

Zadatak 101 (Ana, srednja škola)

Glavnica od 5000 kn uložena je uz godišnju kamatnu stopu 13. Za koliko mjeseci bi jednostavne kamate bile 25% glavnice?

Rješenje 101

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

1 godina = 12 mjeseci, 1 mjesec = 30 dana.

Jednostavni kamatni račun

$$100 \cdot K = C \cdot p \cdot n,$$

gdje su:

K – jednostavne kamate ili interes

C – kapital ili glavnica

p – kamatna stopa ili kamatnjak

n – vrijeme u godinama.

$C = 5000 \text{ kn}$
$p = 13$
$K = \frac{25}{100} \cdot C$
$n = ?$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} C = 5000, K = \frac{25}{100} \cdot C \\ 100 \cdot K = C \cdot p \cdot n \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} K = \frac{25}{100} \cdot 5000 \\ 100 \cdot K = C \cdot p \cdot n \cdot \frac{1}{C \cdot p} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} K = \frac{25}{100} \cdot \frac{5000}{1} \\ n = \frac{100 \cdot K}{C \cdot p} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} K = 1250 \\ n = \frac{100 \cdot K}{C \cdot p} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \frac{100 \cdot 1250}{5000 \cdot 13} \Rightarrow n = 1.923 \text{ g} \Rightarrow n = 1.923 \cdot 12 \text{ mj} \Rightarrow n = 23.076 \text{ mj} \Rightarrow n = 23 \text{ mj} + 0.076 \text{ mj} \Rightarrow \\ \Rightarrow n = 23 \text{ mj} + 0.076 \cdot 30 \text{ d} \Rightarrow n = 23 \text{ mj} + 2 \text{ d} \Rightarrow n = 23 \text{ mj } 2 \text{ d}.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} K = \frac{25}{100} \cdot C \\ 100 \cdot K = C \cdot p \cdot n \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} K = \frac{25}{100} \cdot C \\ 100 \cdot K = C \cdot p \cdot n \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} K = \frac{1}{4} \cdot C \\ 100 \cdot K = C \cdot p \cdot n \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow 100 \cdot \frac{1}{4} \cdot C = C \cdot p \cdot n \Rightarrow 100 \cdot \frac{1}{4} \cdot C = C \cdot p \cdot n \Rightarrow 25 \cdot C = C \cdot p \cdot n \Rightarrow 25 \cdot C = C \cdot p \cdot n \cdot \frac{1}{C \cdot p} \Rightarrow \\ \Rightarrow n = \frac{25 \cdot C}{C \cdot p} \Rightarrow n = \frac{25 \cdot C}{C \cdot p} \Rightarrow n = \frac{25}{p} \Rightarrow n = \frac{25}{13} \Rightarrow n = 1.923 \text{ g} \Rightarrow n = 1.923 \cdot 12 \text{ mj} \Rightarrow \\ \Rightarrow n = 23.076 \text{ mj} \Rightarrow n = 23 \text{ mj} + 0.076 \text{ mj} \Rightarrow n = 23 \text{ mj} + 0.076 \cdot 30 \text{ d} \Rightarrow \\ \Rightarrow n = 23 \text{ mj} + 2 \text{ d} \Rightarrow n = 23 \text{ mj } 2 \text{ d}.$$

Vježba 101

Glavnica od 8000 kn uložena je uz godišnju kamatnu stopu 13. Za koliko mjeseci bi jednostavne kamate bile 25% glavnice?

Rezultat: 23 mj 2 d.

Zadatak 102 (Mario, srednja škola)

Za koliko će se postotaka povećati ploština pravokutnika, ako mu se stranica $a = 5$ cm poveća za 3 cm, a stranica $b = 4$ cm poveća za 4 cm?

Rješenje 102

Ponovimo!
Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Paralelogrami su četverokuti kojima su po dvije nasuprotne stranice usporedne (paralelne). Pravokutnik je paralelogram koji ima barem jedan pravi kut (pravi kut ima 90°).

Ploština (površina) pravokutnika

Ploština (površina) pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b .

$$P = a \cdot b.$$

Ploština pravokutnika sa prvobitnim stranicama iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 5 \text{ cm} , b_1 = 4 \text{ cm} \\ P_1 = a_1 \cdot b_1 \end{array} \right\} \Rightarrow P_1 = 5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2.$$

Ploština pravokutnika sa povećanim stranicama je:

$$\left. \begin{array}{l} a_2 = 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 8 \text{ cm} \\ b_2 = 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 8 \text{ cm} \\ P_2 = a_2 \cdot b_2 \end{array} \right\} \Rightarrow P_2 = 8 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^2.$$

Gledamo omjer ploština pravokutnika.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{64 \text{ cm}^2}{20 \text{ cm}^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{64 \text{ cm}^2}{20 \text{ cm}^2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{32}{10} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 3.2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 3.2 / \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = 3.2 \cdot P_1.$$

Računamo postotak.

$$P_2 = 3.2 \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = P_1 + 2.2 \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = P_1 + \frac{220}{100} \cdot P_1.$$

Ploština pravokutnika poveća se za 220%.

Vježba 102

Za koliko će se postotaka povećati ploština pravokutnika, ako mu se stranica $a = 4$ cm poveća za 4 cm, a stranica $b = 5$ cm poveća za 3 cm?

Rezultat: 220%.

Zadatak 103 (Matea, ekonomska škola)

Jakna i hlače imaju istu početnu cijenu. Jakna je poskupjela 20%. Hlače su prvo poskupile 10% pa potom opet 10%. Kako im se odnose cijene nakon poskupljenja?

- A. Nije moguće utvrditi što je skuplje jer to ovisi o početnoj cijeni.
- B. Cijene su im jednake.
- C. Jakna je skuplja.
- D. Hlače su skuplje.

Rješenje 103

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Ako se broj x poveća p %, pišemo:

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

Za osnovnu vrijednost hlača i jakne uzmemo C.

Nova cijena jakne nakon poskupljenja od 20% je :

$$C_1 = C + \frac{20}{100} \cdot C = C + 0.20 \cdot C = 1.20 \cdot C.$$

Nova cijena hlača nakon prvog poskupljenja od 10% je:

$$C_2 = C + \frac{10}{100} \cdot C = C + 0.10 \cdot C = 1.10 \cdot C.$$

Sada za osnovnu vrijednost hlača uzimamo C_2 . Konačna cijena hlača nakon drugog poskupljenja od 10% iznosi:

$$C_3 = C_2 + \frac{10}{100} \cdot C_2 = C_2 + 0.10 \cdot C_2 = 1.10 \cdot C_2 = [C_2 = 1.10 \cdot C] = 1.10 \cdot 1.10 \cdot C = 1.21 \cdot C.$$

Budući da je

$$\left. \begin{array}{l} C_1 = 1.20 \cdot C \\ C_3 = 1.21 \cdot C \end{array} \right\} \Rightarrow C_3 > C_1,$$

slijedi da je cijena hlača veća od cijene jakne. Odgovor je pod D.

Vježba 103

Jakna i hlače imaju istu početnu cijenu. Jakna je poskupjela 30%. Hlače su prvo poskupile 15% pa potom opet 15%. Kako im se odnose cijene nakon poskupljenja?

- A. Nije moguće utvrditi što je skuplje jer to ovisi o početnoj cijeni.
- B. Cijene su im jednake.
- C. Jakna je skuplja.
- D. Hlače su skuplje.

Rezultat: D.

Zadatak 104 (Tony, srednja škola)

Cijena hladnjaka smanjena je za 22%, a kasnije za 15%. Koliko je ukupno smanjenje u postocima i promilima?

Rješenje 104

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x smanji za p% ?

$$x - \frac{p}{100} \cdot x.$$

Tisućiti dio nekog broja naziva se promil. Piše se kao razlomak s nazivnikom 1000. Promil p je broj jedinica koji se uzima od 1000 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$9\text{‰} = \frac{9}{1000}$, $81\text{‰} = \frac{81}{1000}$, $4.5\text{‰} = \frac{4.5}{1000}$, $547\text{‰} = \frac{547}{1000}$, $p\text{‰} = \frac{p}{1000}$.

Kako se računa "... p‰ od x...?"

$$\frac{p}{1000} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x smanji za p‰ ?

$$x - \frac{p}{1000} \cdot x.$$

Ako se broj x snizi p %, pišemo:

$$x - \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right).$$

Ako se broj x snizi p %, a zatim još snizi q %, pišemo:

$$x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right).$$

Pamti!

$$\frac{p}{100} = 10 \cdot \frac{p}{1000} \Rightarrow p\% = 10 \cdot p\text{‰}$$

$$\frac{p}{1000} = \frac{1}{10} \cdot \frac{p}{100} \Rightarrow p\text{‰} = \frac{1}{10} \cdot p\%$$

1. inačica

Neka je C osnovna vrijednost hladnjaka.

Nova cijena nakon smanjenja od 22% je :

$$C_1 = C - \frac{22}{100} \cdot C = C - 0.22 \cdot C = 0.78 \cdot C.$$

Sada za osnovnu vrijednost uzimamo $0.78 \cdot C$.

Nova cijena nakon sniženja od 15‰ je :

$$C_2 = 0.78 \cdot C - \frac{15}{1000} \cdot 0.78 \cdot C = 0.78 \cdot C - 0.015 \cdot 0.78 \cdot C = 0.78 \cdot C \cdot (1 - 0.015) = 0.78 \cdot 0.985 \cdot C = 0.7683 \cdot C.$$

Budući da smo za osnovnu vrijednost uzeli C, a dobili $0.7683 \cdot C$, znači da se cijena smanjila za

$$C - 0.7683 \cdot C = 0.2317 \cdot C.$$

Ukupno smanjenje je:

- u postotku

$$0.2317 = \frac{23.17}{100} = 23.17\%.$$

- u promilima

$$0.2317 = \frac{231.7}{1000} = 231.7\text{‰}.$$

2. inačica

Zapamti:

$$100\% = \frac{100}{100} = 1, \quad 1000\text{‰} = \frac{1000}{1000} = 1$$

Smanjenje za 22% i smanjenje za 15‰ možemo jednostavno pisati

$$(1 - 0.22) \cdot (1 - 0.015) = 0.78 \cdot 0.985 = 0.7683.$$

Razlika do 1 (100% ili 1000‰) je 0.2317.

$$1 - 0.7683 = 0.2317$$

Znači da se prvobitna cijena smanjila:

- u postotku

$$0.2317 = \frac{23.17}{100} = 23.17\%.$$

- u promilima

$$0.2317 = \frac{231.7}{1000} = 231.7\text{‰}.$$

Vježba 104

Cijena hladnjaka smanjena je za 15 ‰, a kasnije za 22%. Koliko je ukupno smanjenje u postocima i promilima?

Rezultat: 23.17%, 231.7‰.

Zadatak 105 (Molly, ekonomska škola)

Ako u nekom razredu $\frac{3}{4}$ učenika uči engleski, $\frac{2}{5}$ njemački, a svaki uči barem jedan jezik, onda je postotak učenika koji uče oba jezika jednak:

- A. 30% B. 40% C. 45% D. 15%

Rješenje 105

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

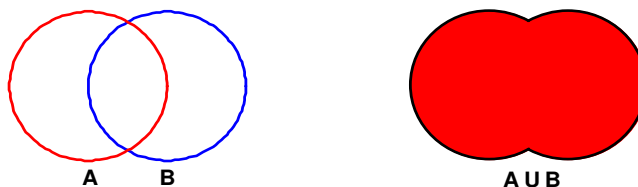
- S – osnovna vrijednost
- p – postotak
- P – postotni iznos.

Osnovna veličina S je broj od kojeg se obračunava postotak. Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P.$$

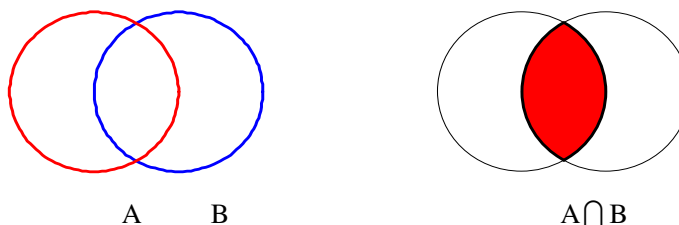
Neka je U univerzalni skup, te A i B proizvoljni skupovi koji su podskupovi skupa U. Tada je:

- ☐ $A \cup B$ **unija skupova** A i B,
 $A \cup B = \{x \in U : x \in A \text{ ili } x \in B\}$ **unija skupova** A i B,



Unija dva ili više skupa je skup koji se sastoji od **svih elemenata** zadanih skupova.

- ☐ $A \cap B$ **presjek skupova** A i B,
 $A \cap B = A \cap B = \{x \in U : x \in A \text{ i } x \in B\}$ **presjek skupova** A i B,



Presjek dva ili više skupa je skup koji se sastoji od **zajedničkih elemenata** zadanih skupova. Konačni skupovi su skupovi čiji je broj elemenata jednak nekom prirodnom broju. Broj članova (elemenata) skupa naziva se **kardinalni broj**. Kardinalni broj skupa A označavamo simbolom:

$$k(A) \text{ ili } |A|.$$

Za svaka dva konačna skupa A i B vrijedi jednakost:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

Neka je x broj učenika u razredu, a y broj onih koji uče oba jezika. Budući da $\frac{3}{4}$ učenika uči engleski,

$\frac{2}{5}$ njemački, a svaki uči barem jedan jezik, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} x = \frac{3}{4} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot x - y &\Rightarrow y = \frac{3}{4} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot x - x \Rightarrow y = \frac{3}{4} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot x - \frac{x}{1} \Rightarrow y = \frac{15 \cdot x + 8 \cdot x - 20 \cdot x}{20} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = \frac{3 \cdot x}{20}. \end{aligned}$$

Postotak učenika koji uče oba jezika iznosi:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} S = x \\ P = \frac{3}{20} \cdot x \end{array} \right\} &\Rightarrow \left[p = \frac{100 \cdot P}{S} \right] \Rightarrow p = \frac{100 \cdot \frac{3}{20} \cdot x}{x} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot \frac{3}{20} \cdot x}{x} \Rightarrow p = 100 \cdot \frac{3}{20} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = 100 \cdot \frac{3}{20} \Rightarrow p = 5 \cdot 3 \Rightarrow p = 15. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

Vježba 105

Ako u nekom razredu $\frac{3}{4}$ učenika uči engleski, $\frac{3}{5}$ njemački, a svaki uči barem jedan jezik, onda je postotak učenika koji uče oba jezika jednak:

- A. 30% B. 35% C. 40% D. 25%

Rezultat: B.

Zadatak 106 (Kristijan, srednja škola)

Kako se promijeni ploština pravokutnika ako se njegova duljina poveća za 10%, a širina smanji za 15%?

- A. Smanji se za 6.5%. B. Smanji se za 5%.
C. Poveća se za 5%. D. Poveća se za 6.5%.

Rješenje 106

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{P}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{P}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{P}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x smanji za p%o ?

$$x - \frac{P}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot (b + a \cdot c) = a \cdot (b + c).$$

Paralelogrami su četverokuti kojima su po dvije nasuprotne stranice usporedne (paralelne).

Pravokutnik je paralelogram koji ima barem jedan pravi kut (pravi kut ima 90°).

Ploština pravokutnika

Ploština pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b.

$$P = a \cdot b.$$

Neka su a i b duljine stranica pravokutnika. Njegova ploština iznosi:

$$P = a \cdot b.$$

Ako se duljina a poveća za 10%, a širina b smanji za 15%, vrijedi:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = a + \frac{10}{100} \cdot a \\ b_1 = b - \frac{15}{100} \cdot b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = a + 0.1 \cdot a \\ b_1 = b - 0.15 \cdot b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = 1.1 \cdot a \\ b_1 = 0.85 \cdot b \end{array} \right\}.$$

Tada je ploština novog pravokutnika:

$$\begin{aligned} P_1 &= a_1 \cdot b_1 \Rightarrow P_1 = 1.1 \cdot a \cdot 0.85 \cdot b \Rightarrow P_1 = 0.935 \cdot a \cdot b \Rightarrow P_1 = 0.935 \cdot P \Rightarrow P_1 = (1 - 0.065) \cdot P \Rightarrow \\ &\Rightarrow P_1 = P - 0.065 \cdot P \Rightarrow P_1 = P - \frac{6.5}{100} \cdot P \Rightarrow P_1 = P - 6.5\% \cdot P. \end{aligned}$$

Ploština pravokutnika smanji se za 6.5%.

Odgovor je pod A.

Vježba 106

Kako se promijeni ploština pravokutnika ako se njegova duljina smanji za 15%, a širina poveća za 10%?

- A. Smanji se za 6.5%. B. Smanji se za 5%.
C. Poveća se za 5%. D. Poveća se za 6.5%.

Rezultat: A.

Zadatak 107 (Mihaela, srednja škola)

Pod određenim uvjetima broj bakterija u Petrijevoj zdjelici u ovisnosti o temperaturi t može se procijeniti prema formuli $B(t) = 300 \cdot 1.057^t$, za $0^\circ\text{C} < t < 40^\circ\text{C}$.

- Koliko je bakterija u zdjelici pri temperaturi od 21°C ?
- Za koliko se posto poveća broj bakterija u zdjelici kada se temperatura poveća za 10°C ?

Rješenje 107

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

- S – osnovna (temeljna) vrijednost
- p – postotak
- P – postotni iznos.

Osnovna (temeljna) vrijednost S je broj od kojeg se obračunava postotak.

Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Postotni dio P je broj koji se dobije kad se od osnovne veličine odredi dio naznačen danim postotkom.

Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P.$$



- Pri temperaturi $t = 21^\circ\text{C}$ broj bakterija u zdjelici je:

$$\left. \begin{array}{l} B(t) = 300 \cdot 1.057^t \\ t = 21 \end{array} \right\} \Rightarrow B(21) = 300 \cdot 1.057^{21} \Rightarrow [\text{ikona}] \Rightarrow B(21) = 960.$$

- Kada temperatura poraste za 10°C broj bakterija u zdjelici iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} B(t) = 300 \cdot 1.057^t \\ t = 21 + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} B(t) = 300 \cdot 1.057^t \\ t = 31 \end{array} \right\} \Rightarrow B(31) = 300 \cdot 1.057^{31} \Rightarrow [\text{ikona}] \Rightarrow B(31) = 1672.$$

Računamo postotak za koji se povećao broj bakterija u zdjelici.

$$\left. \begin{array}{l} S = 960 \\ P = 1672 - 960 = 712 \\ p = \frac{100 \cdot P}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot 712}{960} \Rightarrow p = 74.$$

Vježba 107

Pod određenim uvjetima broj bakterija u Petrijevoj zdjelici u ovisnosti o temperaturi t može se procijeniti prema formuli $B(t) = 300 \cdot 1.057^t$, za $0^\circ\text{C} < t < 40^\circ\text{C}$. Koliko je bakterija u zdjelici pri temperaturi od 15°C ?

Rezultat: 689.

Zadatak 108 (Mira, srednja škola)

Od ubranog grožđa 15% mase čine peteljke. Od bobica 10% mase čine kožice i sjemenke. Od preostalog mošta 15% mase ode u nekorisni talog. Koliko se vina dobije od 800 kg grožđa? Pretpostavljamo da je gustoća grožđa i vina ista.

- A. 500.4 kg B. 510 kg C. 480 kg D. 520.2 kg

Rješenje 108

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x.."?

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Ako se broj x smanji za p%, pišemo:

$$x - \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right).$$

Ako se broj x smanji za p%, a zatim još za q%, pišemo:

$$x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right).$$

1. inačica

Od 800 kg ubranog grožđa 15% mase čine peteljke, a to je

$$\frac{15}{100} \cdot 800 \text{ kg} = 0.15 \cdot 800 \text{ kg} = 120 \text{ kg}.$$

Uklanjanjem peteljki bobica je ostalo

$$800 \text{ kg} - 120 \text{ kg} = 680 \text{ kg}.$$

Od bobica 10% mase čine kožice i sjemenke što iznosi

$$\frac{10}{100} \cdot 680 \text{ kg} = 0.10 \cdot 680 \text{ kg} = 68 \text{ kg}.$$

Kada se odstrane kožice i sjemenke mošta je ostalo

$$680 \text{ kg} - 68 \text{ kg} = 612 \text{ kg}.$$

U preostalom moštu 15% mase ode u nekorisni talog pa je to

$$\frac{15}{100} \cdot 612 \text{ kg} = 0.15 \cdot 612 \text{ kg} = 91.8 \text{ kg}.$$

Čistog mošta (budućeg vina) ima

$$612 \text{ kg} - 91.8 \text{ kg} = 520.2 \text{ kg}.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Od 800 kg ubranog grožđa 15% mase čine peteljke pa masa bobica iznosi

$$800 \text{ kg} \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 800 \text{ kg} \cdot (1 - 0.15) = 800 \text{ kg} \cdot 0.85 = 680 \text{ kg}.$$

Od 680 kg bobica 10% mase čine kožice i sjemenke pa je masa mošta

$$680 \text{ kg} \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 680 \text{ kg} \cdot (1 - 0.10) = 680 \text{ kg} \cdot 0.90 = 612 \text{ kg}.$$

Od 612 kg mošta 15% mase ide na nekoristan talog pa masa čistog mošta (budućeg vina) ima vrijednost

$$612 \text{ kg} \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 612 \text{ kg} \cdot (1 - 0.15) = 612 \text{ kg} \cdot 0.85 = 520.2 \text{ kg}.$$

Odgovor je pod D.

3. inačica

Ako od 800 kg grožđa 15% mase čine peteljke, 10% mase bobice, a 15% mase kožice i sjemenke, onda masa čistog mošta (budućeg vina) iznosi

$$800 \text{ kg} \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 800 \text{ kg} \cdot (1 - 0.15) \cdot (1 - 0.10) \cdot (1 - 0.15) = \\ = 800 \text{ kg} \cdot 0.85 \cdot 0.90 \cdot 0.85 = 520.2 \text{ kg}.$$

Odgovor je pod D.



- 15%
- 10%
- 15%



Vježba 108

Od ubranog grožđa 10% mase čine peteljke. Od bobica 15% mase čine kožice i sjemenke. Od preostalog mošta 15% mase ode u nekorisni talog. Koliko se vina dobije od 800 kg grožđa? Pretpostavljamo da je gustoća grožđa i vina ista.

- A. 500.4 kg B. 510 kg C. 480 kg D. 520.2 kg

Rezultat: D.

Zadatak 109 (Iva, srednja škola)

U siječnju je povećanje troškova života iznosilo 20%, a u veljači 25%. Koliko je ukupno povećanje troškova života u prva dva mjeseca u godini?

- A. 5% B. 45% C. 50% D. 65%

Rješenje 109

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Ako se broj x poveća za p%, pišemo:

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right).$$

Ako se broj x poveća za p%, a zatim još za q%, pišemo:

$$x \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{q}{100}\right).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Neka je x osnovna vrijednost troškova života. U siječnju je povećanje iznosilo 20% pa vrijedi:

$$x + \frac{20}{100} \cdot x = x + 0.20 \cdot x = 1.20 \cdot x.$$

U veljači je povećanje 25% što iznosi:

$$1.20 \cdot x + \frac{25}{100} \cdot 1.20 \cdot x = 1.20 \cdot x + 0.25 \cdot 1.20 \cdot x = 1.20 \cdot x \cdot (1 + 0.25) = 1.20 \cdot x \cdot 1.25 = 1.50 \cdot x =$$

$$= x + 0.50 \cdot x = x + \frac{50}{100} \cdot x = x + 50\% \cdot x.$$

Ukupno povećanje troškova života je 50%.

Odgovor je pod C.

2. inačica

Zbog jednostavnosti pretpostavimo da je 100 osnovna vrijednost troškova života. Budući da su dva povećanja od 20% i 25%, slijedi:

$$100 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{25}{100}\right) = 100 \cdot (1 + 0.20) \cdot (1 + 0.25) = 100 \cdot 1.20 \cdot 1.25 = 150.$$

Razlika između konačne i početne vrijednosti troškova života je 50:

$$150 - 100 = 50,$$

a to u odnosu na početnu vrijednost 100 iznosi 50%.

Odgovor je pod C.

Vježba 109

U siječnju je povećanje troškova života iznosilo 25%, a u veljači 20%. Koliko je ukupno povećanje troškova života u prva dva mjeseca u godini?

- A. 5% B. 45% C. 50% D. 65%

Rezultat: C.

Zadatak 110 (Matija, strukovna škola)

Proizvod A je čisti C – vitamin, a proizvod B sadrži 90% C – vitamina. Paketić od 20 g proizvoda A stoji 200 kn, a jednako težak paketić proizvoda B 81 kn. Koliko je C – vitamin jeftiniji u postotcima ako se kupi paketić proizvoda B?

- A. 35% B. 40% C. 55% D. 60%

Rješenje 110

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{P}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{P}{100} \cdot x.$$

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

- S – osnovna vrijednost
- p – postotak
- P – postotni iznos.

Osnovna veličina S je broj od kojeg se obračunava postotak. Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P \Rightarrow p = \frac{100 \cdot P}{S}.$$



U proizvodu A čisti je C – vitamin i ima ga 20 g. U proizvodu B je 90% C – vitamina pa za paketić od 20 grama to iznosi

$$20 \text{ g} \cdot \frac{90}{100} = 18 \text{ g}.$$

Određimo cijenu 1 grama C – vitamina u svakom proizvodu:

- proizvod A

$$\frac{200}{20} = 10 \text{ kn}$$

- proizvod B

$$\frac{81}{18} = 4.5 \text{ kn.}$$

Računamo postotak cijene C – vitamina u proizvodu B u odnosu na njegovu cijenu u proizvodu A.

$$\left. \begin{array}{l} S = 100 \\ P = 4.5 \\ p = \frac{100 \cdot P}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot 4.5}{100} \Rightarrow p = 45.$$

Dakle, cijena C – vitamina u proizvodu B je 45% cijene C – vitamina u proizvodu A pa je razlika u cijeni

$$100\% - 45\% = 55\%.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 110

Proizvod A je čisti C – vitamin, a proizvod B sadrži 90% C – vitamina. Paketić od 40 g proizvoda A stoji 400 kn, a jednako težak paketić proizvoda B 162 kn. Koliko je C – vitamin jeftiniji u postotcima ako se kupi paketić proizvoda B?

- A. 35% B. 40% C. 55% D. 60%

Rezultat: C.

Zadatak 111 (Ela, gimnazija)

Darko prodaje sladoled po 5% nižoj cijeni nego Ivan. Koliko treba sniziti cijenu Ivan da bi bio 5% jeftiniji od Darka?

Rješenje 111

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Ako se broj x smanji za p%, pišemo:

$$x - \frac{p}{100} \cdot x = x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right).$$

Ako se broj x smanji za p%, a zatim još za q%, pišemo:

$$x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{q}{100}\right).$$

1.inačica

Neka je x cijena po kojoj Ivan prodaje sladoled. Darko prodaje sladoled po 5% nižoj cijeni nego Ivan pa to iznosi:

$$x - \frac{5}{100} \cdot x = x - 0.05 \cdot x = 0.95 \cdot x.$$

Neka je p postotak za koji Ivan treba sniziti cijenu da bi bio 5% jeftiniji od Darka. Vrijedi jednažba:

$$x - \frac{p}{100} \cdot x = 0.95 \cdot x - \frac{5}{100} \cdot 0.95 \cdot x \Rightarrow x - \frac{p}{100} \cdot x = 0.95 \cdot x - \frac{5}{100} \cdot 0.95 \cdot x \cdot \frac{100}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 100 - p = 95 - 5 \cdot 0.95 \Rightarrow 100 - p = 95 - 4.75 \Rightarrow 100 - p = 90.25 \Rightarrow -p = 90.25 - 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -p = -9.75 \Rightarrow -p = -9.75 \cdot (-1) \Rightarrow p = 9.75.$$

Cijenu treba sniziti za 9.75%.



2. inačica

Neka je x cijena po kojoj Ivan prodaje sladoled, a p postotak za koji on treba sniziti cijenu. Prema uvjetima iz zadatka vrijedi jednažba:

$$x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = x \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) \Rightarrow x \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = x \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) \cdot \frac{100}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{p}{100} = \left(1 - \frac{5}{100}\right) \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) \Rightarrow 1 - \frac{p}{100} = (1 - 0.05) \cdot (1 - 0.05) \Rightarrow 1 - \frac{p}{100} = 0.95 \cdot 0.95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{p}{100} = 0.9025 \Rightarrow 1 - \frac{p}{100} = 0.9025 \cdot 100 \Rightarrow 100 - p = 90.25 \Rightarrow -p = 90.25 - 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -p = -9.75 \Rightarrow -p = -9.75 \cdot (-1) \Rightarrow p = 9.75.$$

Cijenu treba sniziti za 9.75%.

3. inačica

Zbog lakšeg računanja (radi se o postotnom računu) neka je cijena po kojoj Ivan prodaje sladoled 100. Darko prodaje sladoled po 5% nižoj cijeni nego Ivan pa to iznosi:

$$100 - 5 = 95.$$

$$\left(100 - \frac{5}{100} \cdot 100 = 100 - \frac{5}{100} \cdot 100 = 100 - 5 = 95.\right)$$

Ivan treba prodavati sladoled 5% jeftinije od Darka pa ta cijena glasi:

$$95 - \frac{5}{100} \cdot 95 = 95 - 0.05 \cdot 95 = 95 \cdot (1 - 0.05) = 95 \cdot 0.95 = 90.25.$$

Razlika između početne i konačne cijene sladoleda koji Ivan prodaje je:

$$100 - 90.25 = 9.75.$$

Cijenu treba sniziti za 9.75%.

Vježba 111

Darko prodaje sladoled po 10% nižoj cijeni nego Ivan. Koliko treba sniziti cijenu Ivan da bi bio 10% jeftiniji od Darka?

Rezultat: 19%.

Zadatak 112 (Ela, gimnazija)

Po nekome biološkome modelu veza broja vrsta V koje žive na nekoj površini P i te površine dana je formulom $\log V = \log c + k \cdot \log P$, gdje su c i k pozitivne konstante koje ovise o vrstama i staništu. Za neki je otok $k = 0.323$. Ako je 50% površine otoka izgorjelo, koliki se postotak broja vrsta očekuje da će ostati na tome području?

- A. 28.72% B. 44.31% C. 79.94% D. 82.34%

Rješenje 112

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{P}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{P}{100} \cdot x.$$

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

- S – osnovna vrijednost
- p – postotak
- P – postotni iznos.

Osnovna veličina S je broj od kojeg se obračunava postotak. Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P \Rightarrow p = \frac{100 \cdot P}{S}.$$

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \quad \log_b a = b^c \quad a = b^c$$

$$\log_{10} x = \log x, \quad \log a^n = n \cdot \log a, \quad \log(a \cdot b) = \log a + \log b.$$

$$\log f(x) = \log g(x) \Rightarrow f(x) = g(x).$$

Transformiramo zadanu formulu.

$$\log V = \log c + k \cdot \log P \Rightarrow \log V = \log c + \log P^k \Rightarrow \log V = \log(c \cdot P^k) \Rightarrow V = c \cdot P^k.$$

Ako je 50% površine izgorjelo, ostalo je 50% površine na kojoj će vrste živjeti.

$$P_1 = P - \frac{50}{100} \cdot P \Rightarrow P_1 = P - 0.5 \cdot P \Rightarrow P_1 = 0.5 \cdot P.$$

Tada broj vrsta iznosi:

$$V_1 = c \cdot P_1^k \Rightarrow V_1 = c \cdot (0.5 \cdot P)^k.$$

Za otok je k = 0.323 pa vrijedi:

$$\left. \begin{aligned} V &= c \cdot P^{0.323} \\ V_1 &= c \cdot (0.5 \cdot P)^{0.323} \end{aligned} \right\}$$

Računamo postotak broja vrsta koje će ostati na otoku.

$$\left. \begin{aligned} S &= V = c \cdot P^{0.323} \\ P &= V_1 = c \cdot (0.5 \cdot P)^{0.323} \\ p &= \frac{100 \cdot P}{S} \end{aligned} \right\} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot c \cdot (0.5 \cdot P)^{0.323}}{c \cdot P^{0.323}} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot c \cdot (0.5 \cdot P)^{0.323}}{c \cdot P^{0.323}} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p &= \frac{100 \cdot (0.5 \cdot P)^{0.323}}{P^{0.323}} \Rightarrow p = 100 \cdot \left(\frac{0.5 \cdot P}{P} \right)^{0.323} \Rightarrow p = 100 \cdot \left(\frac{0.5 \cdot P}{P} \right)^{0.323} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = 100 \cdot 0.5^{0.323} \Rightarrow p = 79.94. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 112

Po nekome biološkome modelu veza broja vrsta V koje žive na nekoj površini P i te površine dana je formulom $\log V = \log c + k \cdot \log P$, gdje su c i k pozitivne konstante koje ovise o vrstama i staništu. Za neki je otok $k = 1.1743$. Ako je 50% površine otoka izgorjelo, koliki se postotak broja vrsta očekuje da će ostati na tome području?

- A. 28.72% B. 44.31% C. 79.94% D. 82.34%

Rezultat: B.

Zadatak 113 (Ana, srednja škola)

Izračunato u postocima 3 sekunde od 3 sata čine:

- A. $\frac{1}{36}\%$ B. $\frac{1}{30}\%$ C. $\frac{1}{360}\%$ D. $\frac{1}{12}\%$

Rješenje 113

Ponovimo!

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s.}$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

- S – osnovna vrijednost
- p – postotak
- P – postotni iznos.

Osnovna veličina S je broj od kojeg se obračunava postotak. Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P \Rightarrow p = \frac{100 \cdot P}{S}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Računamo postotak.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} S = 3 \text{ h} \\ P = 3 \text{ s} \\ p = \frac{100 \cdot P}{S} \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} S = 3 \cdot 3600 \text{ s} \\ P = 3 \text{ s} \\ p = \frac{100 \cdot P}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} S = 10800 \text{ s} \\ P = 3 \text{ s} \\ p = \frac{100 \cdot P}{S} \end{array} \right\} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot 3 \text{ s}}{10800 \text{ s}} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot 3 \text{ s}}{10800 \text{ s}} \Rightarrow p = \frac{3}{108} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = \frac{3}{108} \Rightarrow p = \frac{1}{36}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 113

Izračunato u postocima 9 sekundi od 3 sata čine:

$$A. \frac{1}{36} \% \quad B. \frac{1}{30} \% \quad C. \frac{1}{360} \% \quad D. \frac{1}{12} \%$$

Rezultat: D.

Zadatak 114 (Marina, srednja škola)

Ako se zbroje dva cijela broja x i y dobije se 90. Koliki je najmanji broj x , ako znamo da je 25% broja x veće od 50% broja y ?

Rješenje 114

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3 \% = \frac{0.3}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

$$a > b, c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Iz uvjeta zadatka da je zbroj dva cijela broja x i y jednak 90 slijedi jednačba

$$x + y = 90.$$

Budući da je 25% broja x veće od 50% broja y , vrijedi nejednačba

$$\frac{25}{100} \cdot x > \frac{50}{100} \cdot y \Rightarrow \frac{25}{100} \cdot x > \frac{50}{100} \cdot y \cdot 4 \Rightarrow x > 2 \cdot y.$$

Iz sustava jednačbe i nejednačbe dobije se:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 90 \\ x > 2 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 90 - x \\ x > 2 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow x > 2 \cdot (90 - x) \Rightarrow x > 180 - 2 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow x + 2 \cdot x > 180 \Rightarrow 3 \cdot x > 180 \Rightarrow 3 \cdot x > 180 \quad /: 3 \Rightarrow x > 60.$$

Najmanji cijeli broj x je 61.

Vježba 114

Ako se zbroje dva cijela broja x i y dobije se 90. Koliki je najveći broj y , ako znamo da je 25% broja x veće od 50% broja y ?

Rezultat: 29.

Zadatak 115 (Ivan, srednja škola)

Ako je cijena rabljenog automobila 48000 kn, a želimo je spustiti ispod 45000 kn, tada sniženje mora biti veće od:

$$A. 5\% \quad B. 5.5\% \quad C. 6.25\% \quad D. 7.5\%$$

Rješenje 115

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3 \% = \frac{0.3}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

$$a < b, c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x smanji za p% ?

$$x - \frac{p}{100} \cdot x.$$

Računamo postotak p.

$$\begin{aligned} 48000 - \frac{p}{100} \cdot 48000 < 45000 &\Rightarrow 48000 - \frac{p}{100} \cdot 48000 < 45000 \quad /: 100 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4800000 - 48000 \cdot p < 4500000 &\Rightarrow -48000 \cdot p < 4500000 - 4800000 \Rightarrow \\ \Rightarrow -48000 \cdot p < -300000 &\Rightarrow -48000 \cdot p < -300000 \quad /: \left(-\frac{1}{48000}\right) \Rightarrow p > 6.25. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 115

Ako je cijena rabljene robe 4800 kn, a želimo je spustiti ispod 4500 kn, tada sniženje mora biti veće od:

- A. 5% B. 5.5% C. 6.25% D. 7.5%

Rezultat: C.

Zadatak 116 (Većy, gimnazija)

Ako je cijena košulje povećana za 25% za koliko se mora smanjiti nova cijena da bi se dobila stara?

- A. 5% B. 15% C. 20% D. 25%

Rješenje 116

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

$$\text{Na primjer, } 9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 0.3\% = \frac{0.3}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

$$a < b, c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x smanji za p% ?

$$x - \frac{p}{100} \cdot x.$$

Neka je x početna cijena robe. Povećanje od 25% iznosi:

$$x + \frac{25}{100} \cdot x = x + 0.25 \cdot x = 1.25 \cdot x.$$

Računamo postotak p za koji se nova cijena $1.25 \cdot x$ mora smanjiti da se dobije stara cijena x.

$$\begin{aligned} 1.25 \cdot x - p \cdot 1.25 \cdot x = x &\Rightarrow 1.25 \cdot x - p \cdot 1.25 \cdot x = x \quad /: x \Rightarrow 1.25 - 1.25 \cdot p = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -1.25 \cdot p = 1 - 1.25 &\Rightarrow -1.25 \cdot p = -0.25 \Rightarrow -1.25 \cdot p = -0.25 \quad /: (-1.25) \Rightarrow p = 0.2 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow p = \frac{20}{100} \Rightarrow p = 20\%.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 116

Ako je cijena košulje povećana za 50% za koliko se mora smanjiti nova cijena da bi se dobila stara?

- A. 22% B. 33% C. 44% D. 55%

Rezultat: B.

Zadatak 117 (Ivana, gimnazija)

Povećanje troškova života u travnju u odnosu na ožujak je 3.5%, a u svibnju u odnosu na travanj je 4.2%. Koliki je postotak povećanja troškova života u svibnju u odnosu na ožujak?

Rješenje 117

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

$$a < b , c < 0 \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

- Slovom x označimo troškove života u ožujku.
- Povećanje troškova života u travnju u odnosu na ožujak je 4.2% pa vrijedi:

$$x + \frac{4.2}{100} \cdot x = \left(1 + \frac{4.2}{100}\right) \cdot x = (1 + 0.042) \cdot x = 1.042 \cdot x.$$

- Povećanje troškova života u svibnju u odnosu na travanj je 3.5% pa vrijedi:

$$\begin{aligned} 1.042 \cdot x + \frac{3.5}{100} \cdot 1.042 \cdot x &= \left(1 + \frac{3.5}{100}\right) \cdot 1.042 \cdot x = (1 + 0.035) \cdot 1.042 \cdot x = 1.035 \cdot 1.042 \cdot x = \\ &= 1.07847 \cdot x = x + 0.07847 \cdot x = x + \frac{7.847}{100} \cdot x = x + 7.847\% \cdot x. \end{aligned}$$

Povećanje troškova života u svibnju u odnosu na ožujak iznosi 7.847%.

Može i ovako:

$$1.07847 \cdot x - x = 0.07847 \cdot x = \frac{7.847}{100} \cdot x = 7.847\% \cdot x.$$

Vježba 117

Povećanje troškova života u travnju u odnosu na ožujak je 4.2%, a u svibnju u odnosu na travanj je 3.5%. Koliki je postotak povećanja troškova života u svibnju u odnosu na ožujak?

Rezultat: 7.847%.

Zadatak 118 (Vanja, gimnazija)

Ako je 15% od x jednako 24% od 210, onda je:

- A. $x = 336$ B. $x = 450$ C. $x = 240$ D. $x = 330$

Rješenje 118

Ponovimo!

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{P}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{P}{100} \cdot x.$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{15}{100} \cdot x &= \frac{24}{100} \cdot 210 \Rightarrow \frac{15}{100} \cdot x = \frac{24}{100} \cdot 210 \quad / \cdot 100 \Rightarrow 15 \cdot x = 24 \cdot 210 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 15 \cdot x = 24 \cdot 210 \quad / : 15 \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 210}{15} \Rightarrow x = 336. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 118

Ako je 30% od x jednako 48% od 210, onda je:

A. $x = 336$ B. $x = 450$ C. $x = 240$ D. $x = 330$

Rezultat: A.

Zadatak 119 (Mihaela, gimnazija)

Izraženo u postocima 3 sekunde od 3 sata čine:

A. $\frac{1}{36}\%$ B. $\frac{1}{30}\%$ C. $\frac{1}{360}\%$ D. $\frac{1}{12}\%$

Rješenje 119

Ponovimo!

$$1 \text{ h} = 3600 \text{ s}, \quad n = \frac{n}{1}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{P}{100}.$$

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

- S – osnovna vrijednost
- p – postotak
- P – postotni iznos.

Osnovna veličina S je broj od kojeg se obračunava postotak. Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P.$$

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} P = 3 \text{ s} \\ S = 3 \text{ h} = 3 \cdot 3600 \text{ s} \\ p = ? \end{array} \right\} \Rightarrow 100 \cdot P = S \cdot p \Rightarrow 100 \cdot P = S \cdot p \cdot \frac{1}{S} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot P}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{100 \cdot 3 \text{ s}}{3 \cdot 3600 \text{ s}} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot 3 \text{ s}}{3 \cdot 3600 \text{ s}} \Rightarrow p = \frac{100}{3600} \Rightarrow p = \frac{100}{3600} \Rightarrow p = \frac{1}{36}$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

$$\frac{3 \text{ s}}{3 \text{ h}} = \frac{3 \text{ s}}{3 \cdot 3600 \text{ s}} = \frac{3 \text{ s}}{3 \cdot 3600 \text{ s}} = \frac{1}{3600} = \frac{1}{\frac{3600}{100}} = \frac{1}{36} = \frac{1}{36} = \frac{1}{36} = \frac{1}{36} \%$$

Odgovor je pod A.

Vježba 119

Izraženo u postocima 3 sekunde od 1 sata čine:

A. $\frac{1}{36} \%$ B. $\frac{1}{30} \%$ C. $\frac{1}{360} \%$ D. $\frac{1}{12} \%$

Rezultat: D.

Zadatak 120 (Dragan, srednja škola)

Pčelar nakon vrcanja sprema med u posude od 50 litara. Napunio je 4 takve posude, a ostatak je stavio u petu posudu napunivši je 40%. (Napomena: 1 litra je 1 dm³.)



Koliko je kilograma meda pčelar dobio ako je specifična gustoća meda $\rho = 1.4 \text{ kg/dm}^3$? ($m = V \cdot \rho$)



Koliko je pčelar zaradio prodavši sav med ako je cijena kilograma meda 35 kuna?



Koliki je obujam (volumen) posude u koju stane točno 1 kg meda?

Rješenje 120

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Gustoću ρ neke tvari možemo naći iz omjera (količnika) mase tijela i njegova obujma:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100.

Na primjer, $9\% = \frac{9}{100}$, $81\% = \frac{81}{100}$, $4.5\% = \frac{4.5}{100}$, $0.3\% = \frac{0.3}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x$$



Računamo koliko je kilograma meda pčelar dobio ako je specifična gustoća meda $\rho = 1.4 \text{ kg/dm}^3$.

$$4 \cdot 50 \text{ litara} + \frac{40}{100} \cdot 50 \text{ litara} = 200 \text{ litara} + 20 \text{ litara} = 220 \text{ litara} = \left[1 \text{ litra} = 1 \text{ dm}^3 \right] = 220 \text{ dm}^3.$$

Iz formule za gustoću dobije se broj kilograma meda.

$$m = \rho \cdot V \Rightarrow m = 1.4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 220 \text{ dm}^3 = 1.4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 220 \text{ dm}^3 = 308 \text{ kg}.$$



Zarada pčelara iznosi:

$$308 \text{ kg} \cdot 35 \frac{\text{kn}}{\text{kg}} = 308 \text{ kg} \cdot 35 \frac{\text{kn}}{\text{kg}} = 10780 \text{ kn}.$$



Obujam posude u koju stane tačno 1 kg meda je

$$\begin{aligned} m = \rho \cdot V &\Rightarrow \rho \cdot V = m \Rightarrow \rho \cdot V = m \cdot \frac{1}{\rho} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{1 \text{ kg}}{1.4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} \Rightarrow V = \frac{1 \text{ kg}}{1.4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow V = \frac{1 \text{ kg}}{1.4 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} \Rightarrow V = \frac{1 \text{ dm}^3}{1.4} \Rightarrow V = 0.714 \text{ dm}^3. \end{aligned}$$

Vježba 120

Pčelar nakon vrcanja sprema med u posude od 50 litara. Napunio je 4 takve posude, a ostatak je stavio u petu posudu napunivši je 80%. (Napomena: 1 litra je 1 dm^3 .)

Koliko je kilograma meda pčelar dobio ako je specifična gustoća meda $\rho = 1.4 \text{ kg/dm}^3$? ($m = V \cdot \rho$)

Rezultat: 336 kg.