

Zadatak 201 (Vesna, srednja škola)

Jedan razred je tijekom godine išao na 3 izleta. Na prvom izletu je bilo 70% učenika, na drugom 80%, a na trećem 90%. Dvanaest učenika bilo je na sva 3 izleta, a ostali učenici na po dva. Koliko je bilo učenika u tom razredu?

A. 24 B. 28 C. 30 D. 32

Rješenje 201

Ponovimo!

$$\left. \begin{array}{l} a = b \\ c = d \end{array} \right\} \Rightarrow a + c = b + d.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

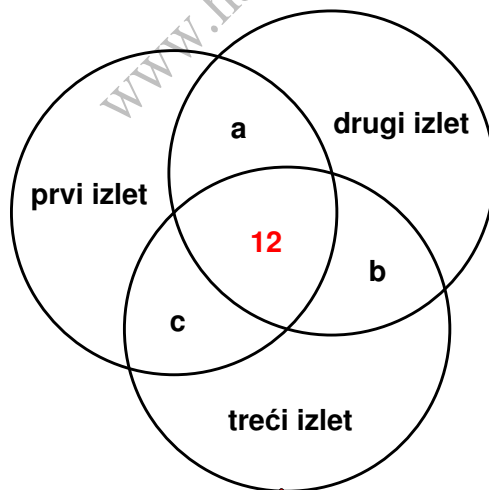
$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je:

- x broj učenika u razredu
- a broj učenika koji su bili samo na prvom i drugom izletu
- b broj učenika koji su bili samo na drugom i trećem izletu
- c broj učenika koji su bili samo na prvom i trećem izletu.



Vrijedi jednačba:

$$a + b + c + 12 = x.$$

Na prvom izletu bilo je 70% učenika.

$$a + c + 12 = \frac{70}{100} \cdot x \Rightarrow a + c + 12 = 0.7 \cdot x.$$

Na drugom izletu bilo je 80% učenika.

$$a + b + 12 = \frac{80}{100} \cdot x \Rightarrow a + b + 12 = 0.8 \cdot x.$$

Na trećem izletu bilo je 90% učenika.

$$b+c+12 = \frac{90}{100} \cdot x \Rightarrow b+c+12 = 0.9 \cdot x.$$

Dobije se sustav jednačba.

$$\left. \begin{array}{l} a+c+12 = 0.7 \cdot x \\ a+b+12 = 0.8 \cdot x \\ b+c+12 = 0.9 \cdot x \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+c+12+a+b+12+b+c+12 = 0.7 \cdot x + 0.8 \cdot x + 0.9 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot a + 2 \cdot b + 2 \cdot c + 24 + 12 = 2.4 \cdot x \Rightarrow 2 \cdot (a+b+c+12) + 12 = 2.4 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [a+b+c+12 = x] \Rightarrow 2 \cdot x + 12 = 2.4 \cdot x \Rightarrow 2 \cdot x - 2.4 \cdot x = -12 \Rightarrow -0.4 \cdot x = -12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0.4 \cdot x = -12 \quad /: (-0.4) \Rightarrow x = 30.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 201

Jedan razred je tijekom godine išao na 3 izleta. Na prvom izletu je bilo 90% učenika, na drugom 80%, a na trećem 70%. Dvanaest učenika bilo je na sva 3 izleta, a ostali učenici na po dva. Koliko je bilo učenika u tom razredu?

- A. 24 B. 28 C. 30 D. 32

Rezultat: C.

Zadatak 202 (Vesna, srednja škola)

U dvorani svaki red sjedala ima jednak broj stolaca. Broj redova jednak je broju stolaca u jednom redu. Kada bi se udvostručio broj redova, a smanjio broj stolaca za 10 u svakom redu, onda bi se broj sjedećih mjesta u dvorani povećao za 300. Koliko redova ima u dvorani?

- A. 28 B. 30 C. 34 D. 36

Rješenje 202

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

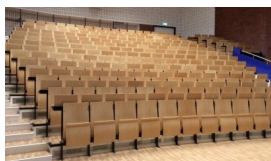
$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a?

$$b - n = a, \quad b = a + n, \quad b - a = n.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$\frac{b}{n} = a, \quad b = n \cdot a, \quad \frac{b}{a} = n.$$



Neka je x broj redova u dvorani. To je, ujedno, broj stolaca u redu. U dvorani je

$$x \cdot x = x^2$$

stolaca.

Ako se udvostruči broj redova, a smanji broj stolaca za 10 u svakom redu, onda se broj sjedećih mjesta u dvorani poveća za 300.

$$\begin{aligned} 2 \cdot x \cdot (x-10) &= x^2 + 300 \Rightarrow 2 \cdot x^2 - 20 \cdot x = x^2 + 300 \Rightarrow 2 \cdot x^2 - 20 \cdot x - x^2 - 300 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 20 \cdot x - 300 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - 20 \cdot x - 300 = 0 \\ a = 1, b = -20, c = -300 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -20, c = -300 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-300)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 1200}}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{1600}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{20 \pm 40}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{20+40}{2} \\ x_2 = \frac{20-40}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{60}{2} \\ x_2 = -\frac{20}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{60}{2} \\ x_2 = -\frac{20}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = -10 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 30. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 202

U dvorani svaki red sjedala ima jednak broj stolaca. Broj redova jednak je broju stolaca u jednom redu. Kada bi se udvostručio broj redova, a smanjio broj stolaca za 10 u svakom redu, onda bi se broj sjedećih mjesta u dvorani povećao za 300. Koliko sjedećih mjesta ima u dvorani?

A. 280 B. 300 C. 900 D. 1000

Rezultat: C.

Zadatak 203 (Ljiljana, srednja škola)

Otac ima onoliko godina koliko oba sina zajedno. Prije 4 godine imao je dva puta više od starijega, a prije 10 godina tri puta više od mlađega sina. Koliko godina ima otac?

Rješenje 203

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Kako zapisati da je broj b za n manji od broja a?

$$b+n=a, \quad b=a-n, \quad a-b=n.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$b=n \cdot a, \quad \frac{b}{n}=a, \quad \frac{b}{a}=n.$$

Neka je:

- x starost mlađeg sina
- y starost starijeg sina
- z starost oca.

Postavljati jednadžbe znači uvjete, formulirane riječima, izraziti matematičkim simbolima; to je prevođenje s običnog jezika na jezik matematičkih formula. Krenimo!

Otac ima onoliko godina koliko oba sina zajedno.

$$z = x + y.$$

Prije 4 godine otac je imao dva puta više od starijega sina.

$$z - 4 = 2 \cdot (y - 4).$$

Prije 10 godina otac je imao tri puta više od mlađega sina.

$$z - 10 = 3 \cdot (x - 10).$$

Riješimo sustav jednačja.

$$\left. \begin{array}{l} z = x + y \\ z - 4 = 2 \cdot (y - 4) \\ z - 10 = 3 \cdot (x - 10) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y - 4 = 2 \cdot (y - 4) \\ x + y - 10 = 3 \cdot (x - 10) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y - 4 = 2 \cdot y - 8 \\ x + y - 10 = 3 \cdot x - 30 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y - 2 \cdot y = -8 + 4 \\ x + y - 3 \cdot x = -30 + 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = -4 \\ -2 \cdot x + y = -20 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -x = -24 \Rightarrow -x = -24 / \cdot (-1) \Rightarrow x = 24.$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} x = 24 \\ x - y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow 24 - y = -4 \Rightarrow -y = -4 - 24 \Rightarrow -y = -28 \Rightarrow -y = -28 / \cdot (-1) \Rightarrow y = 28.$$

Računamo z.

$$\left. \begin{array}{l} x = 24, y = 28 \\ z = x + y \end{array} \right\} \Rightarrow z = 24 + 28 \Rightarrow z = 52.$$

Otac je mlad 52 godine.

Vježba 203

Otac ima onoliko godina koliko oba sina zajedno. Prije 4 godine imao je dva puta više od starijega, a prije 10 godina tri puta više od mlađega sina. Koliko godina ima mlađi sin?

Rezultat: 24.

Zadatak 204 (Silvica, gimnazija)

Ivan ima 90 kuna manje nego Tomislav. Ako bi svaki od njih dvojice potrošio 20 kuna, onda bi Ivan imao 4 puta manje kuna nego Tomislav. Koliko kuna ima Ivan, a koliko Tomislav?

Rješenje 204

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b za n manji od broja a?

$$b + n = a, \quad b = a - n, \quad a - b = n.$$

Kako zapisati da je broj b n puta manji od broja a?

$$n \cdot b = a, \quad \frac{a}{n} = b, \quad \frac{a}{b} = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Označimo slovom x iznos kuna koje ima Tomislav. Ivan ima 90 kuna manje od njega pa to zapisujemo $x - 90$.

Ako svaki od njih potroši 20 kuna:

- Tomislav će imati $x - 20$ kuna
- Ivan će imati $x - 90 - 20 = x - 110$ kuna.

Sada Ivan ima 4 puta manje kuna od Tomislava pa možemo zapisati u obliku jednačja:

$$x - 110 = \frac{1}{4} \cdot (x - 20) \Rightarrow x - 110 = \frac{1}{4} \cdot (x - 20) \cdot 4 \Rightarrow 4 \cdot (x - 110) = x - 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x - 440 = x - 20 \Rightarrow 4 \cdot x - x = -20 + 440 \Rightarrow 3 \cdot x = 420 \Rightarrow 3 \cdot x = 420 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow x = 140.$$

Tomislav ima 140 kuna.

Ivan ima $140 - 90 = 50$ kuna.

Vježba 204

Tomislav ima 90 kuna više nego Ivan. Ako bi svaki od njih dvojice potrošio 20 kuna, onda bi Tomislav imao 4 puta više kuna nego Ivan. Koliko kuna ima Ivan, a koliko Tomislav?

Rezultat: Ivan ima 50 kn, Tomislav ima 140 kn.

Zadatak 205 (Silvica, gimnazija)

Silvica ☺ je pročitala knjigu za 4 dana. Drugog dana je pročitala 20 % više nego prvog, ali je i svakog sljedećeg dana pročitala 20 % više nego prethodnog dana. Koliko stranica ima knjiga ako je zbroj stranica koje je Silvica pročitala prvog i četvrtog dana za 11 veći od zbroja stranica koje je pročitala drugog i trećeg dana?

Rješenje 205

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot x.$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a?

$$b - n = a, \quad b = a + n, \quad b - a = n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x broj stranica koje je Silvica pročitala prvi dan.

Drugi dan pročitala je 20 % više nego prvi:

$$x + \frac{20}{100} \cdot x = x + \frac{20}{100} \cdot x = x + \frac{1}{5} \cdot x = \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot x = \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{5}\right) \cdot x = \frac{5+1}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x.$$

Treći dan pročitala je 20 % više nego drugi:

$$\frac{6}{5} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot x = \frac{36}{25} \cdot x.$$

Četvrti dan pročitala je 20 % više nego treći:

$$\frac{36}{25} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{36}{25} \cdot x + \frac{20}{100} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{36}{25} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot \frac{36}{25} \cdot x = \frac{216}{125} \cdot x.$$

Budući da je zbroj stranica prvog i četvrtog dana za 11 veći od zbroja stranica pročitanih drugog i trećeg dana, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} x + \frac{216}{125} \cdot x &= \frac{6}{5} \cdot x + \frac{36}{25} \cdot x + 11 \Rightarrow x + \frac{216}{125} \cdot x = \frac{6}{5} \cdot x + \frac{36}{25} \cdot x + 11 \quad / \cdot 125 \Rightarrow \\ \Rightarrow 125 \cdot x + 216 \cdot x &= 150 \cdot x + 180 \cdot x + 1375 \Rightarrow 125 \cdot x + 216 \cdot x - 150 \cdot x - 180 \cdot x = 1375 \Rightarrow \\ \Rightarrow 11 \cdot x &= 1375 \Rightarrow 11 \cdot x = 1375 \quad / : 11 \Rightarrow x = 125. \end{aligned}$$

Knjiga ima 125 stranica.

Vježba 205

Silvica ☺ je pročitala knjigu za 4 dana. Drugog dana je pročitala 20 % više nego prvog, ali je i svakog sljedećeg dana pročitala 20 % više nego prethodnog dana. Koliko stranica ima knjiga ako je zbroj stranica koje je Silvica pročitala drugog i trećeg dana za 11 manji od zbroja stranica koje je pročitala prvog i četvrtog dana?

Rezultat: 125.

Zadatak 206 (Marko, ekonomska škola)

U svakoj od četiri vreće nalazila se jednaka količina riže. Ivan je iz svake od njih izvadio 9 kg riže pa je na taj način u svim vrećama zajedno ostalo toliko riže koliko je prije bilo u svakoj posebice. Koliko je riže ostalo u svakoj od vreća?

Rješenje 206

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a ?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

Neka je x kg početna količina riže u svakoj vreći. U četiri vreće bilo je $4 \cdot x$ kilograma riže. Budući da je Ivan iz svake vreće izvadio 9 kg riže, u svim vrećama zajedno ostalo je toliko riže koliko je prije bilo u svakoj vreći posebice. Vrijedi jednačba:

$$4 \cdot x - 4 \cdot 9 = x \Rightarrow 4 \cdot x - 36 = x \Rightarrow 4 \cdot x - x = 36 \Rightarrow 3 \cdot x = 36 \Rightarrow 3 \cdot x = 36 \quad / : 3 \Rightarrow x = 12.$$

U svakoj vreći ostalo je $12 - 9 = 3$ kg riže.

Vježba 206

U svakoj od četiri vreće nalazila se jednaka količina riže. Ivan je iz svake od njih izvadio 6 kg riže pa je na taj način u svim vrećama zajedno ostalo toliko riže koliko je prije bilo u svakoj posebice. Koliko je riže ostalo u svakoj od vreća?

Rezultat: 2 kg.

Zadatak 207 (Josipa, ekonomska škola)

Autobus za 5 sati prijeđe 6.8 kilometara više nego automobil za 3 sata i 48 minuta. Kolike su prosječne brzine autobusa i automobila, ako za jedan sat automobil prijeđe 14 kilometra više nego autobus?

Rješenje 207

Ponovimo!

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min.}$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a ?

$$b = a + n, \quad b - n = a, \quad b - a = n.$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Decimalni broj množimo dekadskom jedinicom (10, 100, 1000, 10000, ...) tako da mu decimalnu točku pomaknemo udesno za onoliko mjesta koliko dekadaska jedinica ima nula.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x km / h brzina autobusa. Automobil za jedan sat prijeđe 14 kilometara više pa je njegova brzina $(x + 14)$ km / h. Put koji autobus prijeđe za 5 sati iznosi $5 \cdot x$.

Put koji automobil prijeđe za 3 sata i 48 minuta $\left(3 \text{ h } 48 \text{ min} = 3 \text{ h} + \frac{48}{60} \text{ h} = 3.8 \text{ h}\right)$ iznosi $3.8 \cdot x$.

Budući da autobus prevari 6.8 kilometara više nego automobil vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} 5 \cdot x &= 3.8 \cdot (x + 14) + 6.8 \Rightarrow 5 \cdot x = 3.8 \cdot (x + 14) + 6.8 \cdot 10 \Rightarrow 50 \cdot x = 38 \cdot (x + 14) + 68 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 50 \cdot x = 38 \cdot x + 532 + 68 \Rightarrow 50 \cdot x - 38 \cdot x = 532 + 68 \Rightarrow 12 \cdot x = 600 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 12 \cdot x = 600 \text{ } /: 12 \Rightarrow x = 50. \end{aligned}$$

Brzina autobusa je 50 km / h, a automobila $(50 + 14)$ km / h = 64 km / h.

Vježba 207

Autobus za 5 sati prijeđe 6800 metara više nego automobil za 228 minuta. Kolike su prosječne brzine autobusa i automobila, ako za jedan sat automobil prijeđe 14 kilometra više nego autobus?

Rezultat: 50 km / h, 64 km / h.

Zadatak 208 (Josipa, ekonomska škola)

Tri komada tkanine jednake širine imaju ukupnu duljinu 24.5 m. Ako od prvog komada odrežemo trećinu njegove duljine, od drugoga četvrtinu njegove duljine, a od trećega petinu njegove duljine, preostali će dijelovi tkanine biti jednakih duljina. Kolika je duljina svakog komada tkanine prije rezanja?

Rješenje 208

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Kako zapisati n – ti dio broja a ?

$$\frac{1}{n} \cdot a, \quad \frac{a}{n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Neka su a , b i c duljine prvog, drugog i trećeg komada tkanine prije rezanja. Pri rezanju:

- od prvog komada odrežemo trećinu njegove duljine

$$a - \frac{a}{3} = \frac{a}{1} - \frac{a}{3} = \frac{3 \cdot a - a}{3} = \frac{2}{3} \cdot a$$

- od drugog komada odrežemo četvrtinu njegove duljine

$$b - \frac{b}{4} = \frac{b}{1} - \frac{b}{4} = \frac{4 \cdot b - b}{4} = \frac{3}{4} \cdot b$$

- od trećeg komada odrežemo petinu njegove duljine

$$c - \frac{c}{5} = \frac{c}{1} - \frac{c}{5} = \frac{5 \cdot c - c}{5} = \frac{4}{5} \cdot c$$

Ako sa x označimo duljine jednakih dijelova koji se dobiju nakon rezanja tkanine, tada je:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} \cdot a = x \\ \frac{2}{3} \cdot a = \frac{3}{4} \cdot b = \frac{4}{5} \cdot c = x \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot b = x \\ \frac{4}{5} \cdot c = x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} \cdot a = x / \cdot \frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} \cdot b = x / \cdot \frac{4}{3} \\ \frac{4}{5} \cdot c = x / \cdot \frac{5}{4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{3}{2} \cdot x \\ b = \frac{4}{3} \cdot x \\ c = \frac{5}{4} \cdot x \end{array} \right\}$$

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \cdot x + \frac{4}{3} \cdot x + \frac{5}{4} \cdot x &= 24.5 \Rightarrow \frac{3}{2} \cdot x + \frac{4}{3} \cdot x + \frac{5}{4} \cdot x = 24.5 / \cdot 12 \Rightarrow \\ \Rightarrow 18 \cdot x + 16 \cdot x + 15 \cdot x &= 294 \Rightarrow 49 \cdot x = 294 \Rightarrow 49 \cdot x = 294 / : 49 \Rightarrow x = 6. \end{aligned}$$

Prema tome je prije rezanja tkanine:

- duljina prvog komada iznosila

$$a = \frac{3}{2} \cdot 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2} \cdot 6 \Rightarrow a = 9 \text{ m}$$

- duljina drugog komada iznosila

$$b = \frac{4}{3} \cdot 6 \Rightarrow b = \frac{4}{3} \cdot 6 \Rightarrow b = 8 \text{ m}$$

- duljina trećeg komada iznosila

$$c = \frac{5}{4} \cdot 6 \Rightarrow c = \frac{5}{4} \cdot 6 \Rightarrow c = 7.5 \text{ m}$$

Vježba 208

Tri komada tkanine jednake širine imaju ukupnu duljinu 245 dm. Ako od prvog komada odrežemo trećinu njegove duljine, od drugoga četvrtinu njegove duljine, a od trećega petinu njegove duljine, preostali će dijelovi tkanine biti jednakih duljina. Kolika je duljina svakog komada tkanine prije rezanja?

Rezultat: 90 dm, 80 dm, 75 dm.

Zadatak 209 (Mateo, srednja škola)

Koji dvoznamenkasti broj ima svojstvo da je jednak dvostrukom umnošku svojih znamenaka?

Rješenje 209

Ponovimo!

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}, \quad \frac{n}{1} = n.$$

Zapis dvoznamenkastog broja

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b, \quad a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$b = n \cdot a, \quad \frac{b}{n} = a, \quad \frac{b}{a} = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Za prirodan broj a kažemo da je djeljiv s prirodnim brojem b ako postoji prirodan broj q tako da vrijedi

$$a = b \cdot q.$$

Višekratnici prirodnog broja su svi brojevi koji su djeljivi s tim brojem. Prirodni broj ima beskonačno višekratnika. Na primjer, višekratnici broja n su: $1 \cdot n, 2 \cdot n, 3 \cdot n, 4 \cdot n, 5 \cdot n, \dots$

Neka je zadan dvoznamenkasti broj \overline{xy} , gdje je x znamenka desetica, $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, y znamenka jedinica $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Broj je oblika:

$$\overline{xy} = 10 \cdot x + y.$$

Prema uvjetu zadatka vrijedi:

$$\begin{aligned} 10 \cdot x + y &= 2 \cdot x \cdot y \Rightarrow 2 \cdot x \cdot y = 10 \cdot x + y \Rightarrow 2 \cdot x \cdot y - y = 10 \cdot x \Rightarrow y \cdot (2 \cdot x - 1) = 10 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow y \cdot (2 \cdot x - 1) = 10 \cdot x \quad / \cdot \frac{1}{2 \cdot x - 1} \Rightarrow y = \frac{10 \cdot x}{2 \cdot x - 1} \Rightarrow y = \frac{10 \cdot x - 5 + 5}{2 \cdot x - 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = \frac{10 \cdot x - 5}{2 \cdot x - 1} + \frac{5}{2 \cdot x - 1} \Rightarrow y = \frac{5 \cdot (2 \cdot x - 1)}{2 \cdot x - 1} + \frac{5}{2 \cdot x - 1} \Rightarrow y = \frac{5 \cdot (2 \cdot x - 1)}{2 \cdot x - 1} + \frac{5}{2 \cdot x - 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow y = 5 + \frac{5}{2 \cdot x - 1}. \end{aligned}$$

Razlomak $\frac{5}{2 \cdot x - 1}$ je prirodan broj, ako je 5 u brojniku djeljiv sa $2 \cdot x - 1$ u nazivniku.

To je moguće za

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot x - 1 = 1 \\ 2 \cdot x - 1 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot x = 1 + 1 \\ 2 \cdot x = 5 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot x = 2 \\ 2 \cdot x = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot x = 2 \quad / : 2 \\ 2 \cdot x = 6 \quad / : 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array} \right\}.$$

Računamo y .

$$\bullet \left. \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 5 + \frac{5}{2 \cdot x - 1} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{2 \cdot 1 - 1} \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{2 - 1} \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{1} \Rightarrow y = 5 + 5 \Rightarrow y = 10.$$

Nije rješenje jer je $y \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

$$\bullet \left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 5 + \frac{5}{2 \cdot x - 1} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{2 \cdot 3 - 1} \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{6 - 1} \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{5} \Rightarrow \\ \Rightarrow y = 5 + \frac{5}{5} \Rightarrow y = 5 + 1 \Rightarrow y = 6.$$

Traženi brojevi su 36.

Vježba 209

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 210 (Antun, gimnazija)

U skladištu je 6 sanduka jabuka. Njihove mase su: 15 kg, 16 kg, 18 kg, 19 kg, 20 kg, 31 kg. Dva kupca kupili su 5 sanduka. Drugi je uzeo dva puta više jabuka nego prvi kupac. Koji je sanduk ostao neprodan?

Rješenje 210

Ponovimo!

Za prirodni broj a kažemo da je djeljiv s prirodnim brojem b ako postoji prirodni broj q tako da vrijedi

$$a = b \cdot q.$$

Višekratnici prirodnog broja su svi brojevi koji su djeljivi s tim brojem. Prirodni broj ima beskonačno višekratnika. Na primjer, višekratnici broja n su: $1 \cdot n$, $2 \cdot n$, $3 \cdot n$, $4 \cdot n$, $5 \cdot n$, $6 \cdot n$, $7 \cdot n$, ...

Broj q zovemo količnikom brojeva a i b i pišemo

$$\frac{a}{b} = q \quad \text{ili} \quad a : b = q.$$

Primijetimo da ukupna masa pet prodanih sanduka jabuka mora biti djeljiva sa 3 (ukupna masa je tri puta veća od mase jabuka prvog kupca, $x + 2 \cdot x = 3 \cdot x$).

Masa svih 6 sanduka jabuka je

$$15 \text{ kg} + 16 \text{ kg} + 18 \text{ kg} + 19 \text{ kg} + 20 \text{ kg} + 31 \text{ kg} = 119 \text{ kg}.$$

Tada mase pet prodanih sanduka mogu iznositi:

- $119 \text{ kg} - 15 \text{ kg} = 104 \text{ kg}$
- $119 \text{ kg} - 16 \text{ kg} = 103 \text{ kg}$
- $119 \text{ kg} - 18 \text{ kg} = 101 \text{ kg}$
- $119 \text{ kg} - 19 \text{ kg} = 100 \text{ kg}$
- $119 \text{ kg} - 20 \text{ kg} = 99 \text{ kg} = 3 \cdot 33 \text{ kg}$
- $119 \text{ kg} - 31 \text{ kg} = 88 \text{ kg}$.

Neprodan je sanduk od 20 kg.

Vježba 210

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 211 (Antun, gimnazija)

Privatni poduzetnik dostavi za određeno vrijeme 600 komada proizvoda. Povećanjem proizvodnje uspio je napraviti dnevno 10 komada više zbog čega je dostava obavljena 3 dana ranije. Koliko je komada proizvoda napravio dnevno i koliko je povećanje proizvodnje?

Rješenje 211

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a ?

$$b - n = a, \quad b = a + n, \quad b - a = n.$$

Kako zapisati da je broj b za n manji od broja a ?

$$b+n=a \quad , \quad b=a-n \quad , \quad a-b=n.$$

Ako je vrijeme dostave x dana, tada je:

- dnevna proizvodnja prije povećanja

$$\frac{600}{x}$$

- dnevna proizvodnja poslije povećanja

$$\frac{600}{x-3}$$

Nakon povećanja proizvodnje napravi se 10 komada proizvoda više pa vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} \frac{600}{x} + 10 &= \frac{600}{x-3} \Rightarrow \frac{600}{x} + 10 = \frac{600}{x-3} \quad / \cdot x \cdot (x-3) \Rightarrow 600 \cdot (x-3) + 10 \cdot x \cdot x - 3 = 600 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 600 \cdot x - 1800 + 10 \cdot x^2 - 30 \cdot x = 600 \cdot x \Rightarrow 600 \cdot x - 1800 + 10 \cdot x^2 - 30 \cdot x = 600 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow -1800 + 10 \cdot x^2 - 30 \cdot x = 0 \Rightarrow 10 \cdot x^2 - 30 \cdot x - 1800 = 0 \Rightarrow 10 \cdot x^2 - 30 \cdot x - 1800 = 0 \quad / : 10 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 3 \cdot x - 180 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - 3 \cdot x - 180 = 0 \\ a = 1, b = -3, c = -180 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -3, c = -180 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-180)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 720}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{729}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm 27}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{3+27}{2} \\ x_2 = \frac{3-27}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{30}{2} \\ x_2 = -\frac{24}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{30}{2} \\ x_2 = -\frac{24}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 15 \\ x_2 = -12 \text{ nema smisla, broj proizvoda je pozitivan broj} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = 15. \end{aligned}$$

Vrijeme dostave je:

- prije povećanja proizvodnje $x = 15$ dana
- poslije povećanja proizvodnje $x = 15 - 3 = 12$ dana.

Dnevna proizvodnja iznosi:

- prije povećanja $\frac{600}{15} = 40$ komada proizvoda
- poslije povećanja $\frac{600}{12} = 50$ komada proizvoda.

Vježba 211

Odmor!

Rezultat: ...

Zadatak 212 (Melita, srednja škola)

Vozač treba prevaliti put od mjesta A do mjesta B dug 600 km. Prva dva sata vozio je brzinom 60 km/h, a ostatak puta brzinom 80 km/h. Koliko mu je vremena trebalo da stigne iz mjesta A u mjesto B?

Rješenje 212

Ponovimo!

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Dva sata vozač je vozio brzinom 60 km / h i prevalio put dug

$$60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 2 \text{ h} = 120 \text{ km}.$$

Do mjesta B ostalo je

$$600 \text{ km} - 120 \text{ km} = 480 \text{ km}.$$

Taj dio puta vozio je brzinom 80 km / h i prešao ga za

$$\frac{480 \text{ km}}{80 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 6 \text{ h}.$$

Vozaču treba 8 sati da bi stigao iz mjesta A u mjesto B.

$$2 \text{ h} + 6 \text{ h} = 8 \text{ h}.$$

2. inačica

Neka je t vrijeme za koje vozač prevali put od mjesta A do mjesta B.

Dva sata vozio je brzinom 60 km / h pa je prešao put

$$s_1 = 60 \cdot 2 \text{ km}.$$

Ostatak puta vozio je brzinom 80 km / h za vrijeme $t - 2$ pa je prevalio put

$$s_2 = 80 \cdot (t - 2) \text{ km}.$$

Vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} s_1 + s_2 = 600 &\Rightarrow 60 \cdot 2 + 80 \cdot (t - 2) = 600 \Rightarrow 120 + 80 \cdot t - 160 = 600 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 80 \cdot t = 600 - 120 + 160 \Rightarrow 80 \cdot t = 640 \Rightarrow 80 \cdot t = 640 \quad /: 80 \Rightarrow t = 8 \text{ h}. \end{aligned}$$

Vježba 212

Vozač treba prevaliti put od mjesta A do mjesta B dug 1800 km. Prva dva sata vozio je brzinom 60 km / h, a ostatak puta brzinom 80 km / h. Koliko mu je vremena trebalo da stigne iz mjesta A u mjesto B?

Rezultat: 23 h.