

Zadatak 081 (Filip, više nije srednja škola ☺)

Tri zatvorenice dobile su poklon tvornice Zvečevo u kojem se nalazilo 109 čokolada. Dogovorile su se da čokolade podijele u skladu s dužinom zatvorske kazne, godinama starosti i težinom. Mica Sjekira osuđena je na 20 godina, ima 42 godine i teška je 105 kilograma. Lolita je osuđena na 15 godina, stara je 20 godina i teška 38 kilograma. Đurđa je osuđena na 8 godina, ima 60 godina i teška je 65 kilograma. Koliko će čokolada dobiti svaka zatvorenica?

Rješenje 081

Ponovimo!

Složenim računom diobe služimo se kada su dijelovi veličine koju treba podijeliti razmjerni s više veličina. Kada neku veličinu trebamo podijeliti na dijelove $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ upravo razmjerno s trima veličinama zadanim nizovima brojeva:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \quad , \quad b_1, b_2, b_3, \dots, b_n \quad , \quad c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$$

tada je

$$x_1 = k \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot c_1 \quad , \quad x_2 = k \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot c_2 \quad , \quad x_3 = k \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot c_3 \quad \dots \quad x_n = k \cdot a_n \cdot b_n \cdot c_n,$$

gdje je k koeficijent razmjernosti.



Označimo broj čokolada prve zatvorenice Mice Sjekire s x_1 , broj čokolada druge zatvorenice Lolite s x_2 i treće zatvorenice Đurđe s x_3 .

Tada je:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 109.$$

Veličine su upravo razmjerne (više godina zatvora – više čokolada, više godina starosti – više čokolada, veća težina – više čokolada).

Prva zatvorenica Mica Sjekira dobila je:

$$x_1 = k \cdot 20 \cdot 42 \cdot 105 \Rightarrow x_1 = 88\,000 \cdot k.$$

Druga zatvorenica Lolita dobila je:

$$x_2 = k \cdot 15 \cdot 20 \cdot 38 \Rightarrow x_2 = 11\,400 \cdot k.$$

Treća zatvorenica Đurđa dobila je:

$$x_3 = k \cdot 8 \cdot 60 \cdot 65 \Rightarrow x_3 = 31\,200 \cdot k.$$

Ukupno je

$$x_1 + x_2 + x_3 = 88\,000 \cdot k + 11\,400 \cdot k + 31\,200 \cdot k \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 130\,600 \cdot k.$$

Računamo k koeficijent razmjernosti.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 = 130\,600 \cdot k \\ x_1 + x_2 + x_3 = 109 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow 130\,600 \cdot k = 109 \Rightarrow 130\,600 \cdot k = 109 \quad /: 130\,600 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow k = \frac{109}{130\,600}.$$

Broj čokolada iznosi:

- Prva zatvorenica Mica Sjekira

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 88\,000 \cdot k \\ k = \frac{109}{130\,600} \end{array} \right\} \Rightarrow x_1 = 88\,000 \cdot \frac{109}{130\,600} \Rightarrow x_1 = 73.$$

- Druga zatvorenica Lolita

$$\left. \begin{array}{l} x_2 = 11\,400 \cdot k \\ k = \frac{109}{130\,600} \end{array} \right\} \Rightarrow x_2 = 11\,400 \cdot \frac{109}{130\,600} \Rightarrow x_2 = 10.$$

- Treća zatvorenica Đurđa

$$\left. \begin{array}{l} x_3 = 31\,200 \cdot k \\ k = \frac{109}{130\,600} \end{array} \right\} \Rightarrow x_3 = 31\,200 \cdot \frac{109}{130\,600} \Rightarrow x_3 = 26.$$

Vježba 081

Tri zatvorenice dobile su poklon tvornice Zvečevo u kojem se nalazilo 218 čokolada. Dogovorile su se da čokolade podijele u skladu s dužinom zatvorske kazne, godinama starosti i težinom. Mica Sjekira osuđena je na 20 godina, ima 42 godine i teška je 105 kilograma. Lolita je osuđena na 15 godina, stara je 20 godina i teška 38 kilograma. Đurđa je osuđena na 8 godina, ima 60 godina i teška je 65 kilograma. Koliko će čokolada dobiti svaka zatvorenica?

Rezultat: 146, 20, 52.

Zadatak 082 (Željko, srednja škola)

Prosječna visina djevojčica u nekom razredu je 164 cm, a dječaka 172 cm. Ako je prosječna visina u razredu 167 cm, koliki je omjer broja djevojčica i broja dječaka u razredu?

Rješenje 082

Ponovimo!

Neka je dan skup n pozitivnih brojeva $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$. Tada je **aritmetička sredina** ili **prosjeak** A_n brojeva $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ definirana izrazom

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}.$$

Ako su $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ veličine čiji se prosjeak traži i imamo

f_1 veličine a_1
 f_2 veličine a_2

 f_n veličine a_n ,

tada je prosječna vrijednost vagana (ponderirana) aritmetička sredina:

$$A_n = \frac{f_1 \cdot a_1 + f_2 \cdot a_2 + f_3 \cdot a_3 + \dots + f_n \cdot a_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x broj djevojčica, a y broj dječaka u razredu. Budući da je prosječna visina djevojčica u razredu 164 cm, dječaka 172 cm, a prosječna visina svih u razredu 167 cm, slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{x \cdot 164 + y \cdot 172}{x + y} = 167 &\Rightarrow \frac{164 \cdot x + 172 \cdot y}{x + y} = 167 \cdot (x + y) \Rightarrow \\ \Rightarrow 164 \cdot x + 172 \cdot y &= 167 \cdot (x + y) \Rightarrow 164 \cdot x + 172 \cdot y = 167 \cdot x + 167 \cdot y \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 172 \cdot y - 167 \cdot y = 167 \cdot x - 164 \cdot x \Rightarrow 5 \cdot y = 3 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot y \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot y \cdot \frac{1}{3 \cdot y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{3} \Rightarrow x : y = 5 : 3.$$



Vježba 082

Prosječna visina djevojčica u nekom razredu je 164 cm, a dječaka 172 cm. Ako je prosječna visina u razredu 167 cm, koliki je omjer broja dječaka i broja djevojčica u razredu?

Rezultat: 3 : 5.

Zadatak 083 (4A, TUPŠ)

Voda čini $\frac{3}{5}$ mase odrasloga čovjeka. Koliko je kilograma bjelančevina u tijelu čovjeka mase 60 kg ako je omjer bjelančevina i vode u njegovu tijelu 3 : 10?

Rješenje 083

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Ako su a i b brojevi, kažemo da je kvocijent a : b, b ≠ 0 omjer brojeva a i b. Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \quad \text{i} \quad c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Kako zapisati $\frac{a}{b}$ od x?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Ako voda čini $\frac{3}{5}$ mase odrasloga čovjeka, onda u tijelu čovjeka mase 60 kg ima 36 kg vode.

$$\frac{3}{5} \cdot 60 = \frac{3}{5} \cdot 60 = \frac{3}{1} \cdot 12 = 36.$$

Iz omjera bjelančevina b i vode v u čovjekovu tijelu izračunamo broj kilograma bjelančevina.

$$\left. \begin{array}{l} b : v = 3 : 10 \\ v = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow b : 36 = 3 : 10 \Rightarrow 10 \cdot b = 108 \Rightarrow 10 \cdot b = 108 \quad / : 10 \Rightarrow b = 10.8.$$

U tijelu čovjeka ima 10.8 kg bjelančevina.

Vježba 083

Voda čini $\frac{3}{5}$ mase odrasloga čovjeka. Koliko je kilograma bjelančevina u tijelu čovjeka mase 50 kg ako je omjer bjelančevina i vode u njegovu tijelu 3 : 10?

Rezultat: 9 kg.

Zadatak 084 (4A, TUPŠ)

Za brojeve c, d vrijedi da je $c : d = 2 : 5$ i $d = 2 \cdot c + 10$. Koliko je c?

Rješenje 084

Ponovimo!

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

a – prvi član omjera,
b – drugi član omjera,
k – vrijednost (količnik) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Iz sustava jednadžbi dobije se c.

$$\left. \begin{array}{l} c : d = 2 : 5 \\ d = 2 \cdot c + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot c = 2 \cdot d \\ d = 2 \cdot c + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 5 \cdot c = 2 \cdot (2 \cdot c + 10) \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot c = 4 \cdot c + 20 \Rightarrow 5 \cdot c - 4 \cdot c = 20 \Rightarrow c = 20.$$

2. inačica

Izračunamo faktor razmjernosti ili proporcionalnosti k.

$$\left. \begin{array}{l} c : d = 2 : 5 \\ d = 2 \cdot c + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} c = 2 \cdot k, \quad d = 5 \cdot k \\ k\text{-faktor razmjernosti} \\ d = 2 \cdot c + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 5 \cdot k = 2 \cdot (2 \cdot k) + 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot k = 4 \cdot k + 10 \Rightarrow 5 \cdot k - 4 \cdot k = 10 \Rightarrow k = 10.$$

Broj c iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} c = 2 \cdot k \\ k = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow c = 2 \cdot 10 \Rightarrow c = 20.$$

Vježba 084

Za brojeve c, d vrijedi da je $c : d = 2 : 5$ i $d = 2 \cdot c + 10$. Koliko je d?

Rezultat: 50.

Zadatak 085 (4A, 4B, TUPŠ)

Omjer duljina dviju dužina bio je 2 : 5. Svaka dužina skraćena je za 1.6 cm te je omjer skraćenih dužina 2 : 7. Kolika je bila razlika njihovih duljina prije skraćivanja?

- A. 3 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 10 cm

Rješenje 085

Ponovimo!

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (količnik) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka su x i y duljine zadanih dužina. Tada vrijedi sustav jednadžbi.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} x : y = 2 : 5 \\ (x - 1.6) : (y - 1.6) = 2 : 7 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x = 2 \cdot y \\ 7 \cdot (x - 1.6) = 2 \cdot (y - 1.6) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x = 2 \cdot y \\ 7 \cdot x - 11.2 = 2 \cdot y - 3.2 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x - 2 \cdot y = 0 \\ 7 \cdot x - 2 \cdot y = -3.2 + 11.2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x - 2 \cdot y = 0 \\ 7 \cdot x - 2 \cdot y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x - 2 \cdot y = 0 \quad / \cdot (-1) \\ 7 \cdot x - 2 \cdot y = 8 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -5 \cdot x + 2 \cdot y = 0 \\ 7 \cdot x - 2 \cdot y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot x = 8 \Rightarrow 2 \cdot x = 8 \quad / : 2 \Rightarrow x = 4. \end{aligned}$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot x - 2 \cdot y = 0 \\ x = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 5 \cdot 4 - 2 \cdot y = 0 \Rightarrow 20 - 2 \cdot y = 0 \Rightarrow -2 \cdot y = -20 \Rightarrow -2 \cdot y = -20 \quad / : (-2) \Rightarrow y = 10.$$

Razlika duljina dužina prije skraćivanja iznosila je:

$$\left. \begin{array}{l} x = 4 \text{ cm} \\ y = 10 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow y - x = 10 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 085

Omjer duljina dviju dužina bio je 4 : 10. Svaka dužina skraćena je za 1.6 cm te je omjer skraćenih dužina 2 : 7. Kolika je bila razlika njihovih duljina prije skraćivanja?

- A. 3 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 10 cm

Rezultat: C.

Zadatak 086 (Lucija, graditeljska tehnička škola)

Broj 2400 podijeli na tri dijela koji su u omjeru 3 : 5 : 8.

Rješenje 086

Ponovimo!

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Ako postoji n jednakih omjera

$$a_1 : b_1 = k$$

$$a_2 : b_2 = k$$

$$a_3 : b_3 = k$$

...

$$a_n : b_n = k,$$

produženi razmjer je

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n = b_1 : b_2 : b_3 : \dots : b_n.$$

Produženi razmjer ima sljedeća svojstva:

$$(a_1 \pm a_2 \pm a_3 \pm \dots \pm a_n) : (b_1 \pm b_2 \pm b_3 \pm \dots \pm b_n) = a_1 : b_1$$

$$(a_1 \pm a_2 \pm a_3 \pm \dots \pm a_n) : (b_1 \pm b_2 \pm b_3 \pm \dots \pm b_n) = a_2 : b_2$$

$$(a_1 \pm a_2 \pm a_3 \pm \dots \pm a_n) : (b_1 \pm b_2 \pm b_3 \pm \dots \pm b_n) = a_3 : b_3$$

...

$$(a_1 \pm a_2 \pm a_3 \pm \dots \pm a_n) : (b_1 \pm b_2 \pm b_3 \pm \dots \pm b_n) = a_n : b_n.$$

1. inačica

Broj 2400 podijelit ćemo na tri broja a, b i c u zadanom omjeru. Zato pišemo:

$$\left. \begin{array}{l} a : b : c = 3 : 5 : 8 \\ a + b + c = 2400 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 3 \cdot k \\ b = 5 \cdot k \\ c = 8 \cdot k \\ k - \text{koeficijent proporcionalnosti} \\ a + b + c = 2400 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot k + 5 \cdot k + 8 \cdot k = 2400 \Rightarrow 16 \cdot k = 2400 \Rightarrow 16 \cdot k = 2400 / : 16 \Rightarrow k = 150.$$

Tada je:

$$\left. \begin{array}{l} a = 3 \cdot k \\ b = 5 \cdot k \\ c = 8 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow [k = 150] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 3 \cdot 150 \\ b = 5 \cdot 150 \\ c = 8 \cdot 150 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 450 \\ b = 750 \\ c = 1200 \end{array} \right\}.$$

2. inačica

Broj 2400 podijelit ćemo na tri broja a, b i c u zadanom omjeru. Uporabit ćemo svojstvo produženog razmjera.

Broj a

$$\bullet \quad a + b + c = 2400 \quad , \quad a : b : c = 3 : 5 : 8.$$

$$(a+b+c):(3+5+8)=a:3 \Rightarrow 2400:16=a:3 \Rightarrow 16 \cdot a=7200 \Rightarrow \\ \Rightarrow 16 \cdot a=7200 /:16 \Rightarrow a=450.$$

Broj b

- $a+b+c=2400$, $a:b:c=3:5:8$.

$$(a+b+c):(3+5+8)=b:5 \Rightarrow 2400:16=b:5 \Rightarrow 16 \cdot b=12000 \Rightarrow \\ \Rightarrow 16 \cdot b=12000 /:16 \Rightarrow b=750.$$

Broj c

- $a+b+c=2400$, $a:b:c=3:5:8$.

$$(a+b+c):(3+5+8)=c:8 \Rightarrow 2400:16=c:8 \Rightarrow 16 \cdot c=19200 \Rightarrow \\ \Rightarrow 16 \cdot c=19200 /:16 \Rightarrow c=1200.$$

Ili

$$c=(a+b+c)-(a+b)=2400-(450+750)=2400-1200=1200.$$

3. inačica

Traženi brojevi su:

- $\frac{3}{3+5+8} \cdot 2400 = \frac{3}{16} \cdot 2400 = 450$
- $\frac{5}{3+5+8} \cdot 2400 = \frac{5}{16} \cdot 2400 = 750$
- $\frac{8}{3+5+8} \cdot 2400 = \frac{8}{16} \cdot 2400 = 1200.$

Vježba 086

Broj 4800 podijeli na tri dijela koji su u omjeru 3 : 5 : 8.

Rezultat: 900, 1500, 2400.

Zadatak 087 (Matea, hotelijerska škola)

U miješanome je voćnom soku omjer količina soka jabuke i soka naranče 1 : 4, a omjer količina soka limuna i soka naranče 2 : 5. Koji je omjer količina soka jabuke i soka limuna?

A. 1 : 2 B. 3 : 9 C. 4 : 5 D. 5 : 8

Rješenje 087

Ponovimo!

Omjer je kvocijent dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

a – prvi član omjera,
b – drugi član omjera,
k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Vrijednost omjera ne mijenja se ako se prvi i drugi broj pomnože ili podijele istim brojem.

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n) \\ a : b = (a : n) : (b : n).$$

Ako postoji n jednostavnih omjera, takvih da je

$$\begin{aligned}
 a_1 : a_2 &= k_1 \\
 a_2 : a_3 &= k_2 \\
 a_3 : a_4 &= k_3 \\
 &\dots\dots\dots \\
 a_{n-1} : a_n &= k_{n-1}
 \end{aligned}$$

produženi omjer je

$$a_1 : a_2 : a_3 : a_4 : \dots : a_{n-1} : a_n.$$

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Svojstvo razmjera

$$a : b = c : d \Rightarrow b : a = d : c.$$

Ako postoji n jednakih omjera

$$a_1 : b_1 = k$$

$$a_2 : b_2 = k$$

$$a_3 : b_3 = k$$

...

$$a_n : b_n = k,$$

produženi razmjer je

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n = b_1 : b_2 : b_3 : \dots : b_n.$$

Produženi razmjer ima svojstvo:

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n = (b_1 \cdot n) : (b_2 \cdot n) : (b_3 \cdot n) : \dots : (b_n \cdot n), \quad n \neq 0.$$

$$\left. \begin{array}{l} a = b \\ c = d \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}, \quad \left. \begin{array}{l} a : b = x : y \\ b : c = y : z \end{array} \right\} \Rightarrow a : b : c = x : y : z, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Neka je:

a – količina soka jabuke

b – količina soka naranče

c – količina soka limuna.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a : b = 1 : 4 \\ c : b = 2 : 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b = 4 \cdot a \\ 2 \cdot b = 5 \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot 4 \cdot a = 5 \cdot c \Rightarrow 8 \cdot a = 5 \cdot c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8 \cdot a = 5 \cdot c \cdot \frac{1}{8 \cdot c} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{5}{8} \Rightarrow a : c = 5 : 8.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a : b = 1 : 4 \\ c : b = 2 : 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{1}{4} \\ \frac{c}{b} = \frac{2}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednakosti} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{b} = \frac{1}{4} : \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{5}{8} \Rightarrow a : c = 5 : 8.$$

Odgovor je pod D.

3. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a : b = 1 : 4 \\ c : b = 2 : 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a : b = 1 : 4 \\ b : c = 5 : 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a : b = (1 \cdot 5) : (4 \cdot 5) \\ b : c = (5 \cdot 4) : (2 \cdot 4) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a : b = 5 : 20 \\ b : c = 20 : 8 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a : b : c = 5 : 20 : 8 \Rightarrow a : b : c = 5 : 20 : 8 \Rightarrow a : c = 5 : 8.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 087

U miješanome je voćnom soku omjer količina soka jabuke i soka naranče 1 : 4, a omjer količina soka limuna i soka naranče 2 : 5. Koji je omjer količina soka limuna i soka jabuke?

- A. 2 : 1 B. 9 : 3 C. 5 : 4 D. 8 : 5

Rezultat: D.

Zadatak 088 (Petra, ekonomska škola)

Ako je $3x : 5y = 7 : 11$, koliko je $x : y$?

Rješenje 088

Ponovimo!

Omjer je kvocijent dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

1. inačica

$$3x : 5y = 7 : 11 \Rightarrow \frac{3 \cdot x}{5 \cdot y} = \frac{7}{11} \Rightarrow \frac{3 \cdot x}{5 \cdot y} = \frac{7}{11} \cdot \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{35}{33} \Rightarrow x : y = 35 : 33.$$

2. inačica

$$3x : 5y = 7 : 11 \Rightarrow 33 \cdot x = 35 \cdot y \Rightarrow 33 \cdot x = 35 \cdot y \cdot \frac{1}{33 \cdot y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{35}{33} \Rightarrow x : y = 35 : 33.$$

Vježba 088

Ako je $4x : 5y = 7 : 11$, koliko je $x : y$?

Rezultat: 35 : 44.

Zadatak 089 (ABC, ekonomska škola)

Tri prijatelja dijele dobit u omjeru 5 : 6 : 9. Razlika između onoga koji je dobio najviše i onoga koji je dobio najmanje je 2540 kn. Koliko je iznosila njihova ukupna dobit?

A. 8890 kn B. 10160 kn C. 12700 kn D. 16933 kn

Rješenje 089

Ponovimo!

Omjer je kvocijent dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

a – prvi član omjera,
b – drugi član omjera,
k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Ako postoji n jednakih omjera

$$a_1 : b_1 = k$$

$$a_2 : b_2 = k$$

$$a_3 : b_3 = k$$

...

$$a_n : b_n = k,$$

produženi razmjernik je

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n = b_1 : b_2 : b_3 : \dots : b_n.$$

Kako se računa $\frac{a}{b}$ od x ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Neka je:

- a iznos dobiti prvog prijatelja
- b iznos dobiti drugog prijatelja
- c iznos dobiti trećeg prijatelja.

Prema uvjetima zadatka dobije se:

$$\begin{array}{l}
 a = 5 \cdot k \\
 b = 6 \cdot k \\
 c = 9 \cdot k
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} a = 5 \cdot k \\ b = 6 \cdot k \\ c = 9 \cdot k \end{array}} \right\}$$

k – koeficijent proporcionalnosti

Iz razmjera vidi se da je treći prijatelj dobio najviše, a prvi najmanje. Budući da je razlika između onoga koji je dobio najviše i onoga koji je dobio najmanje 2540 kn, vrijedi jednačba:

$$c - a = 2540 \Rightarrow 9 \cdot k - 5 \cdot k = 2540 \Rightarrow 4 \cdot k = 2540 \Rightarrow 4 \cdot k = 2540 / : 4 \Rightarrow k = 635.$$

Sada je:

$$\begin{array}{l}
 a = 5 \cdot k \\
 b = 6 \cdot k \\
 c = 9 \cdot k \\
 k = 635
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} a = 5 \cdot k \\ b = 6 \cdot k \\ c = 9 \cdot k \\ k = 635 \end{array}} \right\}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 a = 5 \cdot 635 \\
 b = 6 \cdot 635 \\
 c = 9 \cdot 635
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} a = 5 \cdot 635 \\ b = 6 \cdot 635 \\ c = 9 \cdot 635 \end{array}} \right\}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 a = 3175 \text{ kn} \\
 b = 3810 \text{ kn} \\
 c = 5715 \text{ kn}
 \end{array}$$

Ukupna dobit iznosila je:

$$a + b + c = 3175 \text{ kn} + 3810 \text{ kn} + 5715 \text{ kn} = 12700 \text{ kn}.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Budući da tri prijatelja cjelokupnu dobit dijele u omjeru 5 : 6 : 9, podijelit ćemo dobit na 20 (20 = 5 + 6 + 9) jednakih dijelova. Tada će prvi prijatelj dobiti pet dvadesetina, drugi šest dvadesetina i treći prijatelj dobiti devet dvadesetina cjelokupnog iznosa. Najviše je dobio treći, a najmanje prvi prijatelj. Razlika među njima je

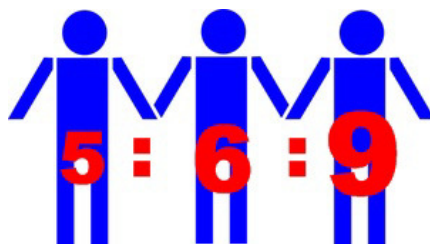
$$\frac{9}{20} - \frac{5}{20} = \frac{4}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}.$$

jedna petina cjelokupne dobiti i iznosi 2540 kn

Ako sa x označimo cjelokupnu dobit tada vrijedi jednačba:

$$\frac{1}{5} \cdot x = 2540 \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot x = 2540 / \cdot 5 \Rightarrow x = 12700 \text{ kn}.$$

Odgovor je pod C.



Vježba 089

Tri prijatelja dijele dobit u omjeru 9 : 6 : 5. Razlika između onoga koji je dobio najviše i onoga koji je dobio najmanje je 2540 kn. Koliko je iznosila njihova ukupna dobit?

- A. 8890 kn B. 10160 kn C. 12700 kn D. 16933 kn

Rezultat: C.

Zadatak 090 (Ivana, gimnazija)

U nekoj šumi omjer stabala graba i stabala hrasta iznosi 11 : 14. Koliki će biti omjer stabala graba i stabala hrasta u toj šumi kada se posiječe $\frac{4}{11}$ stabala graba, a sadnjom poveća broj stabala

hrasta za $\frac{1}{6}$?

A. 3 : 7 B. 7 : 12 C. 11 : 24 D. 25 : 36

Rješenje 090

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d},$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Omjer je kvocijent dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

a – prvi član omjera,
b – drugi član omjera,
k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Kako se računa $\frac{a}{b}$ od x ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad a \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$



11 : 14



Ako slovom g označimo broj stabala graba, a slovom h broj stabala hrasta, onda se njihov omjer može zapisati kao

$$g : h = 11 : 14 \Rightarrow \frac{g}{h} = \frac{11}{14}.$$

Kada se u toj šumi posiječe $\frac{4}{11}$ stabala graba ostat će:

$$g_1 = g - \frac{4}{11} \cdot g \Rightarrow g_1 = \left(1 - \frac{4}{11}\right) \cdot g \Rightarrow g_1 = \left(\frac{11-4}{11}\right) \cdot g \Rightarrow g_1 = \frac{11-4}{11} \cdot g \Rightarrow g_1 = \frac{7}{11} \cdot g.$$

Kada se u toj šumi sadnjom poveća za $\frac{1}{6}$ broj stabala hrasta bit će:

$$h_1 = h + \frac{1}{6} \cdot h \Rightarrow h_1 = \left(1 + \frac{1}{6}\right) \cdot h \Rightarrow h_1 = \left(\frac{6+1}{6}\right) \cdot h \Rightarrow h_1 = \frac{6+1}{6} \cdot h \Rightarrow h_1 = \frac{7}{6} \cdot h.$$

Računamo novi omjer.

$$\frac{g_1}{h_1} = \frac{\frac{7}{11} \cdot g}{\frac{7}{6} \cdot h} \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{\frac{7}{11} \cdot g}{\frac{7}{6} \cdot h} \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{\frac{1}{11} \cdot g}{\frac{1}{6} \cdot h} \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{6 \cdot g}{11 \cdot h} \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{6}{11} \cdot \frac{g}{h} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left[\frac{g}{h} = \frac{11}{14} \right] \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{6}{11} \cdot \frac{11}{14} \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{6}{14} \cdot \frac{11}{14} \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{g_1}{h_1} = \frac{3}{7} \Rightarrow g_1 : h_1 = 3 : 7.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 090

U nekoj šumi omjer stabala graba i stabala hrasta iznosi 22 : 28. Koliki će biti omjer stabala graba i stabala hrasta u toj šumi kada se posiječe $\frac{4}{11}$ stabala graba, a sadnjom poveća broj stabala hrasta za $\frac{1}{6}$?

- A. 3 : 7 B. 7 : 12 C. 11 : 24 D. 25 : 36

Rezultat: A.

Zadatak 091 (Draženi, srednja škola)

U kojem omjeru treba pomiješati 5 – postotnu i 50 – postotnu otopinu neke tvari da bi se dobila 25 – postotna otopina te tvari?

- A. 7 : 5 B. 5 : 4 C. 3 : 2 D. 2 : 3

Rješenje 091

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}.$$

Omjer je kvocijent dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Označimo slovom x količinu prve, a slovom y količinu druge otopine. Tada će vrijediti:

$$\begin{aligned} \frac{5}{100} \cdot x + \frac{50}{100} \cdot y &= \frac{25}{100} \cdot (x + y) \Rightarrow \frac{5}{100} \cdot x + \frac{50}{100} \cdot y = \frac{25}{100} \cdot (x + y) \quad / \cdot 20 \Rightarrow \\ \Rightarrow x + 10 \cdot y &= 5 \cdot (x + y) \Rightarrow x + 10 \cdot y = 5 \cdot x + 5 \cdot y \Rightarrow x - 5 \cdot x = 5 \cdot y - 10 \cdot y \Rightarrow -4 \cdot x = -5 \cdot y \Rightarrow \\ \Rightarrow -4 \cdot x &= -5 \cdot y \quad / : (-4) \Rightarrow x = \frac{5}{4} \cdot y \Rightarrow x = \frac{5}{4} \cdot y \quad / \cdot \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4} \Rightarrow x : y = 5 : 4. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 091

U kojem omjeru treba pomiješati 1 – postotnu i 10 – postotnu otopinu neke tvari da bi se dobila 5 – postotna otopina te tvari?

- A. 7 : 5 B. 5 : 4 C. 3 : 2 D. 2 : 3

Rezultat: B.

Zadatak 092 (Josip, gimnazija)

Ako je omjer razlike, zbroja i umnoška dvaju brojeva jednak 1 : 2 : 6, koliki je kvocijent tih brojeva?

Rješenje 092

Ponovimo!

Omjer je kvocijent dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (kvocijent) omjera.

Ako postoji n jednakih omjera

$$a_1 : b_1 = k$$

$$a_2 : b_2 = k$$

$$a_3 : b_3 = k$$

...

$$a_n : b_n = k,$$

produženi razmjernost je

$$a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n = b_1 : b_2 : b_3 : \dots : b_n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka su a i b dva broja za koje vrijedi uvjet zadatka.

$$(a - b) : (a + b) : (a \cdot b) = 1 : 2 : 6 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a - b = k \\ a + b = 2 \cdot k \\ a \cdot b = 6 \cdot k \end{array} \right\} - k \text{ koeficijent razmjernosti.}$$

Računamo broj b .

$$\left. \begin{array}{l} a-b=k \\ a+b=2 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot a = 3 \cdot k \Rightarrow 2 \cdot a = 3 \cdot k / \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2} \cdot k.$$

Promatramo sustav:

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{3}{2} \cdot k \\ a \cdot b = 6 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot k \cdot b = 6 \cdot k \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot k \cdot b = 6 \cdot k / \cdot \frac{2}{3 \cdot k} \Rightarrow b = 4.$$

Broj a možemo izračunati na tri načina.

1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a-b=k \\ a+b=2 \cdot k \\ b=4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-4=k \\ a+4=2 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-k=4 \\ a-2 \cdot k=-4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-k=4 / \cdot (-2) \\ a-2 \cdot k=-4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2 \cdot a+2 \cdot k=-8 \\ a-2 \cdot k=-4 \end{array} \right\} \Rightarrow -a=-12 \Rightarrow -a=-12 / \cdot (-1) \Rightarrow a=12.$$

Tada je

$$a : b = 12 : 4 \Rightarrow a : b = 3.$$

2. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a-b=k \\ a \cdot b=6 \cdot k \\ b=4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-4=k \\ 4 \cdot a=6 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-4=k \\ 4 \cdot a=6 \cdot k / : 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-4=k \\ 2 \cdot a=3 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot a = 3 \cdot (a-4) \Rightarrow 2 \cdot a = 3 \cdot a - 12 \Rightarrow 2 \cdot a - 3 \cdot a = -12 \Rightarrow -a = -12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a = -12 / \cdot (-1) \Rightarrow a = 12.$$

Tada je

$$a : b = 12 : 4 \Rightarrow a : b = 3.$$

3. inačica

$$\left. \begin{array}{l} a+b=2 \cdot k \\ a \cdot b=6 \cdot k \\ b=4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a+4=2 \cdot k \\ 4 \cdot a=6 \cdot k \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-2 \cdot k=-4 \\ 4 \cdot a-6 \cdot k=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-2 \cdot k=-4 / \cdot (-3) \\ 4 \cdot a-6 \cdot k=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -3 \cdot a+6 \cdot k=12 \\ 4 \cdot a-6 \cdot k=0 \end{array} \right\} \Rightarrow a=12.$$

Tada je

$$a : b = 12 : 4 \Rightarrow a : b = 3.$$

Vježba 092

Ako je omjer razlike, zbroja i umnoška dvaju brojeva jednak $2 : 4 : 12$, koliki je kvocijent tih brojeva?

Rezultat: $a : b = 3$.

Zadatak 093 (Lara, gimnazija)

Površina slike na platnu u kinu proporcionalna je kvadratu udaljenosti projektora od platna. Kada je projektor udaljen 6 m, površina slike je 5.76 m^2 .

a) Kolika je površina slike, ako je projektor udaljen 20 m?

b) Kolika je udaljenost projektora, ako je površina slike 10 m^2 ?

Rješenje 093

Ponovimo!

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

a – prvi član omjera,
b – drugi član omjera,
k – vrijednost (količnik) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

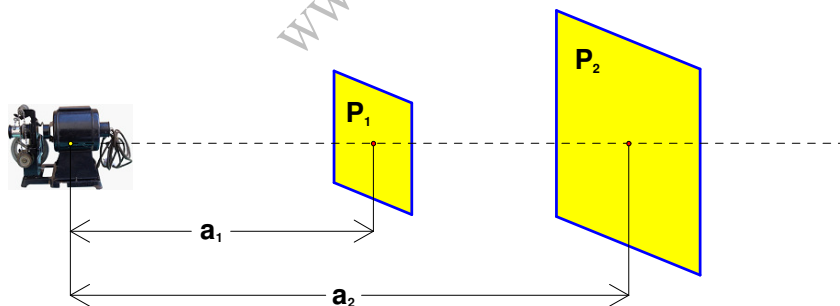
Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \quad \sqrt{a^2} = a, \quad a \geq 0.$$



a)

$$P_1 : P_2 = a_1^2 : a_2^2 \Rightarrow P_2 \cdot a_1^2 = P_1 \cdot a_2^2 \Rightarrow P_2 \cdot a_1^2 = P_1 \cdot a_2^2 \cdot \frac{1}{a_1^2} \Rightarrow P_2 = P_1 \cdot \frac{a_2^2}{a_1^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^2 \Rightarrow \begin{bmatrix} P_1 = 5.76 \\ a_2 = 20 \\ a_1 = 6 \end{bmatrix} \Rightarrow P_2 = 5.76 \cdot \left(\frac{20}{6}\right)^2 \Rightarrow P_2 = 5.76 \cdot \left(\frac{20}{6}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_2 = 5.76 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^2 \Rightarrow P_2 = 64 \text{ m}^2.$$

b)

$$\begin{aligned}
P_1 : P_2 = a_1^2 : a_2^2 &\Rightarrow P_1 \cdot a_2^2 = P_2 \cdot a_1^2 \Rightarrow P_1 \cdot a_2^2 = P_2 \cdot a_1^2 \cdot \frac{1}{P_1} \Rightarrow a_2^2 = \frac{P_2}{P_1} \cdot a_1^2 \Rightarrow \\
&\Rightarrow a_2^2 = \frac{P_2}{P_1} \cdot a_1^2 \cdot \sqrt{} \Rightarrow a_2 = \sqrt{\frac{P_2}{P_1} \cdot a_1^2} \Rightarrow a_2 = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} \cdot \sqrt{a_1^2} \Rightarrow \\
&\Rightarrow a_2 = a_1 \cdot \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a_1 = 6 \\ P_2 = 10 \\ P_1 = 5.76 \end{array} \right] \Rightarrow a_2 = 6 \cdot \left(\frac{10}{5.76} \right)^2 \Rightarrow a_2 = 7.91 \text{ m}.
\end{aligned}$$

Vježba 093

Površina slike na platnu u kinu proporcionalna je kvadratu udaljenosti projektora od platna. Kada je projektor udaljen 3 m, površina slike je 5.76 m². Kolika je površina slike, ako je projektor udaljen 10 m?

Rezultat: 64 m².

Zadatak 094 (Leon, gimnazija)

Imamo dvije bačve s otopinom octa u vodi. U prvoj je bačvi omjer octa i vode 1 : 2, a u drugoj, dvostruko većoj, omjer je 1 : 3. Ako sadržaje obje bačve izlijemo u neku treću, koliki će omjer octa i vode biti u njoj?

Rješenje 094

Ponovimo!

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

a – prvi član omjera,
b – drugi član omjera,
k – vrijednost (količnik) omjera.

Vrijednost omjera ne mijenja se ako se prvi i drugi broj pomnože ili podijele istim brojem.

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n)$$

$$a : b = (a : n) : (b : n).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Kako zapisati da je broj b dvostruko veći od broja a?

$$b = 2 \cdot a, \quad \frac{b}{2} = a, \quad \frac{b}{a} = 2.$$

Neka je V volumen prve bačve. Druga će imati volumen 2 · V. Kada sadržaje obje izlijemo u neku treću u njoj će biti volumen 3 · V.

U prvoj bačvi je omjer 1 : 2. To znači da je octa

$$\frac{1}{3} \cdot V,$$

a vode

$$\frac{2}{3} \cdot V.$$

U drugoj bačvi je omjer 1 : 3. To znači da je octa

$$\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot V = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot V = \frac{1}{2} \cdot V,$$

a vode

$$\frac{3}{4} \cdot 2 \cdot V = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot V = \frac{3}{2} \cdot V.$$

Miješanjem u trećoj bačvi dobije se volumen $3 \cdot V$. U njoj je octa

$$\frac{1}{3} \cdot V + \frac{1}{2} \cdot V = \frac{2 \cdot V + 3 \cdot V}{6} = \frac{5}{6} \cdot V,$$

a vode

$$3 \cdot V - \frac{5}{6} \cdot V = \frac{3}{1} \cdot V - \frac{5}{6} \cdot V = \frac{18 \cdot V - 5 \cdot V}{6} = \frac{13}{6} \cdot V.$$

Računamo omjer octa i vode u trećoj bačvi:

$$\left(\frac{5}{6} \cdot V\right) : \left(\frac{13}{6} \cdot V\right) = \left(\frac{5}{6} \cdot V \cdot \frac{6}{V}\right) : \left(\frac{13}{6} \cdot V \cdot \frac{6}{V}\right) = \left(\frac{5}{6} \cdot V \cdot \frac{6}{V}\right) : \left(\frac{13}{6} \cdot V \cdot \frac{6}{V}\right) = 5 : 13.$$



Vježba 094

Imamo dvije bačve s otopinom octa u vodi. U prvoj je bačvi omjer octa i vode 2 : 4, a u drugoj, dvostruko većoj, omjer je 2 : 6. Ako sadržaje obje bačve izlijemo u neku treću, koliki će omjer octa i vode biti u njoj?

Rezultat: 5 : 13.

Zadatak 095 (4B, TUPŠ)

Omjer duljina dviju dužina bio je 2 : 5. Svaka dužina skraćena je za 1.6 cm te je omjer skraćenih dužina 2 : 7. Kolika je bila razlika njihovih duljina prije skraćivanja?

- A. 3 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 10 cm

Rješenje 095

Ponovimo!

Omjer je količnik dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \text{ ili } \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (količnik) omjera.

Razmjer ili proporcija je jednakost dvaju jednakih omjera. Ako je

$$a : b = k \text{ i } c : d = k,$$

tada je razmjer ili proporcija

$$a : b = c : d.$$

Umnožak vanjskih članova razmjera a i d jednak je umnošku unutarnjih članova razmjera b i c.

$$a : b = c : d \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka su x i y duljine dviju dužina prije skraćivanja. Tada vrijede razmjeri:

$$\left. \begin{array}{l} x : y = 2 : 5 \\ (x - 1.6) : (y - 1.6) = 2 : 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot y = 5 \cdot x \\ 7 \cdot (x - 1.6) = 2 \cdot (y - 1.6) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot y = 5 \cdot x \quad / : 2 \\ 7 \cdot x - 11.2 = 2 \cdot y - 3.2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = \frac{5}{2} \cdot x \\ 7 \cdot x - 2 \cdot y = -3.2 + 11.2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = \frac{5}{2} \cdot x \\ 7 \cdot x - 2 \cdot y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow 7 \cdot x - 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot x = 8 \Rightarrow 7 \cdot x - 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot x = 8 \Rightarrow 7 \cdot x - 5 \cdot x = 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot x = 8 \Rightarrow 2 \cdot x = 8 \quad / : 2 \Rightarrow x = 4 \text{ cm.}$$

Računamo y .

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{5}{2} \cdot x \\ x = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow y = \frac{5}{2} \cdot 4 \Rightarrow y = \frac{5}{2} \cdot 4 \Rightarrow y = 10 \text{ cm.}$$

Razlika duljina dužina prije skraćivanja iznosila je:

$$y - x = 10 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 095

Omjer duljina dviju dužina bio je $4 : 10$. Svaka dužina skraćena je za 1.6 cm te je omjer skraćenih dužina $2 : 7$. Kolika je bila razlika njihovih duljina prije skraćivanja?

- A. 3 cm B. 5 cm C. 6 cm D. 10 cm

Rezultat: C.

Zadatak 096 (MP, TUPŠ)

Zadani omjer $\frac{3}{4} : \frac{12}{18}$ napiši u obliku omjera prirodnih brojeva.

Rješenje 096

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Omjer je kvocijent dviju istovrsnih veličina

$$a : b = k \quad \text{ili} \quad \frac{a}{b} = k,$$

gdje je:

- a – prvi član omjera,
- b – drugi član omjera,
- k – vrijednost (količnik) omjera.

Vrijednost omjera se ne mijenja ako se članovi omjera pomnože (proširivanje omjera) s nekim realnim

brojem različitim od nule.

$$a : b = k \Rightarrow (a \cdot n) : (b \cdot n) = k.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} : \frac{12}{18} &= \left[\begin{array}{l} \text{drugi razlomak} \\ \text{skratimo brojem 6} \end{array} \right] = \frac{3}{4} : \frac{12}{18} = \frac{3}{4} : \frac{2}{3} = \left[\begin{array}{l} \text{omjer pomnožimo najmanjim} \\ \text{zajedničkim višekratnikom} \\ \text{nazivnika 4 i 3, tj. brojem 12} \end{array} \right] = \\ &= \left(\frac{3}{4} \cdot 12 \right) : \left(\frac{2}{3} \cdot 12 \right) = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{1} \right) : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{12}{1} \right) = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{12}{1} \right) : \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{12}{1} \right) = \\ &= \left(\frac{3}{1} \cdot \frac{3}{1} \right) : \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{4}{1} \right) = 9 : 8. \end{aligned}$$

Vježba 096

Zadani omjer $\frac{3}{4} : \frac{1}{5}$ napiši u obliku omjera prirodnih brojeva.

Rezultat: 15 : 4.