

### Zadatak 201 (Vesna, srednja škola)

Jedan razred je tijekom godine išao na 3 izleta. Na prvom izletu je bilo 70% učenika, na drugom 80%, a na trećem 90%. Dvanaest učenika bilo je na sva 3 izleta, a ostali učenici na po dva. Koliko je bilo učenika u tom razredu?

A. 24      B. 28      C. 30      D. 32

### Rješenje 201

Ponovimo!

$$\left. \begin{array}{l} a = b \\ c = d \end{array} \right\} \Rightarrow a + c = b + d.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak  $p$  je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "...  $p\%$  od  $x$ ..."?

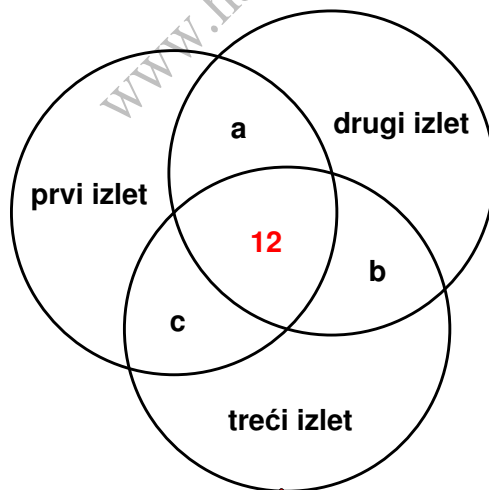
$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je:

- $x$  broj učenika u razredu
- $a$  broj učenika koji su bili samo na prvom i drugom izletu
- $b$  broj učenika koji su bili samo na drugom i trećem izletu
- $c$  broj učenika koji su bili samo na prvom i trećem izletu.



Vrijedi jednačba:

$$a + b + c + 12 = x.$$

Na prvom izletu bilo je 70% učenika.

$$a + c + 12 = \frac{70}{100} \cdot x \Rightarrow a + c + 12 = 0.7 \cdot x.$$

Na drugom izletu bilo je 80% učenika.

$$a + b + 12 = \frac{80}{100} \cdot x \Rightarrow a + b + 12 = 0.8 \cdot x.$$

Na trećem izletu bilo je 90% učenika.

$$b+c+12 = \frac{90}{100} \cdot x \Rightarrow b+c+12 = 0.9 \cdot x.$$

Dobije se sustav jednačba.

$$\left. \begin{array}{l} a+c+12 = 0.7 \cdot x \\ a+b+12 = 0.8 \cdot x \\ b+c+12 = 0.9 \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+c+12+a+b+12+b+c+12 = 0.7 \cdot x + 0.8 \cdot x + 0.9 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot c + 24 + 12 = 2.4 \cdot x \Rightarrow 2 \cdot (a+b+c+12) + 12 = 2.4 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [a+b+c+12 = x] \Rightarrow 2 \cdot x + 12 = 2.4 \cdot x \Rightarrow 2 \cdot x - 2.4 \cdot x = -12 \Rightarrow -0.4 \cdot x = -12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0.4 \cdot x = -12 \quad /: (-0.4) \Rightarrow x = 30.$$

Odgovor je pod C.

### Vježba 201

Jedan razred je tijekom godine išao na 3 izleta. Na prvom izletu je bilo 90% učenika, na drugom 80%, a na trećem 70%. Dvanaest učenika bilo je na sva 3 izleta, a ostali učenici na po dva. Koliko je bilo učenika u tom razredu?

- A. 24      B. 28      C. 30      D. 32

**Rezultat:** C.

### Zadatak 202 (Vesna, srednja škola)

U dvorani svaki red sjedala ima jednak broj stolaca. Broj redova jednak je broju stolaca u jednom redu. Kada bi se udvostručio broj redova, a smanjio broj stolaca za 10 u svakom redu, onda bi se broj sjedećih mjesta u dvorani povećao za 300. Koliko redova ima u dvorani?

- A. 28      B. 30      C. 34      D. 36

### Rješenje 202

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

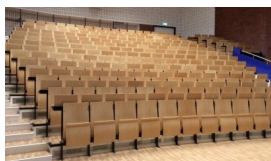
$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a?

$$b - n = a, \quad b = a + n, \quad b - a = n.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$\frac{b}{n} = a, \quad b = n \cdot a, \quad \frac{b}{a} = n.$$



Neka je x broj redova u dvorani. To je, ujedno, broj stolaca u redu. U dvorani je

$$x \cdot x = x^2$$

stolaca.

Ako se udvostruči broj redova, a smanji broj stolaca za 10 u svakom redu, onda se broj sjedećih mjesta u dvorani poveća za 300.

$$\begin{aligned}
 2 \cdot x \cdot (x-10) &= x^2 + 300 \Rightarrow 2 \cdot x^2 - 20 \cdot x = x^2 + 300 \Rightarrow 2 \cdot x^2 - 20 \cdot x - x^2 - 300 = 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow x^2 - 20 \cdot x - 300 &= 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - 20 \cdot x - 300 = 0 \\ a = 1, b = -20, c = -300 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -20, c = -300 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 \Rightarrow x_{1,2} &= \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-300)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 1200}}{2} \Rightarrow \\
 \Rightarrow x_{1,2} &= \frac{20 \pm \sqrt{1600}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm 40}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{20+40}{2} \\ x_2 = \frac{20-40}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{60}{2} \\ x_2 = -\frac{20}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{60}{2} \\ x_2 = -\frac{20}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = -10 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 30.
 \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

### Vježba 202

U dvorani svaki red sjedala ima jednak broj stolaca. Broj redova jednak je broju stolaca u jednom redu. Kada bi se udvostručio broj redova, a smanjio broj stolaca za 10 u svakom redu, onda bi se broj sjedećih mjesta u dvorani povećao za 300. Koliko sjedećih mjesta ima u dvorani?

A. 280      B. 300      C. 900      D. 1000

**Rezultat:**      C.

### Zadatak 203 (Ljiljana, srednja škola)

Otac ima onoliko godina koliko oba sina zajedno. Prije 4 godine imao je dva puta više od starijega, a prije 10 godina tri puta više od mlađega sina. Koliko godina ima otac?

### Rješenje 203

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Kako zapisati da je broj b za n manji od broja a?

$$b+n=a, \quad b=a-n, \quad a-b=n.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$b=n \cdot a, \quad \frac{b}{n}=a, \quad \frac{b}{a}=n.$$

Neka je:

- x starost mlađeg sina
- y starost starijeg sina
- z starost oca.

Postavljati jednadžbe znači uvjete, formulirane riječima, izraziti matematičkim simbolima; to je prevođenje s običnog jezika na jezik matematičkih formula. Krenimo!

Otac ima onoliko godina koliko oba sina zajedno.

$$z = x + y.$$

Prije 4 godine otac je imao dva puta više od starijega sina.

$$z - 4 = 2 \cdot (y - 4).$$

Prije 10 godina otac je imao tri puta više od mlađega sina.

$$z - 10 = 3 \cdot (x - 10).$$

Riješimo sustav jednačja.

$$\left. \begin{array}{l} z = x + y \\ z - 4 = 2 \cdot (y - 4) \\ z - 10 = 3 \cdot (x - 10) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y - 4 = 2 \cdot (y - 4) \\ x + y - 10 = 3 \cdot (x - 10) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y - 4 = 2 \cdot y - 8 \\ x + y - 10 = 3 \cdot x - 30 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y - 2 \cdot y = -8 + 4 \\ x + y - 3 \cdot x = -30 + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = -4 \\ -2 \cdot x + y = -20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -x = -24 \Rightarrow -x = -24 / \cdot (-1) \Rightarrow x = 24.$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} x = 24 \\ x - y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow 24 - y = -4 \Rightarrow -y = -4 - 24 \Rightarrow -y = -28 \Rightarrow -y = -28 / \cdot (-1) \Rightarrow y = 28.$$

Računamo z.

$$\left. \begin{array}{l} x = 24, y = 28 \\ z = x + y \end{array} \right\} \Rightarrow z = 24 + 28 \Rightarrow z = 52.$$

Otac je mlad 52 godine.

### Vježba 203

Otac ima onoliko godina koliko oba sina zajedno. Prije 4 godine imao je dva puta više od starijega, a prije 10 godina tri puta više od mlađega sina. Koliko godina ima mlađi sin?

**Rezultat:** 24.

### Zadatak 204 (Silvica, gimnazija)

Ivan ima 90 kuna manje nego Tomislav. Ako bi svaki od njih dvojice potrošio 20 kuna, onda bi Ivan imao 4 puta manje kuna nego Tomislav. Koliko kuna ima Ivan, a koliko Tomislav?

### Rješenje 204

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b za n manji od broja a?

$$b + n = a, \quad b = a - n, \quad a - b = n.$$

Kako zapisati da je broj b n puta manji od broja a?

$$n \cdot b = a, \quad \frac{a}{n} = b, \quad \frac{a}{b} = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Označimo slovom x iznos kuna koje ima Tomislav. Ivan ima 90 kuna manje od njega pa to zapisujemo  $x - 90$ .

Ako svaki od njih potroši 20 kuna:

- Tomislav će imati  $x - 20$  kuna
- Ivan će imati  $x - 90 - 20 = x - 110$  kuna.

Sada Ivan ima 4 puta manje kuna od Tomislava pa možemo zapisati u obliku jednačja:

$$x - 110 = \frac{1}{4} \cdot (x - 20) \Rightarrow x - 110 = \frac{1}{4} \cdot (x - 20) \cdot 4 \Rightarrow 4 \cdot (x - 110) = x - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x - 440 = x - 20 \Rightarrow 4 \cdot x - x = -20 + 440 \Rightarrow 3 \cdot x = 420 \Rightarrow 3 \cdot x = 420 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow x = 140.$$

Tomislav ima 140 kuna.

Ivan ima  $140 - 90 = 50$  kuna.

### Vježba 204

Tomislav ima 90 kuna više nego Ivan. Ako bi svaki od njih dvojice potrošio 20 kuna, onda bi Tomislav imao 4 puta više kuna nego Ivan. Koliko kuna ima Ivan, a koliko Tomislav?

**Rezultat:** Ivan ima 50 kn, Tomislav ima 140 kn.

### Zadatak 205 (Silvica, gimnazija)

Silvica ☺ je pročitala knjigu za 4 dana. Drugog dana je pročitala 20 % više nego prvog, ali je i svakog sljedećeg dana pročitala 20 % više nego prethodnog dana. Koliko stranica ima knjiga ako je zbroj stranica koje je Silvica pročitala prvog i četvrtog dana za 11 veći od zbroja stranica koje je pročitala drugog i trećeg dana?

### Rješenje 205

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot x.$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a?

$$b - n = a, \quad b = a + n, \quad b - a = n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x broj stranica koje je Silvica pročitala prvi dan.

Drugi dan pročitala je 20 % više nego prvi:

$$x + \frac{20}{100} \cdot x = x + \frac{20}{100} \cdot x = x + \frac{1}{5} \cdot x = \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot x = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{5}\right) \cdot x = \frac{5+1}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x.$$

Treći dan pročitala je 20 % više nego drugi:

$$\frac{6}{5} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{36}{25} \cdot x.$$

Četvrti dan pročitala je 20 % više nego treći:

$$\frac{36}{25} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{36}{25} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{36}{25} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{216}{125} \cdot x.$$

Budući da je zbroj stranica prvog i četvrtog dana za 11 veći od zbroja stranica pročitanih drugog i trećeg dana, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} x + \frac{216}{125} \cdot x &= \frac{6}{5} \cdot x + \frac{36}{25} \cdot x + 11 \Rightarrow x + \frac{216}{125} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x + \frac{36}{25} \cdot x + 11 \quad / \cdot 125 \Rightarrow \\ \Rightarrow 125 \cdot x + 216 \cdot x &= 150 \cdot x + 180 \cdot x + 1375 \Rightarrow 125 \cdot x + 216 \cdot x - 150 \cdot x - 180 \cdot x = 1375 \Rightarrow \\ \Rightarrow 11 \cdot x &= 1375 \Rightarrow 11 \cdot x = 1375 \quad / : 11 \Rightarrow x = 125. \end{aligned}$$

Knjiga ima 125 stranica.

### Vježba 205

Silvica ☺ je pročitala knjigu za 4 dana. Drugog dana je pročitala 20 % više nego prvog, ali je i svakog sljedećeg dana pročitala 20 % više nego prethodnog dana. Koliko stranica ima knjiga ako je zbroj stranica koje je Silvica pročitala drugog i trećeg dana za 11 manji od zbroja stranica koje je pročitala prvog i četvrtog dana?

**Rezultat:** 125.

### Zadatak 206 (Marko, ekonomska škola)

U svakoj od četiri vreće nalazila se jednaka količina riže. Ivan je iz svake od njih izvadio 9 kg riže pa je na taj način u svim vrećama zajedno ostalo toliko riže koliko je prije bilo u svakoj posebice. Koliko je riže ostalo u svakoj od vreća?

### Rješenje 206

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj  $b$   $n$  puta veći od broja  $a$ ?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

Neka je  $x$  kg početna količina riže u svakoj vreći. U četiri vreće bilo je  $4 \cdot x$  kilograma riže. Budući da je Ivan iz svake vreće izvadio 9 kg riže, u svim vrećama zajedno ostalo je toliko riže koliko je prije bilo u svakoj vreći posebice. Vrijedi jednačba:

$$4 \cdot x - 4 \cdot 9 = x \Rightarrow 4 \cdot x - 36 = x \Rightarrow 4 \cdot x - x = 36 \Rightarrow 3 \cdot x = 36 \Rightarrow 3 \cdot x = 36 \quad / : 3 \Rightarrow x = 12.$$

U svakoj vreći ostalo je  $12 - 9 = 3$  kg riže.

### Vježba 206

U svakoj od četiri vreće nalazila se jednaka količina riže. Ivan je iz svake od njih izvadio 6 kg riže pa je na taj način u svim vrećama zajedno ostalo toliko riže koliko je prije bilo u svakoj posebice. Koliko je riže ostalo u svakoj od vreća?

**Rezultat:** 2 kg.