

Zadatak 161 (Davor, srednja škola)

U boci je 6 litara 30% – tnoga alkohola. Nakon što je ishlapila dvostruko veća količina alkohola nego što je ishlapilo vode, u boci je ostao 25% – tni alkohol. Koliko je litara tekućine ostalo u boci?

Rješenje 161

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

U boci je 6 litara 30% – tnoga alkohola. To znači da ima:

- 70% vode

$$\frac{70}{100} \cdot 6 \text{ L} = 4.2 \text{ L}$$

- 30% čistog alkohola

$$\frac{30}{100} \cdot 6 \text{ L} = 1.8 \text{ L} \text{ ili } 6 \text{ L} - 4.2 \text{ L} = 1.8 \text{ L}.$$

Neka je ishlapilo x litara vode. Prema uvjetu zadatka ishlapilo je $2 \cdot x$ litara čistog alkohola. Dakle, ukupno je ishlapilo $3 \cdot x$ litara tekućine.

Od 1.8 litara čistog alkohola ishlapilo je $2 \cdot x$ litara pa je u $6 - 3 \cdot x$ litara tekućine ostalo 25% alkohola. Zapišimo to u obliku jednadžbe!

$$\begin{aligned} 1.8 - 2 \cdot x &= (6 - 3 \cdot x) \cdot 0.25 \Rightarrow 1.8 - 2 \cdot x = 1.5 - 0.75 \cdot x \Rightarrow -2 \cdot x + 0.75 \cdot x = 1.5 - 1.8 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -1.25 \cdot x = -0.3 \Rightarrow -1.25 \cdot x = -0.3 \quad /: (-1.25) \Rightarrow x = 0.24. \end{aligned}$$

U boci je ostalo tekućine:

$$6 - 3 \cdot x = [x = 0.24] = 6 - 3 \cdot 0.24 = 6 - 0.72 = 5.28 \text{ L}.$$

2. inačica

Rješenje je ponudila Sofija 😊.

Neka je ishlapilo x litara vode. Prema uvjetu zadatka ishlapilo je $2 \cdot x$ litara čistog alkohola pa je ukupno ishlapilo $3 \cdot x$ litara tekućine. Uočimo da je jakost čistog alkohola 100%, a vode 0%. Zato možemo napisati sljedeću jednadžbu:

$$\begin{aligned} 6 \cdot \frac{30}{100} - x \cdot \frac{0}{100} - 2 \cdot x \cdot \frac{100}{100} &= (6 - 3 \cdot x) \cdot \frac{25}{100} \Rightarrow 1.8 - 0 - 2 \cdot x = (6 - 3 \cdot x) \cdot 0.25 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1.8 - 2 \cdot x = 1.5 - 0.75 \cdot x \Rightarrow -2 \cdot x + 0.75 \cdot x = 1.5 - 1.8 \Rightarrow -1.25 \cdot x = -0.3 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -1.25 \cdot x = -0.3 \quad /: (-1.25) \Rightarrow x = 0.24. \end{aligned}$$

U boci je ostalo tekućine:

$$6 - 3 \cdot x = [x = 0.24] = 6 - 3 \cdot 0.24 = 6 - 0.72 = 5.28 \text{ L}.$$

Vježba 161

U boci je 60 dl 30% – tnoga alkohola. Nakon što je ishlapila dvostruko veća količina alkohola nego što je ishlapilo vode, u boci je ostao 25% – tni alkohol. Koliko je litara tekućine ostalo u boci?

Rezultat: 5.28 L.

Zadatak 162 (4B, TUPŠ)

Broj stanovnika u nekome gradu svake se godine povećao za isti postotak u odnosu na prethodnu godinu. Za šest se godina broj stanovnika povećao s 1635000 na 2010000 stanovnika. Koliko posto iznosi godišnje povećanje broja stanovnika toga grada?

Rješenje 162

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x povećava za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$



Neka je S_0 broj stanovnika na početku vremenskog razdoblja mjenog u godinama n, a S_n broj stanovnika na kraju. Neka je p postotak za koji se godišnje povećava broj stanovnika grada. Broj stanovnika iznositi će nakon:

- prve godine

$$S_1 = S_0 + \frac{p}{100} \cdot S_0 = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

- druge godine

$$S_2 = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) + \frac{p}{100} \cdot S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$$

- treće godine

$$S_3 = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 + \frac{p}{100} \cdot S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3$$

- četvrte godine

$$S_4 = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 + \frac{p}{100} \cdot S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^3 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^4$$

.....

- n – te godine

$$S_n = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n .$$

Računamo postotak p.

$$\begin{aligned} S_n &= S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \Rightarrow S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = S_n \Rightarrow S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = S_n \cdot \frac{1}{S_0} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n &= \frac{S_n}{S_0} \Rightarrow \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = \frac{S_n}{S_0} \cdot \sqrt[n]{} \Rightarrow 1 + \frac{p}{100} = \sqrt[n]{\frac{S_n}{S_0}} \Rightarrow \frac{p}{100} = \sqrt[n]{\frac{S_n}{S_0}} - 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{p}{100} &= \sqrt[n]{\frac{S_n}{S_0}} - 1 \cdot 100 \Rightarrow p = 100 \cdot \left(\sqrt[n]{\frac{S_n}{S_0}} - 1\right) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n = 6 \\ S_n = 2010000 \\ S_0 = 1635000 \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow p &= 100 \cdot \left(\sqrt[6]{\frac{2010000}{1635000}} - 1 \right) \Rightarrow p = 3.5. \end{aligned}$$

Godišnje povećanje iznosi 3.5%.

Vježba 162

Broj stanovnika u nekome gradu svake se godine povećao za isti postotak u odnosu na prethodnu godinu. Za šest se godina broj stanovnika povećao s 817500 na 1005000 stanovnika. Koliko posto iznosi godišnje povećanje broja stanovnika toga grada?

Rezultat: 3.5%.

Zadatak 163 (Kristina, ekonomska škola)

Marko je imao 1000000 kn koje je uložio u dva posla. Jedan mu posao donosi zaradu od 8% godišnje, a drugi 10% godišnje. Ove je godine Marko zaradio 87000 kn. Koliki je dio novca Marko uložio u posao koji mu donosi 8% zarade?

- A. 350 000 B. 550 000 C. 600 000 D. 650 000

Rješenje 163

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot b = a.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100} \quad , \quad 81\% = \frac{81}{100} \quad , \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100} \quad , \quad 547\% = \frac{547}{100} \quad , \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x glavnica uložena na 8% godišnje. Tada je $1000000 - x$ glavnica uložena na 10% godišnje. Budući da je Marko ukupno zaradio 87000 kn, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} \frac{8}{100} \cdot x + \frac{10}{100} \cdot (1000000 - x) &= 87000 \Rightarrow \frac{8}{100} \cdot x + \frac{10}{100} \cdot (1000000 - x) = 87000 \quad / \cdot 100 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8 \cdot x + 10 \cdot (1000000 - x) = 8700000 \Rightarrow 8 \cdot x + 10000000 - 10 \cdot x = 8700000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8 \cdot x - 10 \cdot x = 8700000 - 10000000 \Rightarrow -2 \cdot x = -1300000 \Rightarrow -2 \cdot x = -1300000 \quad / : (-2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = 650000. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 163

Marko je imao 1000000 kn koje je uložio u dva posla. Jedan mu posao donosi zaradu od 8% godišnje, a drugi 10% godišnje. Ove je godine Marko zaradio 87000 kn. Koliki je dio novca Marko uložio u posao koji mu donosi 10% zarade?

- A. 350 000 B. 550 000 C. 600 000 D. 650 000

Rezultat: A.

Zadatak 164 (Mario, ekonomska škola)

Od 3270 g 28‰ otopine joda u alkoholu trebala bi se dobiti otopina jakosti 12‰. Koliko grama alkohola treba dodati u postojeću otopinu?

Rješenje 164

Ponovimo!

$$\frac{n}{1} = n.$$

Tisućiti dio nekog broja naziva se promil. Piše se kao razlomak s nazivnikom 1000. Promil p je broj jedinica koji se uzima od 1000 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9‰ = \frac{9}{1000}, \quad 81‰ = \frac{81}{1000}, \quad 4.5‰ = \frac{4.5}{1000}, \quad 0.3‰ = \frac{0.3}{1000}, \quad p‰ = \frac{p}{1000}.$$

Kako se računa "... p‰ od x..."?

$$\frac{p}{1000} \cdot x.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x količina alkohola koju treba doliti u otopinu. Prema uvjetu zadatka postavljamo jednačbu:

$$\begin{aligned} \frac{28}{1000} \cdot 3270 &= \frac{12}{1000} \cdot (3270 + x) \Rightarrow \frac{28}{1000} \cdot 3270 = \frac{12}{1000} \cdot (3270 + x) \quad / \cdot 1000 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 28 \cdot 3270 = 12 \cdot (3270 + x) \Rightarrow 28 \cdot 3270 = 12 \cdot 3270 + 12 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 12 \cdot 3270 + 12 \cdot x = 28 \cdot 3270 \Rightarrow 12 \cdot x = 28 \cdot 3270 - 12 \cdot 3270 \Rightarrow 12 \cdot x = (28 - 12) \cdot 3270 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 12 \cdot x = 16 \cdot 3270 \Rightarrow 12 \cdot x = 16 \cdot 3270 \quad / : 12 \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 3270}{12} \Rightarrow x = \frac{16 \cdot 3270}{12} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \cdot 3270}{3} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 3270}{3} \Rightarrow x = 4 \cdot 1090 \Rightarrow x = 4360 \text{ g.}$$

Vježba 164

Od 327 dag 28‰ otopine joda u alkoholu trebala bi se dobiti otopina jakosti 12‰. Koliko grama alkohola treba dodati u postojeću otopinu?

Rezultat: 436 dag.

Zadatak 165 (Sandra, srednja škola)

Cijena robe smanjena je za 20%. Za koliko posto, nakon toga, treba povećati cijenu robe da se vrati na početnu cijenu?

Rješenje 165

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x smanji za p% ?

$$x - \frac{p}{100} \cdot x = \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot x.$$

Decimalni broj dijelimo dekadskom jedinicom (10, 100, 1000, 10000, ...) tako da mu decimalnu točku pomaknemo ulijevo za onoliko mjesta koliko dekadski jedinica ima nula. Decimalni broj množimo dekadskom jedinicom (10, 100, 1000, 10000, ...) tako da mu decimalnu točku pomaknemo udesno za onoliko mjesta koliko dekadski jedinica ima nula. Neka je x početna cijena robe, a p traženi postotak. Najprije cijena x smanjena je za 20%.

$$x - \frac{20}{100} \cdot x = x - 0.20 \cdot x = 0.80 \cdot x.$$

Dobivenu cijenu moramo povećati za p% da se vrati na početnu cijenu x.

$$\begin{aligned} 0.80 \cdot x + \frac{p}{100} \cdot 0.80 \cdot x &= x \Rightarrow 0.80 \cdot x + \frac{p}{100} \cdot 0.80 \cdot x = x \cdot \frac{100}{x} \Rightarrow 80 + 0.80 \cdot p = 100 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0.80 \cdot p &= 100 - 80 \Rightarrow 0.80 \cdot p = 20 \Rightarrow 0.80 \cdot p = 20 \quad /: 0.80 \Rightarrow p = 25. \end{aligned}$$



Vježba 165

Cijena robe smanjena je za 25%. Za koliko posto, nakon toga, treba povećati cijenu robe da se vrati na početnu cijenu?

Rezultat: 33.33%.