

Zadatak 161 (Edy, gimnazija)

Za dovršenje nekog posla radniku A potrebno je 11 dana, dok je radniku B za taj isti posao potrebno 13 dana. Koliko bi vremena bilo potrebno za dovršenje tog posla, ako bi A i B radili zajedno?

Rješenje 161

Ponovimo!

$$1 \text{ dan} = 24 \text{ sata}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}, \quad \frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{b}{a}}$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Problem svodimo na promatranje dijela događaja u jedinici vremena.

U jednom danu:

- radnik A dovrši $\frac{1}{11}$ posla
- radnik B dovrši $\frac{1}{13}$ posla.

Radeći zajedno u jednom danu dovrše

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{13} = \frac{13+11}{143} = \frac{24}{143}$$

posla.

Označimo li slovom x vrijeme za koje dovrše cijeli posao možemo napisati jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{24}{143} \cdot x = 1 &\Rightarrow \frac{24}{143} \cdot x = 1 \quad / \cdot \frac{143}{24} \Rightarrow x = \frac{143}{24} \Rightarrow x = 5.958333333 \Rightarrow \\ x = 5 \text{ dana} + 0.958333333 \text{ dana} &\Rightarrow x = 5 \text{ dana} + 0.958333333 \cdot 24 \text{ sata} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = 5 \text{ dana} + 23 \text{ sata}. \end{aligned}$$

2. inačica

Problem svodimo na promatranje dijela događaja u jedinici vremena.

U jednom danu:

- radnik A dovrši $\frac{1}{11}$ posla
- radnik B dovrši $\frac{1}{13}$ posla

pa zajedno dovrše

$$\frac{1}{11} + \frac{1}{13} = \frac{13+11}{143} = \frac{24}{143} = \frac{1}{\frac{143}{24}} = \frac{1}{\frac{120+23}{24}} = \frac{1}{\frac{120}{24} + \frac{23}{24}} = \frac{1}{5 + \frac{23}{24}}$$

Zajedno će dovršiti cijeli posao za 5 dana i 23 sata.

Vježba 161

Za dovršenje nekog posla radniku A potrebno je 13 dana, dok je radniku B za taj isti posao potrebno 11 dana. Koliko bi vremena bilo potrebno za dovršenje tog posla, ako bi A i B radili zajedno?

Rezultat: 5 dana + 23 sata.

Zadatak 162 (Ivan, gimnazija)

Između nekoliko osoba treba razdijeliti 72 kune tako da svatko dobije jednak iznos. Kad bi ih bilo tri manje, svatko bi dobio četiri kune više. Koliko ukupno ima osoba?

- A. 12 B. 9 C. 8 D. 6

Rješenje 162

Ponovimo!

$$a \cdot \frac{b}{a} = b \quad , \quad a \cdot a = a^2 .$$

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d .$$

Neka je x broj osoba. Kada se 72 kn dijele na jednake dijelove svatko će dobiti

$$\frac{72}{x}$$

kuna.

Kada bi bile tri osobe manje

$$x-3,$$

svatko bi dobio 4 kune više

$$\frac{72}{x} + 4$$

pa vrijedi jednačina:

$$\begin{aligned} (x-3) \cdot \left(\frac{72}{x} + 4 \right) &= 72 \Rightarrow 72 - \frac{216}{x} + 4 \cdot x - 12 = 72 \Rightarrow 72 - \frac{216}{x} + 4 \cdot x - 12 = 72 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -\frac{216}{x} + 4 \cdot x - 12 = 0 \Rightarrow -\frac{216}{x} + 4 \cdot x - 12 = 0 \quad / \cdot x \Rightarrow -216 + 4 \cdot x^2 - 12 \cdot x = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot x^2 - 12 \cdot x - 216 = 0 \Rightarrow 4 \cdot x^2 - 12 \cdot x - 216 = 0 \quad / : 4 \Rightarrow x^2 - 3 \cdot x - 54 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - 3 \cdot x - 54 = 0 \\ a = 1, b = -3, c = -54 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -3, c = -54 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 216}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{225}}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm 15}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{3-15}{2} \\ x_2 = \frac{3+15}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{-12}{2} \\ x_2 = \frac{18}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = -6 \text{ nema smisla} \\ x_2 = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 9. \end{aligned}$$

Odgovor je pod B.

Vježba 162

Između nekoliko osoba treba razdijeliti 48 kuna tako da svatko dobije jednak iznos. Kad bi ih bilo dvoje manje, svatko bi dobio dvije kune više. Koliko ukupno ima osoba?

- A. 12 B. 9 C. 8 D. 6

Rezultat: C.

Zadatak 163 (Marijan, gimnazija)

Radnik A završi jedan posao za 8 dana, radnik B za 12 dana. Koliko dugo su radili zajedno, ako radnik B završi ostatak posla za 2 dana?

- A. 4 dana B. 6 dana C. 3 dana D. 4.5 dana

Rješenje 163

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Problem svodimo na promatranje dijela događaja u jedinici vremena.

U jednom danu:

- radnik A dovrši $\frac{1}{8}$ posla
- radnik B dovrši $\frac{1}{12}$ posla.

Radeći zajedno u jednom danu dovrše

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{3+2}{24} = \frac{5}{24}$$

posla.

Neka je x broj dana koji su A i B radili zajedno. Nakon toga radniku B preostalo je 2 dana da dovrši

ostatak posla, tj. $\frac{2}{12}$. Dakle, zajedno su obavili $\frac{10}{12}$ posla kojeg bi radnik B sam napravio.

$$\frac{5}{24} \cdot x = \frac{10}{12} \Rightarrow \frac{5}{24} \cdot x = \frac{10}{12} \cdot \frac{24}{5} \Rightarrow x = \frac{10}{12} \cdot \frac{24}{5} \Rightarrow x = \frac{10}{12} \cdot \frac{24}{5} \Rightarrow x = 4.$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

$$\begin{aligned} \frac{5}{24} \cdot x + \frac{2}{12} &= 1 \Rightarrow \frac{5}{24} \cdot x + \frac{2}{12} = 1 \quad / \cdot 24 \Rightarrow 5 \cdot x + 4 = 24 \Rightarrow 5 \cdot x = 24 - 4 \Rightarrow 5 \cdot x = 20 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5 \cdot x = 20 \quad / : 5 \Rightarrow x = 4. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 163

Radnik A završi jedan posao za 8 dana, radnik B za 12 dana. Koliko dugo su radili zajedno, ako radnik B završi ostatak posla za 4 dana?

- A. 4.2 dana B. 3.2 dana C. 3 dana D. 5 dana

Rezultat: B.

Zadatak 164 (Elvis, srednja škola)

Dva radnika mogu završiti neki posao za 12 dana. Poslije zajedničkog rada od 5 dana jedan se razbolio pa je drugi sam nastavio raditi i dovršio je posao za sljedećih 17.5 dana. Za koliko dana može taj posao završiti svaki radnik radeći sam?

Rješenje 164

Ponovimo!

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}, \quad n = \frac{n}{1}$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Neka je x broj dana za koji bi prvi radnik sam obavio cijeli posao. Tada bi za jedan dan napravio $\frac{1}{x}$ dio posla.

Neka je y broj dana za koji bi drugi radnik sam obavio cijeli posao. Tada bi za jedan dan napravio $\frac{1}{y}$ dio posla. Radeći zajedno za jedan dan napravit će

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

dijela posla.

Budući da ukupan posao mogu završiti za 12 dana, vrijedi jednačba

$$12 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1 \Rightarrow \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1.$$

Poslije zajedničkog rada od 5 dana drugi je sam nastavio raditi i dovršio posao za sljedećih 17.5 dana. Zato možemo napisati jednačbu

$$5 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) + \frac{17.5}{y} = 1 \Rightarrow \frac{5}{x} + \frac{5}{y} + \frac{17.5}{y} = 1 \Rightarrow \frac{5}{x} + \frac{22.5}{y} = 1.$$

Iz sustava jednačbi dobiju se tražena rješenja x i y .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ \frac{5}{x} + \frac{22.5}{y} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \quad / \cdot (-5) \\ \frac{5}{x} + \frac{22.5}{y} = 1 \quad / \cdot 12 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{60}{x} - \frac{60}{y} = -5 \\ \frac{60}{x} + \frac{270}{y} = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{210}{y} = 7 \Rightarrow \frac{210}{y} = \frac{7}{1} \Rightarrow \frac{210}{y} = \frac{7}{1} \quad / \cdot y \Rightarrow 210 = 7 \cdot y \Rightarrow 7 \cdot y = 210 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot y = 210 \quad / : 7 \Rightarrow y = 30.$$

Računamo x .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ y = 30 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12}{x} + \frac{12}{30} = 1 \Rightarrow \frac{12}{x} + \frac{12}{30} = 1 \Rightarrow \frac{12}{x} + \frac{2}{5} = 1 \Rightarrow \frac{12}{x} + \frac{2}{5} = 1 \quad / \cdot 5 \cdot x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60 + 2 \cdot x = 5 \cdot x \Rightarrow 2 \cdot x - 5 \cdot x = -60 \Rightarrow -3 \cdot x = -60 \Rightarrow -3 \cdot x = -60 \quad / : (-3) \Rightarrow x = 20.$$



Vježba 164

Dva radnika mogu završiti neki posao za 12 dana. Poslije zajedničkog rada od 5 dana jedan se razbolio pa je drugi sam nastavio raditi i dovršio je posao za sljedećih 17.5 dana. Za koliko dana može taj posao završiti prvi radnik sam radeći sam?

Rezultat: 20 dana.

Zadatak 165 (4A, 4B, TUPŠ)

Otac je star 52 godine, a njegovi sinovi 24 i 18 godina. Za koliko će godina otac biti star koliko oba njegova sina zajedno?

A. 5 B. 7 C. 10 D. 12

Rješenje 165

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Napišimo godine starosti oca i njegovih sinova.

otac	stariji sin	mlađi sin
52	24	18

Njihove godine starosti nakon x godina iznosit će:

otac	stariji sin	mlađi sin
$52+x$	$24+x$	$18+x$

Budući da je tada otac star koliko oba njegova sina zajedno, vrijedi jednačica:

$$\begin{aligned} 52+x &= (24+x) + (18+x) \Rightarrow 52+x = 24+x+18+x \Rightarrow 52+x = 24+x+18+x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 52 = 24+18+x \Rightarrow 52 = 42+x \Rightarrow 42+x = 52 \Rightarrow x = 52-42 \Rightarrow x = 10. \end{aligned}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 165

Otac je star 50 godine, a njegovi sinovi 23 i 17 godina. Za koliko će godina otac biti star koliko oba njegova sina zajedno?

A. 5 B. 7 C. 10 D. 12

Rezultat: C.

Zadatak 166 (4A, 4B, TUPŠ)

Određenu količinu šećera treba spremiti u pripremljene pakete. Stavi li se u svaki paket 18 kg šećera, ostat će 10 praznih paketa. Ako se u svaki paket stavi 14 kg šećera, ostat će 180 kg šećera koji nije spakiran. Koliko paketa imamo na raspolaganju? Kolika je ukupna količina šećera?

Rješenje 166

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Neka je:

- x – količina šećera u kilogramima
- y – broj paketa.

Ako se u svaki paket stavi 18 kg šećera, potrebno je $y - 10$ paketa (ostalo je 10 praznih paketa) pa vrijedi jednačica

$$18 \cdot (y-10) = x \Rightarrow 18 \cdot y - 180 = x.$$

Ako se u svaki paket stavi 14 kg šećera, uporabi se svih y paketa, ali 180 kg šećera ostaje nepakirano pa možemo napisati jednačicu

$$14 \cdot y + 180 = x.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo x i y.

$$\left. \begin{array}{l} 18 \cdot y - 180 = x \\ 14 \cdot y + 180 = x \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array} \right] \Rightarrow 18 \cdot y - 180 = 14 \cdot y + 180 \Rightarrow \\ \Rightarrow 18 \cdot y - 14 \cdot y = 180 + 180 \Rightarrow 4 \cdot y = 360 \Rightarrow 4 \cdot y = 360 \text{ / : } 4 \Rightarrow y = 90.$$

Računamo x.

$$\left. \begin{array}{l} x = 18 \cdot (y - 10) \\ y = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 18 \cdot (90 - 10) \Rightarrow x = 18 \cdot 80 \Rightarrow x = 1440 \text{ kg.}$$



Vježba 166

Određenu količinu šećera treba spremiti u pripremljene pakete. Stavi li se u svaki paket 1800 dag šećera, ostat će 10 praznih paketa. Ako se u svaki paket stavi 1400 dag šećera, ostat će 18000 dag šećera koji nije spakiran. Koliko paketa imamo na raspolaganju? Kolika je ukupna količina šećera?

Rezultat: 90, 1440 kg.

Zadatak 167 (Antonio, srednja škola)

Autobus je od jednog grada do drugog i natrag vozio 6 sati i 12 minuta. Prosječna brzina u jednom smjeru bila mu je 80 km / h, a u drugom 75 km / h. Koliki je put autobus prešao? (Prosječna brzina je omjer prijeđenog puta i vremena.)

A. 480 km B. 480.5 km C. 481 km D. 481.5 km

Rješenje 167

$$t = 6 \text{ h } 12 \text{ min} = 6 \text{ h} + \frac{12}{60} \text{ h} = 6.2 \text{ h}, \quad v_1 = 80 \text{ km / h}, \quad v_2 = 75 \text{ km / h}, \quad s_u = ?$$

Ponovimo!

Prosječna brzina je omjer prijeđenog puta i vremena

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v},$$

gdje je v brzina, s put, t vrijeme.

Odredimo vremena vožnje na putu s:

- u jednom smjeru

$$t_1 = \frac{s}{v_1}$$

- u suprotnom smjeru

$$t_2 = \frac{s}{v_2}.$$

Budući da je autobus od jednog grada do drugog i natrag vozio u vremenu t, vrijedi:

$$t_1 + t_2 = t \Rightarrow \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} = t \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) = t \Rightarrow s \cdot \frac{v_2 + v_1}{v_1 \cdot v_2} = t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s \cdot \frac{v_1 + v_2}{v_1 \cdot v_2} = t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow s = t \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow s = 6.2 \text{ h} \cdot \frac{80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 75 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{80 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 75 \frac{\text{km}}{\text{h}}} \Rightarrow s = 240 \text{ km}.$$

Put između gradova je 240 km pa je autobus u oba smjera prešao

$$s_u = 2 \cdot s \Rightarrow s_u = 2 \cdot 240 \text{ km} \Rightarrow s_u = 480 \text{ km}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 167

Autobus je od jednog grada do drugog i natrag vozio 12 sati i 24 minuta. Prosječna brzina u jednom smjeru bila mu je 80 km / h, a u drugom 75 km / h. Koliki je put autobus prešao? (Prosječna brzina je omjer prijeđenog puta i vremena.)

- A. 960 km B. 960.5 km C. 961 km D. 961.5 km

Rezultat: A.

Zadatak 168 (Željko, srednja škola)

Na početku skupštine broj nazočnih bio je pet puta veći od broja odsutnih. Za vrijeme rada skupštine stigao je još jedan član pa je nazočnih bilo šest puta više od odsutnih. Koliko je članova u skupštini?

Rješenje 168

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Kako zapisati da je broj a n puta veći od broja b?

$$a = n \cdot b, \quad \frac{a}{n} = b, \quad \frac{a}{b} = n.$$

Neka je:

- x broj odsutnih članova
- y broj nazočnih članova.

Rečenicu "Na početku skupštine broj nazočnih bio je pet puta veći od broja odsutnih." zapišimo ovako u obliku jednadžbe:

$$y = 5 \cdot x.$$

Rečenicu "Za vrijeme rada skupštine stigao je još jedan član pa je nazočnih bilo šest puta više od odsutnih." zapišimo ovako u obliku jednadžbe:

$$y + 1 = 5 \cdot (x - 1).$$

Iz sustava jednadžbi dobijemo vrijednosti za x i y.

$$\left. \begin{array}{l} y = 5 \cdot x \\ y + 1 = 5 \cdot (x - 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow 5 \cdot x + 1 = 5 \cdot (x - 1) \Rightarrow 5 \cdot x + 1 = 5 \cdot x - 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x - 5 \cdot x = -6 - 1 \Rightarrow -x = -7 \Rightarrow -x = -7 \cdot (-1) \Rightarrow x = 7.$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} y = 5 \cdot x \\ x = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 5 \cdot 7 \Rightarrow y = 35.$$

Skupština broji 42 člana.

$$x + y = 7 + 35 \Rightarrow x + y = 42.$$

Vježba 168

Na početku skupštine broj odsutnih bio je pet puta manji od broja nazočnih. Za vrijeme rada skupštine stigao je još jedan član pa je nazočnih bilo šest puta više od odsutnih. Koliko je članova u skupštini?

Rezultat: 42.

Zadatak 169 (Željko, srednja škola)

U razredu 12 % učenika nije riješilo zadatak, 32 % ga je riješilo djelomično, a 14 učenika je riješilo zadatak točno. Koliko je učenika bilo u razredu?

Rješenje 169

Ponovimo!

Postotak je razlomak s nazivnikom 100. Na primjer, $3\% = \frac{3}{100}$, $29\% = \frac{29}{100}$, $p\% = \frac{p}{100}$.

Kako se računa $p\%$ od a ? Odgovor je:

$$\frac{p}{100} \cdot a.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

1. inačica

Neka je x broj učenika u razredu. Prema uvjetima zadatka možemo napisati jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{12}{100} \cdot x + \frac{32}{100} \cdot x + 14 &= x \Rightarrow \frac{12}{100} \cdot x + \frac{32}{100} \cdot x + 14 = x \cdot \frac{100}{100} \Rightarrow 12 \cdot x + 32 \cdot x + 1400 = 100 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 12 \cdot x + 32 \cdot x - 100 \cdot x &= -1400 \Rightarrow -56 \cdot x = -1400 \Rightarrow -56 \cdot x = -1400 \quad /: (-56) \Rightarrow \\ \Rightarrow x &= 25. \end{aligned}$$

2. inačica

Neka je x broj učenika u razredu. Ako 12 % učenika nije riješilo zadatak, 32 % riješilo je djelomično zadatak, onda ostaje 56 % učenika koji su točno riješili zadatak.

$$100\% - 12\% - 32\% = 56\%.$$

Dakle, 14 učenika je 56 % učenika razreda pa vrijedi jednadžba:

$$\frac{56}{100} \cdot x = 14 \Rightarrow \frac{56}{100} \cdot x = 14 \quad / \cdot \frac{100}{56} \Rightarrow x = 25.$$

Vježba 169

U razredu 32 % učenika nije riješilo zadatak, 12 % ga je riješilo djelomično, a 14 učenika je riješilo zadatak točno. Koliko je učenika bilo u razredu?

Rezultat: 25.

Zadatak 170 (Larisa, gimnazija)

Putnik je putovao 6 sati i prešao je put od 520 km. Prvih 260 km puta putovao je automobilom, a ostatak puta vlakom. Prosječna je brzina automobila dvostruko veća od prosječne brzine vlaka. Kolika je prosječna brzina vlaka?

$$A. 65 \frac{km}{h} \quad B. 76 \frac{km}{h} \quad C. 86.7 \frac{km}{h} \quad D. 97.5 \frac{km}{h}$$

Rješenje 170

Ponovimo!

$$\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$$

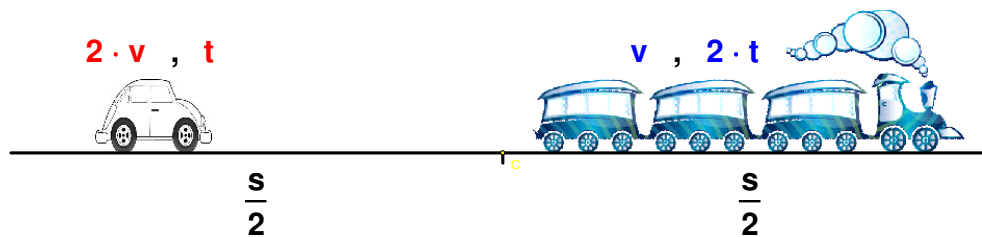
Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Podijelimo li prijedeni put s sa vremenskim intervalom t za koji smo prešli put dobit ćemo srednju brzinu

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$t = 6 \text{ h}, \quad s = 520 \text{ km}, \quad s_1 = 260 \text{ km}, \quad v_a = 2 \cdot v, \quad v_v = v, \quad v_v = ?$$



1. inačica

Prvi dio puta $s_1 = 260 \text{ km}$ putnik je prešao automobilom za vrijeme t_1 .

$$t_1 = \frac{s_1}{v_a} \Rightarrow t_1 = \frac{260}{2 \cdot v} \Rightarrow t_1 = \frac{260}{2 \cdot v} \Rightarrow t_1 = \frac{130}{v}$$

Drugi dio puta

$$s_2 = s - s_1 \Rightarrow s_2 = 520 \text{ km} - 260 \text{ km} \Rightarrow s_2 = 260 \text{ km}$$

putnik je prevalio vlakom za vrijeme t_2 .

$$t_2 = \frac{s_2}{v_v} \Rightarrow t_2 = \frac{260}{v}$$

Budući da je ukupno vrijeme putovanja $t = 6 \text{ h}$, vrijedi:

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 = t &\Rightarrow \frac{130}{v} + \frac{260}{v} = 6 \Rightarrow \frac{130 + 260}{v} = 6 \Rightarrow \frac{390}{v} = 6 \Rightarrow \frac{390}{v} = 6 \cdot v \Rightarrow \\ &\Rightarrow 390 = 6 \cdot v \Rightarrow 6 \cdot v = 390 \Rightarrow 6 \cdot v = 390 \quad /: 6 \Rightarrow v = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

Prosječna brzina vlaka iznosi

$$v_v = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Putnik je prešao jednake putove automobilom i vlakom.

$$s_1 = s_2 = 260 \text{ km}$$

Budući da je brzina automobila dvostruko veća od brzine vlaka, vrijeme automobila t_1 bit će dva puta manje od vremena vlaka t_2 .

$$t_1 = \frac{1}{2} \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = 2 \cdot t_1$$

Ukupno je vrijeme putovanja $t = 6 \text{ h}$ pa možemo napisati sustav jednačbi i izračunati t_1 i t_2 .

$$\left. \begin{array}{l} t_2 = 2 \cdot t_1 \\ t_1 + t_2 = t \end{array} \right\} \Rightarrow t_1 + 2 \cdot t_1 = 6 \Rightarrow 3 \cdot t_1 = 6 \Rightarrow 3 \cdot t_1 = 6 \text{ } / : 3 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ h.}$$

Računamo t_2 .

$$\left. \begin{array}{l} t_2 = 2 \cdot t_1 \\ t_1 = 2 \text{ h} \end{array} \right\} \Rightarrow t_2 = 2 \cdot 2 \text{ h} \Rightarrow t_2 = 4 \text{ h.}$$

Prvi dio puta $s_1 = 260 \text{ km}$ putnik je prešao automobilom za vrijeme t_1 .

$$t_1 = \frac{s_1}{v_a} \Rightarrow 2 = \frac{260}{2 \cdot v} \Rightarrow 2 = \frac{260}{2 \cdot v} \Rightarrow 2 = \frac{130}{v} \Rightarrow 2 = \frac{130}{v} \text{ } / \cdot \frac{v}{2} \Rightarrow v = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Prosječna brzina vlaka iznosi

$$v_v = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod A.

Ili ovako:

Drugi dio puta $s_2 = 260 \text{ km}$ putnik je prešao vlakom za vrijeme t_2 .

$$t_2 = \frac{s_2}{v_v} \Rightarrow 4 = \frac{260}{v} \Rightarrow 2 = \frac{260}{v} \text{ } / \cdot \frac{v}{4} \Rightarrow v = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Prosječna brzina vlaka iznosi

$$v_v = 65 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 170

Putnik je putovao 6 sati i prešao je put od 520 km. Prvu polovicu puta putovao je vlakom, a ostatak puta automobilom. Prosječna je brzina automobila dvostruko veća od prosječne brzine vlaka. Kolika je prosječna brzina vlaka?

A. $65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ B. $76 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ C. $86.7 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ D. $97.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Rezultat: A.

Zadatak 171 (Domagoj, gimnazija)

Zapaljene su dvije svijeće različitih duljina. Prvoj treba 3.5 sati da sasvim izgori, a drugoj 5 sati. Prva je svijeća dulja od druge. Ako znamo da su nakon 2 sata od početka gorenja one bile jednake duljine, koliki je bio omjer njihovih duljina na samom početku?

Rješenje 171

Ponovimo!

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}, \quad n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, n \neq 0, n \neq 1.$$



Probleme ovog tipa svodimo na promatranje 'količine' događaja u **jedinici** vremena. Neka su a i b duljine prve i druge svijeće pri čemu je $a > b$.

U jednom satu izgori:

- $\frac{1}{3.5} = \frac{1 \cdot 2}{3.5 \cdot 2} = \frac{2}{7}$ prve svijeće
- $\frac{1}{5}$ druge svijeće.

Nakon dva sata izgori:

- $2 \cdot \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ prve svijeće
- $2 \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$ druge svijeće.

Nakon dva sata preostalo je:

- $\left(1 - \frac{4}{7}\right) \cdot a = \left(\frac{1}{1} - \frac{4}{7}\right) \cdot a = \frac{7-4}{7} \cdot a = \frac{3}{7} \cdot a$ prve svijeće
- $\left(1 - \frac{2}{5}\right) \cdot b = \left(\frac{1}{1} - \frac{2}{5}\right) \cdot b = \frac{5-2}{5} \cdot b = \frac{3}{5} \cdot b$ druge svijeće.

Prema uvjetu zadatka slijedi:

$$\frac{3}{7} \cdot a = \frac{3}{5} \cdot b \Rightarrow \frac{3}{7} \cdot a = \frac{3}{5} \cdot b \cdot \frac{7}{3 \cdot b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{7}{5} \Rightarrow a : b = 7 : 5.$$

Vježba 171

Zapaljene su dvije svijeće različitih duljina. Prvoj treba 3 sata da sasvim izgori, a drugoj 5 sati. Prva je svijeća dulja od druge. Ako znamo da su nakon 2 sata od početka gorenja one bile jednake duljine, koliki je bio omjer njihovih duljina na samom početku?

Rezultat: $a : b = 9 : 5$.

Zadatak 172 (Antonio, bivši srednjoškolac)

Gospodin je kupio sat, lančić i privjesak te platio 216 kn. Cijena sata i privjeska jednaka je cijeni 3 lančića. Lančić i privjesak jednaki su cijeni polovice sata. Nađite njihove cijene.

Rješenje 172

Ponovimo!

Kako zapisati da je a jednako polovici od b ?

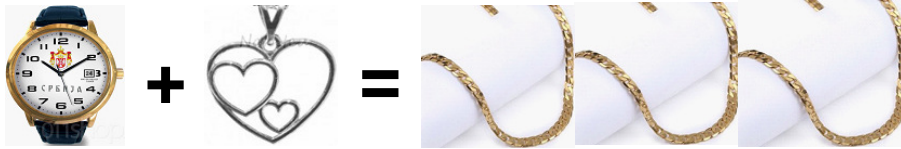
$$a = \frac{b}{2}, \quad 2 \cdot a = b, \quad \frac{b}{a} = 2.$$

Neka je:

- x – cijena sata
- y – cijena lančića
- z – cijena privjeska.

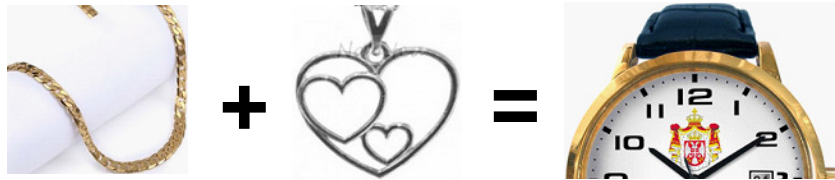
Ako je gospodin platio sat, lančić i privjesak 216 kn tu rečenicu možemo zapisati u obliku jednadžbe:

$$x + y + z = 216.$$



Rečenicu "Cijena sata i privjeska jednaka je cijeni 3 lančića." zapisat ćemo na ovaj način:

$$x + z = 3 \cdot y.$$



Rečenicu "Lančić i privjesak jednaki su cijeni polovice sata." preoblikujemo u sljedeću jednadžbu:

$$y + z = \frac{1}{2} \cdot x.$$

Dobili smo tri jednadžbe sa tri nepoznanice:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 216 \\ x + z = 3 \cdot y \\ y + z = \frac{1}{2} \cdot x \end{array} \right\}.$$

Računamo cijenu lančića y .

$$\left. \begin{array}{l} x + z = 3 \cdot y \\ x + y + z = 216 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + z = 3 \cdot y \\ x + z + y = 216 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \cdot y + y = 216 \Rightarrow 4 \cdot y = 216 \Rightarrow \\ \Rightarrow 4 \cdot y = 216 \quad /: 4 \Rightarrow y = 54 \text{ kn.}$$

Računamo cijenu sata x .

$$\left. \begin{array}{l} y + z = \frac{1}{2} \cdot x \\ x + y + z = 216 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{2} \cdot x = 216 \\ x + \frac{1}{2} \cdot x = 216 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot x + x = 432 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot x = 432 \Rightarrow 3 \cdot x = 432 \quad /: 3 \Rightarrow x = 144 \text{ kn.}$$

Računamo cijenu privjeska z .

$$\left. \begin{array}{l} x = 144, \quad y = 54 \\ x + y + z = 216 \end{array} \right\} \Rightarrow 144 + 54 + z = 216 \Rightarrow z = 216 - 144 - 54 \Rightarrow z = 18 \text{ kn.}$$

Vježba 172

Gospodin je kupio sat, lančić i privjesak te platio 216 kn. Cijena sata i privjeska jednaka je cijeni 3 lančića. Dva lančića i dva privjeska jednaki su cijeni sata. Nadite njihove cijene.

Rezultat: Sat 144 kn, lančić 54 kn, privjesak 18 kn.

Zadatak 173 (Zvonimir, gimnazija)

Dva su biciklista jedan od drugog udaljeni 84 km. Voze li jedan prema drugome jednolikom brzinom srest će se za 3 sata. Vozi li jedan za drugim brži će stići sporijeg za 12 sati. Kolike su njihove brzine?

Rješenje 173

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba, t vrijeme.

Označimo slovima x i y brzine biciklista. Neka je x veće od y .

Kada se gibaju jedan prema drugome srest će se za 3 sata pa za ukupni prevaljeni put vrijedi:

$$3 \cdot x + 3 \cdot y = 84 \Rightarrow 3 \cdot (x+y) = 84 \Rightarrow 3 \cdot (x+y) = 84 \quad /: 3 \Rightarrow x+y = 28.$$

Kada se gibaju jedan iza drugoga brži biciklist mora prijeći udaljenost 84 km i put što ga za 12 sati prevali sporiji biciklist.

$$12 \cdot x = 84 + 12 \cdot y \Rightarrow 12 \cdot x - 12 \cdot y = 84 \Rightarrow 12 \cdot (x-y) = 84 \Rightarrow 12 \cdot (x-y) = 84 \quad /: 12 \Rightarrow x-y = 7.$$

Dobili smo sustav jednačbi.

$$\left. \begin{array}{l} x+y=28 \\ x-y=7 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenta} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot x = 35 \Rightarrow 2 \cdot x = 35 \quad /: 2 \Rightarrow x = 17.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Računamo y .

$$\left. \begin{array}{l} x+y=28 \\ x=17.5 \end{array} \right\} \Rightarrow 17.5+y=28 \Rightarrow y=28-17.5 \Rightarrow y=10.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$



Vježba 173

Dva su biciklista jedan od drugog udaljeni 168 km. Voze li jedan prema drugome jednolikom brzinom srest će se za 6 sati. Vozi li jedan za drugim brži će stići sporijeg za 24 sata. Kolike su njihove brzine?

Rezultat: 17.5 km / h, 10.5 km / h.

Zadatak 174 (Mario, gimnazija)

Ani je pukla ogrlica. Jednu trećinu perlica našla je na podu, jednu četvrtinu na stolu, jednu petinu na naslonjaču, a jedna se šestina zadržala na niti. Na kraju su nedostajale 3 perlice. Koliko je perlica bilo na ogrlici prije raspadanja?

Rješenje 174

Ponovimo!

Kako izračunati $\frac{a}{b}$ od x ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Neka je x ukupan broj perlica na ogrlici. Nađeno je:

- jedna trećina perlica na podu

$$\frac{1}{3} \cdot x$$

- jedna četvrtina perlica na stolu

$$\frac{1}{4} \cdot x$$

- jedna petina perlica na naslonjaču

$$\frac{1}{5} \cdot x$$

- jedna šestina se zadržala na niti

$$\frac{1}{6} \cdot x.$$

Budući da su na kraju nedostajale 3 perlice, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x + 3 &= x \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + \frac{1}{5} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x + 3 = x \quad / \cdot 60 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 20 \cdot x + 15 \cdot x + 12 \cdot x + 10 \cdot x + 180 = 60 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 20 \cdot x + 15 \cdot x + 12 \cdot x + 10 \cdot x - 60 \cdot x = -180 \Rightarrow -3 \cdot x = -180 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -3 \cdot x = -180 \quad / : (-3) \Rightarrow x = 60. \end{aligned}$$



Vježba 174

Ani je pukla ogrlica. Jednu trećinu perlica našla je na podu, jednu četvrtinu na stolu, jednu petinu na naslonjaču, a jedna se šestina zadržala na niti. Na kraju su nedostajale 3 perlice. Koliko je perlica bilo na ogrlici prije raspadanja?

Rezultat: 60.

Zadatak 175 (Ana, gimnazija)

Koje vrijeme pokazuje sat u trenutku u kojemu vrijedi tvrdnja
Za pola sata će broj minuta koji nedostaje do 8:00 sati biti četiri puta veći od broja minuta koje su protekle od 7:00 sati?

Rješenje 175

Ponovimo!

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min.}$$

Kako zapisati "Broj b je n puta veći od broja a." ?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

Jedan sat (od 7:00 do 8:00) ima 60 minuta. Označimo sa x broj minuta koje su protekle od 7:00 sati. Tada je 60 - x broj minuta koje nedostaju do 8:00 sati. Iz uvjeta zadatka slijedi jednačina:

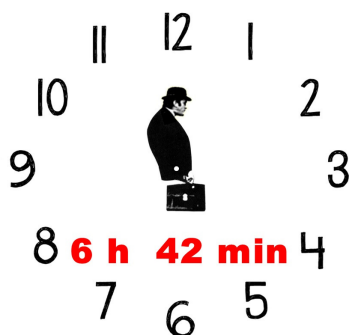
$$60 - x = 4 \cdot x \Rightarrow 4 \cdot x = 60 - x \Rightarrow 4 \cdot x + x = 60 \Rightarrow 5 \cdot x = 60 \Rightarrow 5 \cdot x = 60 \text{ : } 5 \Rightarrow x = 12.$$

Uvjet je ispunjen kada je

$$7 \text{ h } 12 \text{ min.}$$

Budući da će se to dogoditi za pola sata (30 min), vrijeme koje sat pokazuje je:

$$7 \text{ h } 12 \text{ min} - 30 \text{ min} = 6 \text{ h } 42 \text{ min} - 30 \text{ min} = 6 \text{ h } 12 \text{ min.}$$



Vježba 175

Koje vrijeme pokazuje sat u trenutku u kojemu vrijedi tvrdnja
Za pola sata će broj minuta koji nedostaje do 9:00 sati biti četiri puta veći od broja minuta koje su protekle od 8:00 sati?

Rezultat: 7 h 42 min.

Zadatak 176 (Ivana, gimnazija)

Skupina ljudi trebala je obaviti neki posao. Da su svi radili zajedno od početka, posao bi obavili za 20 sati. Međutim, oni su poslu pristupali u jednakim vremenskim razmacima i ostajali raditi do završetka posla. Za koliko su sati obavili posao, ako se zna da je radnik koji se posljednji priključio radio sedam puta kraće od onoga koji je posao započeo?

Rješenje 176

Ponovimo!

$$\frac{n}{n} = 1.$$

Kako se računa $\frac{a}{b}$ od x?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Neka je x broj sati koje je odradio prvi radnik. Radnik koji se posljednji priključio radio je sedam puta kraće, tj. radio je $\frac{x}{7}$ sati. Radnici su poslu pristupali u jednakim vremenskim razmacima pa zaključujemo da ih je ukupno bilo 7. Njihova vremena rada iznose:

- prvi radnik x sati
- drugi radnik $\frac{6}{7} \cdot x$ sati
- treći radnik $\frac{5}{7} \cdot x$ sati
- četvrti radnik $\frac{4}{7} \cdot x$ sati
- peti radnik $\frac{3}{7} \cdot x$ sati
- šesti radnik $\frac{2}{7} \cdot x$ sati
- sedmi radnik $\frac{1}{7} \cdot x$ sati.

Da je svih sedam radnika radilo od početka posao bi obavili za 20 sati. Prema tome, jedan radnik sam bi obavio posao za sedam puta više sati, tj. za 140 sati. Zato možemo napisati jednadžbu:

$$x + \frac{6}{7} \cdot x + \frac{5}{7} \cdot x + \frac{4}{7} \cdot x + \frac{3}{7} \cdot x + \frac{2}{7} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x = 140 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + \frac{6}{7} \cdot x + \frac{5}{7} \cdot x + \frac{4}{7} \cdot x + \frac{3}{7} \cdot x + \frac{2}{7} \cdot x + \frac{1}{7} \cdot x = 140 \quad / : 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x + 6 \cdot x + 5 \cdot x + 4 \cdot x + 3 \cdot x + 2 \cdot x + x = 980 \Rightarrow 28 \cdot x = 980 \Rightarrow 28 \cdot x = 980 \quad / : 28 \Rightarrow x = 35.$$

Posao su obavili za 35 sati, a toliko je radio prvi djelatnik.

Vježba 176

Skupina ljudi trebala je obaviti neki posao. Da su svi radili zajedno od početka, posao bi obavili za 40 sati. Međutim, oni su poslu pristupali u jednakim vremenskim razmacima i ostajali raditi do završetka posla. Za koliko su sati obavili posao, ako se zna da je radnik koji se posljednji priključio radio sedam puta kraće od onoga koji je posao započeo?

Rezultat: 70 sati.

Zadatak 177 (Roby, gimnazija)

Kupljene su dvije svijeće različite duljine i debljine. Dulja svijeća dogori cijela za 3.5 sati, a kraća za 5 sati. Svijeće su istodobno zapaljene. Nakon 2 sata njihove duljine postale su jednake. Za koliko je posto jedna svijeća veća, u početku, od druge?

Rješenje 177

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Decimalni broj piše se u obliku decimalnog razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadaska jedinica (10, 100, 1000, 10000, 100000, ...) koja ima toliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka na decimalnom mjestu, tj. iza decimalne točke ili decimalnog zareza).

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x poveća za p% ?

$$x + \frac{p}{100} \cdot x.$$

Neka su x i y duljine svijeća. Pretpostavimo da je $x > y$. Za jedan sat izgorjet će:

- prve svijeće

$$x : 3.5 = \frac{x}{1} : \frac{3.5}{10} = \frac{x}{1} \cdot \frac{10}{3.5} = \frac{10 \cdot x}{3.5} = \frac{10 \cdot x}{3.5} = \frac{2 \cdot x}{7}$$

- druge svijeće

$$y : 5 = \frac{y}{5}.$$

Poslije 2 sata izgorjelo je od:

- prve svijeće

$$\frac{2 \cdot x}{7} \cdot 2 = \frac{2 \cdot x}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{4 \cdot x}{7}$$

- druge svijeće

$$\frac{y}{5} \cdot 2 = \frac{y}{5} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \cdot y}{5}.$$

Znači da je poslije 2 sata ostalo od:

- prve svijeće

$$x - \frac{4 \cdot x}{7} = \frac{x}{1} - \frac{4 \cdot x}{7} = \frac{7 \cdot x - 4 \cdot x}{7} = \frac{3 \cdot x}{7}$$

- druge svijeće

$$y - \frac{2 \cdot y}{5} = \frac{y}{1} - \frac{2 \cdot y}{5} = \frac{5 \cdot y - 2 \cdot y}{5} = \frac{3 \cdot y}{5}.$$

Budući da su nakon 2 sata njihove duljine postale jednake, dobijemo jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{3 \cdot x}{7} &= \frac{3 \cdot y}{5} \Rightarrow \frac{3 \cdot x}{7} = \frac{3 \cdot y}{5} \quad / \cdot \frac{7}{3} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot y}{5} \Rightarrow x = 1.40 \cdot y \Rightarrow x = y + 0.40 \cdot y \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = y + \frac{40}{100} \cdot y \Rightarrow x = y + 40\% \cdot y. \end{aligned}$$

Prva svijeća dulja je za 40% od druge svijeće.



Vježba 177

Kupljene su dvije svijeće različite duljine i debljine. Dulja svijeća izgori cijela za 210 minuta, a kraća za 300 minuta. Svijeće su istodobno zapaljene. Nakon 120 minuta njihove duljine postale su jednake. Za koliko je posto jedna svijeća veća, u početku, od druge?

Rezultat: 40%.

Zadatak 178 (Marko, gimnazija)

Nakon sniženja cijene od 20% za 240 kn može se kupiti 1 m platna više nego što se prije sniženja moglo kupiti za 270 kn. Kolika je cijena platna prije sniženja?

Rješenje 178

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d},$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9 \% = \frac{9}{100}, \quad 81 \% = \frac{81}{100}, \quad 4.5 \% = \frac{4.5}{100}, \quad 547 \% = \frac{547}{100}, \quad p \% = \frac{p}{100}.$$

Kako se računa "... p% od x...?"

$$\frac{p}{100} \cdot x.$$

Kako zapisati da se x umanjuje za p% ?

$$x - \frac{p}{100} \cdot x.$$

Neka je x cijena platna prije sniženja. Tada se za 270 kn moglo kupiti

$$\frac{270}{x}$$

metara platna.

Nakon sniženja od 20% cijena platna je

$$x - \frac{20}{100} \cdot x = \frac{x}{1} - \frac{20}{100} \cdot x = \frac{100 \cdot x - 20 \cdot x}{100} = \frac{80 \cdot x}{100} = \frac{80 \cdot x}{100} = \frac{4 \cdot x}{5}.$$

Za 240 kn sada se može kupiti

$$240 : \frac{4 \cdot x}{5} = \frac{240}{1} : \frac{4 \cdot x}{5} = \frac{240}{1} \cdot \frac{5}{4 \cdot x} = \frac{240 \cdot 5}{4 \cdot x} = \frac{60 \cdot 5}{1 \cdot x} = \frac{300}{x}$$

metara platna.

Prema uvjetu zadatka dobijemo jednadžbu:

$$\frac{300}{x} - \frac{270}{x} = 1 \Rightarrow \frac{300 - 270}{x} = 1 \quad / \cdot x \Rightarrow 300 - 270 = x \Rightarrow 30 = x \Rightarrow x = 30.$$

Prije sniženja cijena platna bila je 30 kn.

Vježba 178

Nakon sniženja cijene od 20% za 240 kn može se kupiti 1 m platna više nego što se prije sniženja moglo kupiti za 270 kn. Kolika je cijena platna poslije sniženja?

Rezultat: 24 kn.

Zadatak 179 (Matija, gimnazija)

Ako bi se iz veće posude presipala jedna petina količine brašna u manju posudu, količine brašna u objema posudama bile bi iste. Ako bi se iz manje posude presipalo 1.5 kg brašna u veću posudu, u većoj bi posudi bilo tri puta više brašna nego u manjoj. Koliko je kilograma brašna u manjoj posudi?

Rješenje 179

Ponovimo!

Kako zapisati n – ti dio od broja x?

$$\frac{1}{n} \cdot x \quad \text{ili} \quad \frac{x}{n}$$

Kako zapisati da je broj a n puta veći od broja b?

$$a = n \cdot b \quad , \quad \frac{a}{n} = b \quad , \quad \frac{a}{b} = n.$$

Neka je:

- x broj kilograma brašna u većoj posudi
- y broj kilograma brašna u manjoj posudi.

Prevedimo matematički tekst u jednadžbe!

Prva rečenica " Ako bi se iz veće posude presipala jedna petina količine brašna u manju posudu, količine brašna u objema posudama bile bi iste."

$$x - \frac{1}{5} \cdot x = y + \frac{1}{5} \cdot x.$$

Druga rečenica " Ako bi se iz manje posude presipalo 1.5 kg brašna u veću posudu, u većoj bi posudi bilo tri puta više brašna nego u manjoj."

$$y - 1.5 = \frac{1}{3} \cdot (x + 1.5).$$

Dobije se sustav jednadžba iz kojeg izračunamo y.

$$\left. \begin{array}{l} x - \frac{1}{5} \cdot x = y + \frac{1}{5} \cdot x \\ y - 1.5 = \frac{1}{3} \cdot (x + 1.5) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - \frac{1}{5} \cdot x = y + \frac{1}{5} \cdot x \quad / \cdot 5 \\ y - 1.5 = \frac{1}{3} \cdot (x + 1.5) \quad / \cdot 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x - x = 5 \cdot y + x \\ 3 \cdot y - 4.5 = x + 1.5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x - x - 5 \cdot y - x = 0 \\ 3 \cdot y - x = 1.5 + 4.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3 \cdot x - 5 \cdot y = 0 \\ -x + 3 \cdot y = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3 \cdot x - 5 \cdot y = 0 \\ -x + 3 \cdot y = 6 \cdot 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3 \cdot x - 5 \cdot y = 0 \\ -3 \cdot x + 9 \cdot y = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \cdot y = 18 \Rightarrow 4 \cdot y = 18 \text{ } /: 4 \Rightarrow y = 4.5 \text{ kg.}$$

Vježba 179

Ako bi se iz veće posude presipala jedna petina količine brašna u manju posudu, količine brašna u objema posudama bile bi iste. Ako bi se iz manje posude presipalo 1.5 kg brašna u veću posudu, u većoj bi posudi bilo tri puta više brašna nego u manjoj. Koliko je kilograma brašna u većoj posudi?

Rezultat: 7.5 kg.

Zadatak 180 (Marina, gimnazija)

Marko ima plave i zelene kuglice. Spremio ih je u pet vrećica tako da se u njima nalazilo redom 7, 9, 10, 14 i 19 kuglica. Jednu vrećicu poklonio je Ani i ostalo mu je točno dva puta više plavih nego zelenih kuglica. Koliko je kuglica bilo u vrećici koju je poklonio Ani?

Rješenje 180

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj a n puta veći od broja b ?

$$a = n \cdot b \quad , \quad \frac{a}{n} = b \quad , \quad \frac{a}{b} = n.$$

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N i pišemo

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots, n-1, n, n+1, \dots\}.$$

Marko ukupno ima 59 kuglica.

$$7 + 9 + 10 + 14 + 19 = 59.$$

Kada je jednu vrećicu poklonio Ani ostalo mu je:

$$59 - 7 = 52 \quad \text{ili} \quad 59 - 9 = 50 \quad \text{ili} \quad 59 - 10 = 49 \quad \text{ili} \quad 59 - 14 = 45 \quad \text{ili} \quad 59 - 19 = 40$$

kuglica.

Marku je ostalo točno dva puta više plavih nego zelenih kuglica.

Neka je x broj zelenih kuglica koje Marko ima. Tada je $2 \cdot x$ broj plavih kuglica. Dakle, ukupan broj svih preostalih kuglica jednak je $3 \cdot x$.

Zbog toga treba utvrditi koja od pet jednadžba ima cjelobrojno rješenje u skupu prirodnih brojeva:

- $3 \cdot x = 52 \Rightarrow 3 \cdot x = 52 \text{ } /: 3 \Rightarrow x = \frac{52}{3} \notin N$
- $3 \cdot x = 50 \Rightarrow 3 \cdot x = 50 \text{ } /: 3 \Rightarrow x = \frac{50}{3} \notin N$
- $3 \cdot x = 49 \Rightarrow 3 \cdot x = 49 \text{ } /: 3 \Rightarrow x = \frac{49}{3} \notin N$
- $3 \cdot x = 45 \Rightarrow 3 \cdot x = 45 \text{ } /: 3 \Rightarrow x = 15 \in N$
- $3 \cdot x = 40 \Rightarrow 3 \cdot x = 40 \text{ } /: 3 \Rightarrow x = \frac{40}{3} \notin N.$

Od pet jednadžba samo jednoj je rješenje prirodan broj.

U Aninoj vrećici bilo je 14 kuglica, ($59 - 45 = 14$).

Vježba 180

Marko ima plave i zelene kuglice. Spremio ih je u pet vrećica tako da se u njima nalazilo redom 7, 9, 10, 14 i 19 kuglica. Jednu vrećicu poklonio je Ani i ostalo mu je točno dva puta više plavih nego zelenih kuglica. Koliko je kuglica imao Marko?

Rezultat: 45.

www.halapa.com