

Zadatak 001 (Ivana, ekonomska škola)

Za 2 kg mlijeka u prahu treba 30 l svježeg mlijeka. Koliko treba svježeg mlijeka da se dobije 23 kg mlijeka u prahu?

Rješenje 001

1. inačica

Koristimo direktno pravilo trojno (koliko puta **više** jedne veličine, toliko puta **više** i druge veličine). Rezultat dobijemo u tri koraka:

1. korak, pišemo početni odnos dviju veličina,
2. korak, svodimo jednu veličinu na jedinicu,
3. korak, računamo traženi broj.

$$\begin{array}{r} 2 \text{ kg} \dots\dots\dots 30 \text{ l} \\ 23 \text{ kg} \dots\dots\dots x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1. \text{ korak} \Rightarrow 2 \text{ kg} \dots\dots\dots 30 \text{ l} \\ 2. \text{ korak} \Rightarrow 1 \text{ kg} \dots\dots\dots (30 : 2) \text{ l} \\ 3. \text{ korak} \Rightarrow 23 \text{ kg} \dots\dots\dots (30 : 2) \cdot 23 \text{ l} = 345 \text{ l}. \end{array}$$

Treba 345 l svježeg mlijeka.

2. inačica

Za dvije veličine kažemo da su proporcionalne (razmjerne) ako vrijede pravila:

- koliko se puta poveća prva veličina, toliko se puta poveća i druga veličina
- koliko se puta smanji prva veličina, toliko se puta smanji i druga veličina.

Precizno definirano:

Za dvije veličine x i y kažemo da su proporcionalne (razmjerne) ako je njihov količnik (omjer) stalan:

$$\frac{x}{y} = \text{konstantno}.$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ kg} \dots\dots\dots 30 \text{ l} \\ 23 \text{ kg} \dots\dots\dots x \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{2}{30} = \frac{23}{x} \Rightarrow 2 \cdot x = 30 \cdot 23 \Rightarrow [\text{dijelimo jednađžu brojem 2}] \Rightarrow x = 15 \cdot 23 = 345.$$

3. inačica

$$\begin{array}{r} 2 \text{ kg} \dots\dots\dots 30 \text{ l} \\ 23 \text{ kg} \dots\dots\dots x \\ \hline \end{array}$$

Strjelicu uvijek **vučemo od x**. Postavi da nepoznanica x bude u **donjem** redu.

$$\begin{array}{r} 2 \text{ kg} \dots\dots\dots 30 \text{ l} \\ 23 \text{ kg} \dots\dots\dots x \uparrow \end{array}$$

Prva rečenica je uvjetna, a druga upitna pa kažemo: "Ako za 2 kg mlijeka u prahu treba 30 l svježeg mlijeka, treba li za 23 kg mlijeka u prahu **više ili manje** svježeg mlijeka?". Odgovor je **više!** Znači da su veličine proporcionalne pa i druga strjelica mora imati **isti smjer** kao i ona uz nepoznanicu x .

$$\begin{array}{r} 2 \text{ kg} \dots\dots\dots 30 \text{ l} \\ \uparrow 23 \text{ kg} \dots\dots\dots x \uparrow \end{array}$$

$$x = 30 \cdot \frac{23}{2} \text{ l}$$

[u brojnik se piše broj koji je početak strjelice koja nije uz x, a u nazivnik se piše broj koji je završetak te strjelice]

$$x = 345 \text{ l.}$$

Vježba 001

Od 20 kg sirove kave pri prženju dobije se 17.5 kg pržene kave. Koliko sirove kave treba nabaviti ako želimo dobiti 350 kg pržene kave?

Rezultat: 400 kg.

Zadatak 002 (Sanja, ugostiteljska škola)

Da bi 6 djelatnika obavilo neki posao, treba im 12 dana. Za koliko će dana taj posao obaviti 8 djelatnika?

Rješenje 002

1. inačica

Koristimo obrnuto pravilo trojno (što je **više** djelatnika, za **manje** će dana obaviti posao). Rezultat dobijemo u tri koraka:

- 1.korak, pišemo početni odnos dviju veličina,
- 2.korak, svodimo jednu veličinu na jedinicu,
- 3.korak, računamo traženi broj.

6 djelatnika	12 dana
8 djelatnika	x
<hr/>	
1.korak => 6 djelatnika	12 dana
2.korak => 1 djelatnik	(6 · 12) dana
3.korak => 8 djelatnika	(6 · 12) : 8 dana = 9 dana.

Obavi za 9 dana.

2. inačica

Za dvije veličine kažemo da su obrnuto proporcionalne (razmjerne) ako vrijede pravila:

- koliko se puta poveća prva veličina, toliko se puta smanji druga veličina
- koliko se puta smanji prva veličina, toliko se puta poveća druga veličina.

Precizno definirano:

Za dvije veličine x i y kažemo da su obrnuto proporcionalne (razmjerne) ako je njihov umnožak (produkt) stalan:

$$x \cdot y = \text{konstantno.}$$

6 djelatnika	12 dana
8 djelatnika	x
<hr/>	

$$8 \cdot x = 6 \cdot 12,$$

$$x = \frac{6 \cdot 12}{8} = 9.$$

3. inačica

6 djelatnika	12 dana
8 djelatnika	x
<hr/>	

Strjelicu uvijek **vučemo od x**. Postavi da nepoznanica x bude u **donjem** redu.

6 djelatnika	12 dana
8 djelatnika	x ↑

Prva rečenica je uvjetna, a druga upitna pa kažemo: "Ako 6 djelatnika obave neki posao za 12 dana, hoće li 8 djelatnika obaviti isti posao za **više ili manje** dana?". Odgovor je **manje!** Znači da su veličine obrnuto proporcionalne pa druga strjelica mora imati **suprotan smjer** od one uz nepoznanicu x.

$$\begin{array}{l} 6 \text{ djelatnika} \dots\dots\dots 12 \text{ dana} \\ \downarrow 8 \text{ djelatnika} \dots\dots\dots x \quad \uparrow \end{array}$$

$$x = 12 \cdot \frac{6}{8} \text{ dana}$$

[u brojnik se piše broj koji je početak strjelice koja nije uz x, a u nazivnik se piše broj koji je završetak te strjelice]

$$x = 9 \text{ dana.}$$

Vježba 002

Četiri slastičarke za 3.5 h naprave određenu količinu kolača. Za koliko bi vremena 5 slastičarki napravilo istu količinu kolača, uz pretpostavku da im je radni učinak isti?

Rezultat: 2.8 h = [rastavimo na cijeli dio i decimalni dio] = 2 h + 0.8 h = 2 h + 0.8 · 60 min = 2 h + 48 min = 2 h 48 min.

Zadatak 003 (Ivana, ekonomska škola)

Napiši produženi omjer za ova dva omjera:

$$5 : 3 , 4 : 7.$$

Rješenje 003

Da bismo napisali produženi omjer drugi član prvog omjera i prvi član drugog omjera moraju biti jednaki:

$$5 : 3 , 4 : 7.$$

Od brojeva 3 i 4 tražimo najmanji zajednički višekratnik. To je broj 12. Znači da prvi omjer moramo proširiti s 4, a drugi omjer s 3.

$$(5 \cdot 4) : (3 \cdot 4) , (4 \cdot 3) : (7 \cdot 3)$$

$$20 : 12 , 12 : 21.$$

Dakle, rezultat je

$$20 : 12 : 21.$$

Vježba 003

Napiši produženi omjer za ova dva omjera: 3 : 5 , 6 : 11.

Rezultat: 18 : 30 : 55.

Zadatak 004 (Sanela, ekonomska škola)

U 10 litara tekućine A ulije se 4 litre tekućine B i 6 litara tekućine C. Iz dobivene mješavine odlije se 3 litre. Koliko je litara tekućine C preostalo u ostatku mješavine?

Rješenje 004

1. inačica

U mješavini od 20 litara (10 l + 4 l + 6 l) nalaze se tri tekućine u omjeru:

$$A : B : C = 10 : 4 : 6.$$

Produženi razmjerni kratimo brojem 2:

$$A : B : C = 5 : 2 : 3.$$

Znači da je

$$A = 5 \cdot k, B = 2 \cdot k, C = 3 \cdot k.$$

Nakon odlijevanja 3 litre ostalo je

$$20 l - 3 l = 17 l.$$

U 17 litara mješavine je

$$A + B + C = 17 \Rightarrow 5 \cdot k + 2 \cdot k + 3 \cdot k = 17 \Rightarrow 10 \cdot k = 17 \quad / : 10 \Rightarrow k = 1.7.$$

U ostatku mješavine preostalo je C = 3k = 3 · 1.7 = 5.1 litra.

2. inačica

Iz dobivene mješavine odliju se 3 litre. U 3 litre odliveno je svake tekućine u istom omjeru:

$$A : B : C = 10 : 4 : 6 = 5 : 2 : 3.$$

$$A = 5 \cdot k, B = 2 \cdot k, C = 3 \cdot k.$$

Zato je:

$$A + B + C = 3 \Rightarrow 5 \cdot k + 2 \cdot k + 3 \cdot k = 3 \Rightarrow 10 \cdot k = 3 \quad / : 10 \Rightarrow k = 0.3.$$

Znači da je tekućine C odliveno $C = 3k = 3 \cdot 0.3 = 0.9$ litara. U ostatku mješavine preostalo je $C = 61 - 0.91 = 5.1$ litra.

Vježba 004

U 12 litara tekućine A ulije se 6 litara tekućine B i 3 litre tekućine C. Iz dobivene mješavine odlije se 7 litara. Koliko je litara tekućine C preostalo u ostatku mješavine?

Rezultat: 2 litre.

Zadatak 005 (Ivana, ekonomska škola)

Dvije skupine djelatnika A i B radile su zajedno na određenom poslu i zaradile 33 600 kn. Prva skupina imala je 5 ljudi koji su radili 4 dana po 6 sati. Druga skupina koja je brojila 9 ljudi, radila je 5 dana po 8 sati. Koliko je zaradila svaka skupina ako je zarada upravno razmjerna broju ljudi i utrošenom radnom vremenu?

Rješenje 005

Zaradu 33 600 kn treba razdijeliti na skupine upravno razmjerno broju ljudi (1. uvjet), upravno razmjerno broju radnih dana (2. uvjet) i upravno razmjerno broju odrađenih sati (3. uvjet).

$$A + B = 33\,600.$$

1. uvjet	A : B = 5 : 9
2. uvjet	A : B = 4 : 5
3. uvjet	A : B = 6 : 8

Zato je

$$A = 5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot k = 120 \cdot k,$$

$$B = 9 \cdot 5 \cdot 8 \cdot k = 360 \cdot k.$$

Iz zbroja

$$A + B = 120 \cdot k + 360 \cdot k = 480 \cdot k$$

dobije se

$$480 \cdot k = 33\,600 \Rightarrow 480 \cdot k = 33\,600 \quad / : 480 \Rightarrow k = 70.$$

Sada se lako izračuna zarada skupina A i B:

$$A = 120 \cdot k = 120 \cdot 70 = 8\,400 \text{ kn}, \quad B = 360 \cdot k = 360 \cdot 70 = 25\,200 \text{ kn}.$$

$$(\text{Provjera: } 8\,400 + 25\,200 = 33\,600)$$

Vježba 005

Trošak za rasvjetu i vodu za mjesec svibanj tekuće godine iznosio je 2 000 kn i valja ga razdijeliti prema broju članova i površini stana. Ako A kućanstvo ima 4 člana i 80 m² površine stana, a B kućanstvo ima 3 člana i 60 m² površine stana, koliki su troškovi po pojedinom kućanstvu?

Rezultat: A = 1 280 kn, B = 720 kn.

Zadatak 006 (Marija, ekonomska škola)

Iz Frankfurta je nabavljeno 1 200 kg robe po cijeni 80 centi za 1 kg. Kolika je nabavna cijena u kunama te robe u Bjelovaru ako su prijevozni troškovi 5%, a 1 euro vrijedi 7 kn. (1 euro = 100 centi)?

Rješenje 006

Verižni račun je poseban slučaj trojnog pravila kada su veličine koje se međusobno uspoređuju upravno razmjerne. Rješavajući zadatke verižnim računom koristimo shemu zvanu verižnik (veličine su lančano povezane). Treba se strogo držati pravila:

- Uvijek započinjemo pitanjem, a traženu veličinu označavamo slovom x . Ona se stavlja na lijevu stranu okomite dužine. U istom retku s desna pišemo veličinu koja se odnosi na x .
- Svaki novi red počinjemo onim imenovanim brojem kojim završava prethodni red.
- Verižnik započinje i završava istim imenovanim brojem.
- Rezultat se dobije

$$x = \frac{\text{produkt brojeva desne strane sheme}}{\text{produkt brojeva lijeve strane sheme}}$$

Prijevozni troškovi 5% znače da na svakih 100 kn nabavne cijene troškovi iznose 5 kn, tj. ukupno 105 kn. Nabavnu cijenu u kunama označimo slovom x .

Verižnik je oblika:

x kn	1 200 kg
1 kg	80 centi
100 centi	1 EUR
1 EUR	7 kn
100 kn	105 kn

$$x = \frac{1200 \cdot 80 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 105}{1 \cdot 100 \cdot 1 \cdot 100} = 7056 \text{ kn.}$$

Vježba 006

Iz Frankfurta je nabavljeno 1 500 kg robe po cijeni 60 centi za 1 kg. Kolika je nabavna cijena u kunama te robe u Bjelovaru ako su prijevozni troškovi 8%, a 1 euro vrijedi 7 kn. (1 euro = 100 centi)?

Rezultat: $x = 6\,804$ kn.

Zadatak 007 (Amir, ekonomska škola)

Koliko stoji 40 yardi neke tkanine u Londonu ako 1 metar te tkanine stoji 15 kn, a 1 £ = 8.6246 kn? (£ = funta, yd = yard, 1 yd = 0.9144 m)

Rješenje 007

x £	40 yd
1 yd	0.9144 m
1 m	15 kn
8.6246 kn	1 £

$$x = \frac{40 \cdot 0.9144 \cdot 15 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 8.6246} \Rightarrow x = 63.61 \text{ £.}$$

Vježba 007

Koliko stoji 100 kg robe u Bjelovaru ako 500 lb stoji u New Yorku 360 \$, a 1 \$ obračunava se po tečaju 8.33 kn?

(\$ = američki dolar, lb = pound ili libra, 1 lb = 0.45375 kg)

Rezultat: 1 321.79 kn.

Zadatak 008 (Ivana, ekonomska škola)

Trošak za prijevoz neke robe u iznosu 1 908 kn treba podijeliti u omjeru $\frac{3}{4} : 0.6$. Koliki su ti dijelovi?

Rješenje 008

Najprije omjer $\frac{3}{4} : 0.6$ sredimo tako da se riješimo razlomaka. Decimalni broj 0.6 napišemo kao razlomak i skratimo ga:

$$\frac{3}{4} : 0.6 \Rightarrow \frac{3}{4} : \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{3}{4} : \frac{3}{5} \text{ [kratili smo s 2]}.$$

Sada svaki član omjera pomnožimo s 20 da se riješimo razlomaka:

$$\frac{3}{4} : \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot 20 : \frac{3}{5} \cdot 20 \Rightarrow 15 : 12.$$

Mogli smo kazati da se trošak u iznosu 1 908 kn treba podijeliti u omjeru 15 : 12.

Označimo li troškove s A i B, tada je

$$A + B = 1\,908$$

i vrijedi razmjernost

$$A : B = 15 : 12.$$

Prema tome, svaki trošak iznosi

$$A = 15 \cdot k, \quad B = 12 \cdot k,$$

gdje smo s k označili koeficijent razmjernosti.

Zbroj iznosi

$$A + B = 15 \cdot k + 12 \cdot k = 27 \cdot k$$

pa možemo pisati

$$27 \cdot k = 1\,908 \Rightarrow 27 \cdot k = 1\,908 \quad / : 27 \Rightarrow k = \frac{1908}{27} = \text{[kratimo s 9]} = \frac{212}{3}.$$

Odatve je koeficijent razmjernosti

$$k = \frac{212}{3}.$$

Dakle, jedinica troška je $\frac{212}{3}$ kn. Troškovi su:

$$A = 15 \cdot \frac{212}{3} = 1\,060 \text{ kn}, \quad B = 12 \cdot \frac{212}{3} = 848 \text{ kn}.$$

Vježba 008

Trošak za prijevoz neke robe u iznosu 200 kn treba podijeliti u omjeru 3 : 7. Koliki su ti dijelovi?

Rezultat: 60 kn i 140 kn.

Zadatak 009 (Ivana, ekonomska škola)

Dvije su osobe zaradile ukupno 5 428 kn, a zaradu trebaju podijeliti u omjeru 2 : 3.75. Koliko će dobiti svaka osoba?

Rješenje 009

Omjer 2 : 3.75 sredimo tako da se riješimo decimalnog broja. Svaki član omjera pomnožimo s brojem 4.

$$2 \cdot 4 : 3.75 \cdot 4 = 8 : 15.$$

Mogli smo kazati da su osobe zaradile 5 428 kn, a zaradu trebaju podijeliti u omjeru 8 : 15.

Označimo li djelatnike s A i B, tada je

$$A + B = 5\,428$$

i vrijedi razmjernost

$$A : B = 8 : 15.$$

Prema tome, svaki je djelatnik zaradio

$$A = 8 \cdot k, \quad B = 15 \cdot k,$$

gdje k označava koeficijent razmjernosti.

Zbroj je

$$A + B = 8 \cdot k + 15 \cdot k = 23 \cdot k$$

pa možemo pisati

$$23 \cdot k = 5\,428 \Rightarrow 23 \cdot k = 5\,428 \quad / : 23 \Rightarrow k = 236.$$

Odavde je koeficijent razmjernosti

$$k = 236.$$

Dakle, jedinica zarade je 236 kn. Svaki je djelatnik zaradio:

$$A = 8 \cdot 236 = 1\,888 \text{ kn}, \quad B = 15 \cdot 236 = 3\,540 \text{ kn}.$$

Vježba 009

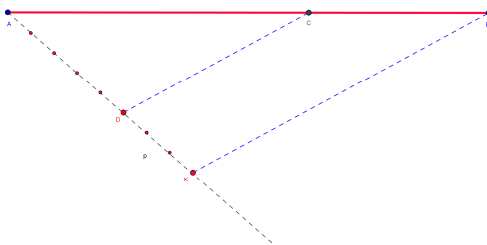
Trošak za prijevoz neke robe u iznosu 165 kn treba podijeliti u omjeru 4 : 1.5. Koliki su ti dijelovi?

Rezultat: 120 kn i 45 kn.

Zadatak 010 (Ivana, ekonomska škola)

Zadanu dužinu \overline{AB} , $|\overline{AB}| = 9 \text{ cm}$ podijeli u omjeru 5 : 3.

Rješenje 010



Nacrtamo dužinu \overline{AB} čija je duljina 9 cm. Iz točke A povučemo zraku p i na nju nanesimo šestarom osam (5 + 3) jednakih dužina. Točku K spojimo s točkom B. Kroz točku D za koju vrijedi $|\overline{AD}| = 5$ konstruiramo paralelu s dužinom \overline{KB} . Paralela siječe dužinu \overline{AB} u traženoj točki C. Vrijedi $|\overline{AC}| : |\overline{CB}| = 5 : 3$.

Vježba 010

Zadanu dužinu \overline{AB} , $|\overline{AB}| = 16 \text{ cm}$ podijeli u omjeru 6 : 2.

Rezultat: $|\overline{AC}| = 12 \text{ cm}$, $|\overline{CB}| = 4 \text{ cm}$.

Zadatak 011 (Marija, gimnazija)

Pješak prevari 80 m u minuti, a automobil 90 km/h. Kako se odnose brzine?

Rješenje 011

Označimo brzinu pješaka v_1 , a brzinu automobila v_2 . Tražimo kako se brzine odnose, tj. tražimo njihov omjer:

$$\frac{v_1}{v_2} = ?$$

Podsjetimo se kako računamo srednju brzinu. Srednja brzina je omjer puta i vremena:

$$v = \frac{s}{t}.$$

Računamo brzinu v_1 .

$$s = 80 \text{ m}, \quad t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$v_1 = \frac{80 \text{ m}}{60 \text{ s}} = [\text{kratimo s } 20] = \frac{4 \text{ m}}{3 \text{ s}}.$$

Brzinu v_2 također izrazimo u m/s.

$$v_2 = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 90 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = [\text{kratimo s } 3600] = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Sada je omjer:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{25}{1}} = \frac{4}{75}$$

Brzine se odnose kao 4 : 75.

Vježba 011

Marija prevali 120 m u minuti, a automobil 72 km/h. Kako se odnose brzine?

Rezultat: 2 : 20, tj. 1 : 10.

Zadatak 012 (Anaira, gimnazija)

Koliko iznosi $b^2 - c^2 - d^2$ ako je

$$a : b : c : d : e = \frac{1}{2} : 3 : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{4}{3} \quad \text{i} \quad b - c - d = 5800?$$

Rješenje 012

1. inačica

U produženom razmjeru

$$a : b : c : d : e = \frac{1}{2} : 3 : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{4}{3}$$

stavimo da je

$$b = 3 \cdot k, \quad c = \frac{1}{3} \cdot k, \quad d = \frac{1}{4} \cdot k.$$

Iz relacije

$$b - c - d = 5800$$

sljedi

$$3 \cdot k - \frac{1}{3} \cdot k - \frac{1}{4} \cdot k = 5800 \quad /:12 \Rightarrow 36k - 4k - 3k = 69600 \Rightarrow 29k = 69600 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 29k = 69600 \quad /:29 \Rightarrow k = 2400.$$

Sada je

$$b = 3 \cdot k = 3 \cdot 2400 = 7200, \quad c = \frac{1}{3} \cdot k = \frac{1}{3} \cdot 2400 = 800, \quad d = \frac{1}{4} \cdot k = \frac{1}{4} \cdot 2400 = 600.$$

Konačno se dobije

$$b^2 - c^2 - d^2 = 7200^2 - 800^2 - 600^2 = 51\,840\,000 - 640\,000 - 360\,000 = 50\,840\,000.$$

2. inačica

Iz produženog razmjera postavimo sljedeće razmjere kako bismo veličine b, c i d izrazili, na primjer, pomoću veličine a:

$$a : b : c : d : e = \frac{1}{2} : 3 : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{4}{3} \Rightarrow a : b = \frac{1}{2} : 3 \Rightarrow 3a = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 6a,$$

$$a : b : c : d : e = \frac{1}{2} : 3 : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{4}{3} \Rightarrow a : c = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}a = \frac{c}{2} \Rightarrow c = \frac{2}{3}a,$$

$$a : b : c : d : e = \frac{1}{2} : 3 : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{4}{3} \Rightarrow a : d = \frac{1}{2} : \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}a = \frac{1}{2}d \Rightarrow d = \frac{1}{2}a.$$

Iz relacije

$$b - c - d = 5800$$

sljedi

$$6 \cdot a - \frac{2}{3} \cdot a - \frac{1}{2} \cdot a = 5800 \quad /:6 \Rightarrow 36a - 4a - 3a = 34800 \Rightarrow 29a = 34800 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 29a = 34800 \quad /:29 \Rightarrow a = 1200.$$

Sada je

$$b = 6 \cdot a = 6 \cdot 1200 = 7200, \quad c = \frac{2}{3} \cdot a = \frac{2}{3} \cdot 1200 = 800, \quad d = \frac{1}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 1200 = 600.$$

Konačno se dobije

$$b^2 - c^2 - d^2 = 7200^2 - 800^2 - 600^2 = 51\,840\,000 - 640\,000 - 360\,000 = 50\,840\,000.$$

Vježba 012

Koliko iznosi $b^2 + c^2 + d^2$ ako je

$$a : b : c : d : e = \frac{1}{2} : 3 : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{4}{3} \quad \text{i} \quad b - c - d = 5800?$$

Rezultat: 52 840 000.

Zadatak 013 (Kristina, hotelijersko-turistička škola)

U jednoj se mjenjačnici može kupiti 1 CHF za 5.0132 HRK, odnosno 1 EUR za 7.595 HRK. Koliko se švicarskih franaka može u toj mjenjačnici kupiti za 8 000 eura?

Rješenje 013

1. inačica

Budući da je

$$\begin{aligned} 1 \text{ EUR} &= 7.595 \text{ HRK} \\ 1 \text{ CHF} &= 5.0132 \text{ HRK}, \end{aligned}$$

nađimo omjer eura i švicarskog franka:

$$\frac{1 \text{ EUR}}{1 \text{ CHF}} = \frac{7.595 \text{ HRK}}{5.0132 \text{ HRK}} = 1.5150 \Rightarrow 1 \text{ EUR} = 1.5150 \text{ CHF}.$$

Sada je

$$8\,000 \text{ EUR} = 8\,000 \cdot 1.5150 \text{ CHF} = 12\,120 \text{ CHF}.$$

2. inačica

Zadatak možemo riješiti primjenom verižnog računa.

Verižni račun je poseban slučaj trojnog pravila kada su veličine koje se međusobno uspoređuju upravno razmjerne. Rješavajući zadatke verižnim računom koristimo shemu zvanu verižnik (veličine su lančano popvezane). Treba se strogo držati pravila:

- Uvijek započinjemo pitanjem, a traženu veličinu označavamo slovom x . Ona se stavlja na lijevu stranu okomite dužine. U istom retku s desna pišemo veličinu koja se odnosi na x .
- Svaki novi red počinjemo onim imenovanim brojem kojim završava prethodni red.
- Verižnik započinje i završava istim imenovanim brojem.
- Rezultat se dobije

$$x = \frac{\text{produkt brojeva desne strane sheme}}{\text{produkt brojeva lijeve strane sheme}}$$

Verižnik je oblika:

x CHF	8 000 EUR
1 EUR	7.595 HRK
5.0132 HRK	1 CHF

$$x = \frac{8000 \cdot 7.595 \cdot 1}{1 \cdot 5.0132} = 12120.$$

Za 8 000 eura dobije se 12 120 švicarskih franaka.

Vježba 013

U jednoj se mjenjačnici može kupiti 1 CHF za 5.0132 HRK, odnosno 1 EUR za 7.595 HRK. Koliko se švicarskih franaka može u toj mjenjačnici kupiti za 4 000 eura?

Rezultat: 6 060 CHF.

Zadatak 014 (Kristina, hotelijersko-turistička škola)

U nekom voćnjaku 10 djelatnika treba iskopati 2 000 rupa dubine 50 cm i širine 20 cm, radeći 20 dana po 8 sati dnevno. Koliko bi trebalo djelatnika da se iskopa 3 000 rupa dubine 60 cm, širine 30 cm, radeći 30 dana po 6 sati dnevno?

Rješenje 014

Pravilo trojno je složeno ako veličina x , čiju vrijednost tražimo (ovdje je to broj djelatnika), ovisi od više drugih veličina.

Postupak:

- U prvi redak pišemo uvjetnu rečenicu. (Uvjetna rečenica sadrži poznate pripadne vrijednosti razmatranih veličina. U zadatku je to sljedeća rečenica:
" U nekom voćnjaku 10 djelatnika treba iskopati 2 000 rupa dubine 50 cm i širine 20 cm, radeći 20 dana po 8 sati dnevno."
- Ispod uvjetne rečenice slijedi upitna rečenica. (Upitna rečenica sadrži nepoznatu vrijednost jedne veličine i nove vrijednosti drugih veličina (u početku je bilo 10 djelatnika, a sada se traži novi broj djelatnika). U zadatku je to rečenica:
" Koliko bi trebalo djelatnika da se iskopa 3 000 rupa dubine 60 cm, širine 30 cm, radeći 30 dana po 6 sati dnevno?"
- Najprije označimo strjelicom omjer u kojem je nepoznanica x . Strjelicu uvijek **vučemo od x** .

↑	10 djel.	2000 rup	50 cm d	20 cm š	20 dan	8 h
	x					

- Uspoređujemo redom veličinu gdje je nepoznanica x s ostalim veličinama.
- Ako su veličine upravo razmjerne (obje istodobno rastu ili padaju), označimo drugu veličinu istosmjernom strjelicom:
↑↑ ili ↓↓.
- Ako su veličine obrnuto razmjerne (jedna raste, a druga pada), označimo drugu veličinu strjelicom u suprotnom smjeru:
↑↓ ili ↓↑.

Sada uspoređujemo broj djelatnika sa svakom zadanom veličinom i određujemo jesu li to upravo razmjerne ili obrnuto razmjerne veličine.

► Uspoređujemo broj djelatnika i broj iskopanih rupa.

Ako posao obavlja više djelatnika, uz iste ostale uvjete, oni mogu iskopati više rupa.

(upravo razmjerne veličine)

↑	10 djel.	↑	2000 rup	50 cm d	20 cm š	20 dan	8 h
	x	3000 rup					

► Uspoređujemo broj djelatnika i dubinu rupa.

Ako posao obavlja više djelatnika, uz iste ostale uvjete, oni će iskopati dublje rupe.

(upravo razmjerne veličine)

↑	10 djel.	↑	2000 rup	↑	50 cm d	20 cm š	20 dan	8 h
	x	3000 rup		60 cm d				

► Uspoređujemo broj djelatnika i širinu rupa.

Ako posao obavlja više djelatnika, uz iste ostale uvjete, oni mogu iskopati šire rupe.

(upravo razmjerne veličine)

↑	10 djel.	↑	2000 rup	↑	50 cm d	↑	20 cm š		20 dan		8 h
	x		3000 rup		60 cm d		30 cm š		30 dan		6 h

► **Uspoređujemo broj djelatnika i broj radnih dana.**

Ako posao obavlja više djelatnika, uz iste ostale uvjete, trebat će manje dana za taj posao.
(obrnutu razmjernu veličine)

↑	10 djel.	↑	2000 rup	↑	50 cm d	↑	20 cm š	↓	20 dan		8 h
	x		3000 rup		60 cm d		30 cm š		30 dan		6 h

► **Uspoređujemo broj djelatnika i broj radnih sati.**

Ako posao obavlja više djelatnika, uz iste ostale uvjete, radit će manje sati.
(obrnutu razmjernu veličine)

↑	10 djel.	↑	2000 rup	↑	50 cm d	↑	20 cm š	↓	20 dan	↓	8 h
	x		3000 rup		60 cm d		30 cm š		30 dan		6 h

Računamo x:

[u brojnik se pišu brojevi koji su na početku strjelica koje nisu uz x, a u nazivnik se pišu brojevi koji su na završetku tih strjelica]

$$x = 10 \cdot \frac{3000 \cdot 60 \cdot 30 \cdot 20 \cdot 8}{2000 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 30 \cdot 6} = 10 \cdot \frac{3000 \cdot 60 \cdot 8}{2000 \cdot 50 \cdot 6} = 10 \cdot \frac{3 \cdot 6 \cdot 8}{2 \cdot 5 \cdot 6} = 24.$$

Trebat će 24 djelatnika.

Vježba 014

U nekom voćnjaku 15 djelatnika treba iskopati 1 500 rupa dubine 50 cm i širine 20 cm, radeći 20 dana po 7 sati dnevno. Koliko bi trebalo djelatnika da se iskopa 3 000 rupa dubine 60 cm, širine 30 cm, radeći 30 dana po 6 sati dnevno?

Rezultat: 42.

Zadatak 015 (Marija, gimnazija)

Prosječna težina dječaka u jednom razredu je 54 kg, a djevojčica 48 kg. Ako je prosječna težina razreda 51.6 kg, koliki je omjer broja dječaka i djevojčica u tom razredu?

Rješenje 015

Slovom x označimo broj dječaka, a slovom y broj djevojčica u razredu. Tada vrijedi:

$$54 \cdot x + 48 \cdot y = 51.6 \cdot (x + y).$$

Budući da tražimo omjer broja dječaka i djevojčica, $\frac{x}{y}$, cijeli izraz podijelimo brojem y:

$$54 \cdot x + 48 \cdot y = 51.6 \cdot (x + y) \quad /: y \Rightarrow 54 \cdot \frac{x}{y} + 48 = 51.6 \cdot \left(\frac{x}{y} + 1 \right) \Rightarrow 54 \cdot \frac{x}{y} + 48 = 51.6 \cdot \frac{x}{y} + 51.6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 54 \cdot \frac{x}{y} - 51.6 \cdot \frac{x}{y} = 51.6 - 48 \Rightarrow 2.4 \cdot \frac{x}{y} = 3.6 \quad /: 2.4 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}.$$

Vježba 015

Prosječna težina dječaka u jednom razredu je 56 kg, a djevojčica 50 kg. Ako je prosječna težina razreda 52 kg, koliki je omjer broja dječaka i djevojčica u tom razredu?

Rezultat: 2 : 1.

Zadatak 016 (Ines, gimnazija)

Transportiramo robu A u količini 1 t na udaljenost 100 km, robu B u količini 0.5 t na udaljenost 200 km, te robu C u količini 0.4 t na udaljenost 500 km. Predviđeni troškovi transporta ukupno iznose 30000.00 kn. Koliki su troškovi transporta robe C?

Rješenje 016

Složenim računom diobe služimo se kada su dijelovi veličine koju treba podijeliti razmjerni s više veličina. Kada neku veličinu trebamo podijeliti na dijelove $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ upravo razmjerno s dvjema veličinama zadanim nizovima brojeva: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ i $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$, tada je:

$x_1 = k \cdot a_1 \cdot b_1, x_2 = k \cdot a_2 \cdot b_2, x_3 = k \cdot a_3 \cdot b_3, \dots, x_n = k \cdot a_n \cdot b_n$, gdje je k koeficijent proporcionalnosti.

Označimo troškove transporta prve, druge i treće robe slovima a, b i c . Veličine su upravo razmjerne (veća količina robe – veći troškovi, veća udaljenost – veći troškovi).

Troškovi transporta robe A su:	$a = k \cdot 1 \cdot 100,$
Troškovi transporta robe B su:	$b = k \cdot 0.5 \cdot 200,$
Troškovi transporta robe C su:	$c = k \cdot 0.4 \cdot 500,$
tj.	
$a = 100 \cdot k, b = 100 \cdot k, c = 200 \cdot k.$	
Ukupno:	
$a + b + c = 400k \Rightarrow 400 \cdot k = 3000 \quad / : 400 \Rightarrow k = 75.$	

Troškovi transporta robe C su: $c = 200 \cdot k = 200 \cdot 75 = 15\,000.00$ kn.

Vježba 016

Transportiramo robu A u količini 1 t na udaljenost 100 km, robu B u količini 0.5 t na udaljenost 200 km, te robu C u količini 0.4 t na udaljenost 500 km. Predviđeni troškovi transporta ukupno iznose 30000.00 kn. Koliki su troškovi transporta robe A?

Rezultat: 7500.00 kn..

Zadatak 017 (Ines, gimnazija)

Ako 12 kg robe A stoji jednako kao i 25 kg robe B, 10 kg robe B stoji kao 24 l robe C, a 10 l robe C stoji 15 kn. Koliko stoji 1 kg robe A?

Rješenje 017

Zadatak možemo riješiti primjenom verižnog računa.

Verižni račun je poseban slučaj trojnog pravila kada su veličine koje se međusobno uspoređuju upravo razmjerne. Rješavajući zadatke verižnim računom koristimo shemu zvanu verižnik (veličine su lančano popvezane). Treba se strogo držati pravila:

- Uvijek započinjemo pitanjem, a traženu veličinu označavamo slovom x . Ona se stavlja na lijevu stranu okomite dužine. U istom retku s desna pišemo veličinu koja se odnosi na x .
- Svaki novi red počinjemo onim imenovanim brojem kojim završava prethodni red.
- Verižnik započinje i završava istim imenovanim brojem.
- Rezultat se dobije

$$x = \frac{\text{produkt brojeva desne strane sheme}}{\text{produkt brojeva lijeve strane sheme}}$$

Verižnik je oblika:

x kn	1 kg A
12 kg A	25 kg B
10 kg B	24 l C
10 l C	15 kn

$$x = \frac{1 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 15}{12 \cdot 10 \cdot 10} = 7.5 \text{ kn.}$$

Jedan kilogram robe A stoji 7.50 kn.

Vježba 017

Ako 6 kg robe A stoji jednako kao i 25 kg robe B, 10 kg robe B stoji kao 24 l robe C, a 10 l robe C stoji 15 kn. Koliko stoji 1 kg robe A?

Rezultat: 15.00 kn.

Zadatak 018 (Ines, gimnazija)

U kojem omjeru treba miješati vruću vodu temperature 97 °C i hladnu vodu temperature 2 °C da dobijemo vodu za kupanje temperature 27 °C?

Rješenje 018

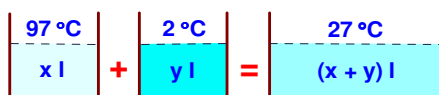
Slovom x označimo količinu vruće vode, a slovom y količinu hladne vode. Vrijedi jednačba:

VRUĆA VODA	HLADNA VODA	VODA ZA KUPANJE
$97 \cdot x$	$+$	$27 \cdot (x + y) \Rightarrow$

$$\Rightarrow 97 \cdot x + 2 \cdot y = 27 \cdot x + 27 \cdot y \Rightarrow 97 \cdot x - 27 \cdot x = 27 \cdot y - 2 \cdot y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 70x = 25y \quad /:70y \Rightarrow \frac{70x}{70y} = \frac{25y}{70y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{14} \Rightarrow x : y = 5 : 14.$$

Treba miješati u omjeru 5 : 14.



Vježba 018

U kojem omjeru treba miješati vruću vodu temperature 95 °C i hladnu vodu temperature 5 °C da dobijemo vodu za kupanje temperature 25 °C?

Rezultat: 2 : 7

Zadatak 019 (Anastazija, gimnazija)

Koliko je a : d ako je a : b = 2 : 3, b : c = 4 : 5, c : d = 5 : 8?

Rješenje 019

1. inačica

Zadane razmjere napišemo u obliku razlomaka i pomnožimo ih:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{a}{b} = \frac{2}{3}, \\ \frac{b}{c} = \frac{4}{5}, \\ \frac{c}{d} = \frac{5}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{1}{3} \Rightarrow a : d = 1 : 3.$$

2. inačica

Budući da za razmjer vrijedi

$$a : b = c : d \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

proizlazi:

$$\square \quad a : b = 2 : 3 \Rightarrow 2 \cdot b = 3 \cdot a \Rightarrow b = \frac{3}{2} \cdot a,$$

$$\square \quad b : c = 4 : 5 \Rightarrow 4 \cdot c = 5 \cdot b \Rightarrow c = \frac{5}{4} \cdot b = \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{2} \cdot a = \frac{15}{8} \cdot a,$$

$$\square \quad c : d = 5 : 8 \Rightarrow 5 \cdot d = 8 \cdot c \Rightarrow d = \frac{8}{5} \cdot c = \frac{8}{5} \cdot \frac{15}{8} \cdot a = \frac{3}{1} \cdot a \Rightarrow d = 3 \cdot a \Rightarrow a : d = 1 : 3.$$

3. inačica

Jednostavne omjere napišimo tako da drugi član prvog omjera bude jednak prvom članu drugog omjera, drugi član drugog omjera da bude jednak prvom članu trećeg omjera. Proširimo prvi omjer s 4, drugi s 3 i treći s 3.

$$a : b = (2 \cdot 4) : (3 \cdot 4), \quad b : c = (4 \cdot 3) : (5 \cdot 3), \quad c : d = (5 \cdot 3) : (8 \cdot 3).$$

$$a : b = 8 : 12, \quad b : c = 12 : 15, \quad c : d = 15 : 24.$$

Produženi omjer je:

$$a : b : c : d = 8 : 12 : 15 : 24 \Rightarrow a : d = 8 : 24 \Rightarrow a : d = (8 : 8) : (24 : 8) \Rightarrow a : d = 1 : 3.$$

Vježba 019

Koliko je $d : a$ ako je $a : b = 2 : 3$, $b : c = 4 : 5$, $c : d = 5 : 8$?

Rezultat: 3 : 1.

Zadatak 020 (Đurđica, hotelijerska škola)

Osam radnika bilo je potrebno za posao koji bi obavili za 23 dana. Međutim, nakon 3 dana posao su napustila 3 radnika. Koliko će sada trajati posao?

Rješenje 020

1. inačica

Postavimo jednadžbu!

Ukupnu količinu posla koju 8 radnika treba obaviti za 23 dana možemo izraziti brojem:

$$8 \cdot 23 = 184.$$

Za 3 dana zajedničkog rada 8 radnika obavilo je

$$8 \cdot 3 = 24$$

dijela ukupnog posla. Neka je x broj dana za koje bi preostalih 5 radnika završilo posao. Za x dana tih 5 radnika završilo bi

$$5 \cdot x$$

dijela ukupnog posla. Zato vrijedi jednadžba:

$$8 \cdot 3 + 5 \cdot x = 8 \cdot 23 \Rightarrow 24 + 5 \cdot x = 184 \Rightarrow 5 \cdot x = 184 - 24 \Rightarrow 5 \cdot x = 160 \quad /:5 \Rightarrow x = 32.$$

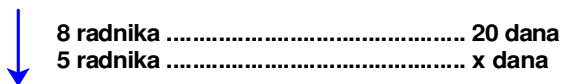
Posao će biti završen za $3 + 32 = 35$ dana.

2. inačica

Nakon što je 8 radnika radilo 3 dana ostatak posla bi njih 8 radilo još $23 - 3 = 20$ dana:

8 radnika.....20 dana.

Međutim, nakon odlaska 3 radnika, isti dio posla trebaju obaviti njih 5. Sada možemo postaviti pravilo trojno:



i dobijemo razmjer:

$$x : 20 = 8 : 5 \Rightarrow 5 \cdot x = 160 \quad /:5 \Rightarrow x = 32.$$

Posao će biti završen za $3 + 32 = 35$ dana.

3. inačica

Ako 8 radnika za 23 dana obave cijeli posao, tada 8 radnika za 1 dan obave $\frac{1}{23}$ posla, a 1 radnik za 1 dan

obavi $\frac{1}{184}$ posla. Tablični prikaz:

radnici	dani	posao
8	23	1
8	1	$\frac{1}{23}$
1	1	$\frac{1}{184}$

Prva 3 dana radilo je svih 8 radnika i obavili su

$$8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{184} = \frac{24}{184}$$

posla. Ostalo je

$$1 - \frac{24}{184} = \frac{160}{184}$$

posla i taj ostatak mora obaviti 5 radnika za nepoznati broj dana. Budući da 1 radnik za 1 dan obavi $\frac{1}{184}$

posla, to 5 radnika za 1 dan obave $\frac{5}{184}$ posla. Zato će $\frac{160}{184}$ posla biti obavljeno za:

$$\frac{160}{184} : \frac{5}{184} = 32.$$

Posao će biti završen za $3 + 32 = 35$ dana.

Vježba 020

Građevinsko poduzeće s 10 radnika obavilo bi radove na nekoj kući za 12 dana. Za koliko će dana završiti posao ako nakon 3 dana 4 radnika izostanu s posla?

Rezultat: $3 + 15 = 18$ dana.