linearnu nejednadžbu $y \geq 0$. Nacrtamo pravac y = 0 (to je x os). Iz nejednakosti $y \geq 0$ slijedi da je rješenje ona poluravnina u kojoj leže točke čije su ordinate pozitivne. U ovom slučaju i rubni pravac y = 0 je dio rješenja.



III. Riješimo sustav linearnih nejednadžbi

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}.$$

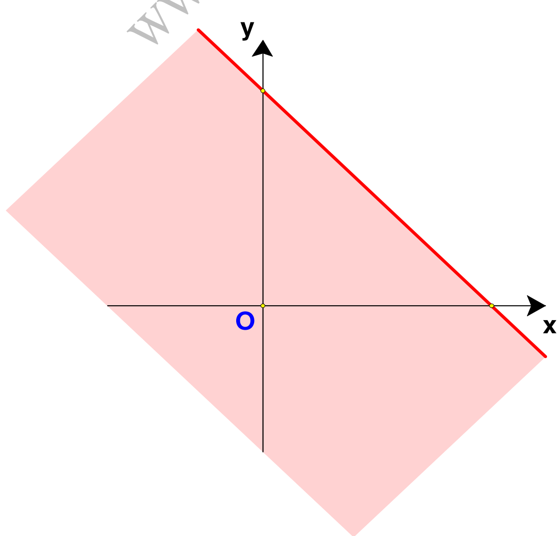
Rješenje sustava je presjek svake pojedine nejednadžbe.



IV. Riješimo linearnu nejednadžbu x + y – 5 ≤ 0. Nacrtamo pravac x + y – 5 = 0. U nejednakost uvrstimo koordinate bilo koje točke ravnine. Najjednostavnije je uvrstiti koordinate ishodišta:

$$\left.\begin{array}{l} O(0,\ 0) \\ x + y - 5 \leq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow\ 0 + 0 - 5 \leq 0\ \Rightarrow\ -5 \leq 0.$$

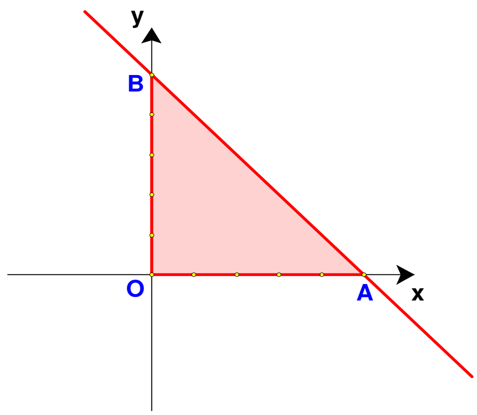
Dakle, koordinate ishodišta zadovoljavaju nejednakost pa je rješenje ona poluravnina koja sadrži ishodište. U ovom slučaju i rubni pravac x + y – 5 = 0 je dio rješenja.



V. Riješimo sustav linearnih nejednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \end{array}\right\}.$$

Rješenje sustava je presjek svake pojedine nejednadžbe.



Zapamti!

Ako linearni polinom P(x, y) = Ax + By + C ima minimum ili maksimum na konveksnom mnogokutu, on se postiže u nekom od vrhova tog mnogokuta.

Sljedeći korak je odrediti vrhove mnogokuta, tj. koordinate točaka O, A i B. Očito je:

O(0, 0), A(5, 0) i B(0, 5).

Vrijednost polinoma P(x, y) = 2x + y + 1 u točki O(0, 0) je: $P(0, 0) = 2 \cdot 0 + 0 + 1 = 1$.

Vrijednost polinoma P(x, y) = 2x + y + 1 u točki A(5, 0) je: $P(5, 0) = 2 \cdot 5 + 0 + 1 = 11$.

Vrijednost polinoma P(x, y) = 2x + y + 1 u točki B(0, 5) je: $P(0, 5) = 2 \cdot 0 + 5 + 1 = 6$.

Dakle, minimum polinoma P(x, y) na danom mnogokutu je 1, a maksimum 11.

Vježba 003

Minimiziraj i maksimiziraj polinom P(x, y) = 2x + y + 1 uz uvjete:

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{array}\right\}.$$

Rezultat: Minimum je 1, a maksimum 7.