

Zadatak 141 (Chloe, gimnazija)

Kada je pješak na putu od kuće do škole prešao 1 km i polovinu ostatka puta ostalo mu je da propješači petinu cijelog puta i 1 km. Koliko je udaljena škola od kuće?

Rješenje 141

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Kako zapisati n – ti dio od broja x ?

$$\frac{1}{n} \cdot x \text{ ili } \frac{x}{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Označimo slovom x udaljenost kuće od škole. Kada je pješak prevalio 1 km ostalo je $x - 1$ kilometara puta do škole. Polovina od toga je

$$\frac{x-1}{2}.$$

U prvom dijelu hodanja pješak je prešao 1 km i polovinu ostatka puta što zapisujemo ovako:

$$1 + \frac{x-1}{2}.$$

U drugom dijelu hodanja pješak je prešao petinu cijelog puta i 1 km pa možemo napisati izraz

$$\frac{x}{5} + 1.$$

Budući da je udaljenost od kuće do škole označena sa x , vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} 1 + \frac{x-1}{2} + \frac{x}{5} + 1 &= x \Rightarrow 1 + \frac{x-1}{2} + \frac{x}{5} + 1 = x \cdot 10 \Rightarrow 10 + 5 \cdot (x-1) + 2 \cdot x + 10 = 10 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 10 + 5 \cdot x - 5 + 2 \cdot x + 10 &= 10 \cdot x \Rightarrow 5 \cdot x + 2 \cdot x - 10 \cdot x = -10 + 5 - 10 \Rightarrow -3 \cdot x = -15 \Rightarrow \\ \Rightarrow -3 \cdot x &= -15 \quad /: (-3) \Rightarrow x = 5. \end{aligned}$$

Udaljenost škole od kuće je 5 km.

2. inačica

Označimo slovom x udaljenost kuće od škole. Kada je pješak prevalio 1 km ostalo je $x - 1$ kilometara puta do škole. Polovina od toga je

$$\frac{x-1}{2}.$$

U prvom dijelu hodanja pješak je prešao 1 km i polovinu ostatka puta što zapisujemo ovako:

$$1 + \frac{x-1}{2}.$$

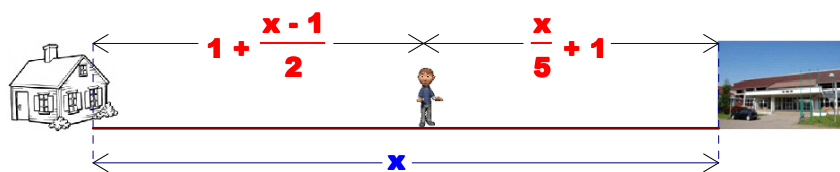
U drugom dijelu hodanja pješaku je preostalo

$$x - \left(1 + \frac{x-1}{2} \right) = x - 1 - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{1} - \frac{1}{1} - \frac{x-1}{2} = \frac{2 \cdot x - 2 - (x-1)}{2} = \frac{2 \cdot x - 2 - x + 1}{2} = \frac{x-1}{2}$$

kilometara puta, a to prema uvjetu zadatka iznosi petinu cijelog puta i 1 km pa vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{2} &= \frac{x}{5} + 1 \Rightarrow \frac{x-1}{2} = \frac{x}{5} + 1 \cdot 10 \Rightarrow 5 \cdot (x-1) = 2 \cdot x + 10 \Rightarrow 5 \cdot x - 5 = 2 \cdot x + 10 \Rightarrow \\ \Rightarrow 5 \cdot x - 2 \cdot x &= 10 + 5 \Rightarrow 3 \cdot x = 15 \Rightarrow 3 \cdot x = 15 \quad /: 3 \Rightarrow x = 5. \end{aligned}$$

Udaljenost škole od kuće je 5 km.



Vježba 141

Kada je pješak na putu od kuće do škole prešao 2 km i polovinu ostatka puta ostalo mu je da propješači petinu cijelog puta i 2 km. Koliko je udaljena škola od kuće?

Rezultat: 10 km.

Zadatak 142 (Mirta, Ana, gimnazija)

Vlak je brdskim dijelom pruge vozio 3 sata, a duž rijeke 6 sati. Ukupno je prešao 477 km. Ako je duž rijeke vozio 12 km/h brže, kolika mu je bila brzina na brdskom dijelu pruge?

Rješenje 142

Ponovimo!

Formula za put kod jednolikog pravocrtnog gibanja glasi:

$$s = v \cdot t,$$

gdje je s put, v brzina i t vrijeme.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je v brzina vlaka na brdskom dijelu pruge. Duž rijeke vozio je 12 km/h brže pa je tada brzina iznosila

$$v + 12.$$

Vlak je brdskim dijelom pruge vozio brzinom v i za 3 sata prešao put

$$3 \cdot v,$$

a duž rijeke vozio je brzinom $v + 12$ i za 6 sati prešao put

$$6 \cdot (v + 12).$$

Budući da je ukupni prijeđeni put 477 km, vrijedi jednačba

$$\begin{aligned} 3 \cdot v + 6 \cdot (v + 12) &= 477 \Rightarrow 3 \cdot v + 6 \cdot v + 72 = 477 \Rightarrow 3 \cdot v + 6 \cdot v = 477 - 72 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 9 \cdot v = 405 \Rightarrow 9 \cdot v = 405 \quad /: 9 \Rightarrow v = 45. \end{aligned}$$

Brzina vlaka na brdskom dijelu pruge iznosila je 45 km/h.

Vježba 142

Vlak je brdskim dijelom pruge vozio 6 sati, a duž rijeke 12 sati. Ukupno je prešao 954 km. Ako je duž rijeke vozio 12 km/h brže, kolika mu je bila brzina na brdskom dijelu pruge?

Rezultat: 45 km/h.

Zadatak 143 (Mirta, Ana, gimnazija)

Iz postaje A polazi u 9 h putnički vlak, a u 10 h u istom smjeru brzi vlak čija je srednja brzina 5 m/s veća od brzine putničkog vlaka. Brzi vlak sustigne putnički u 12 h. Kolika je srednja brzina putničkog vlaka?

Rješenje 143

Ponovimo!

Formula za put kod jednolikog pravocrtnog gibanja glasi:

$$s = v \cdot t,$$

gdje je s put, v brzina i t vrijeme.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Neka je v srednja brzina putničkog vlaka. Brzina brzog je za 5 m/s veća pa iznosi $v+5$.

Računamo koliko je vremena prošlo do njihovog susreta:

- putnički vlak

$$t_1 = 12 \text{ h} - 9 \text{ h} = 3 \text{ h}$$

- brzi vlak

$$t_2 = 12 \text{ h} - 10 \text{ h} = 2 \text{ h}.$$

Brzi vlak je sustigao putnički vlak pa su im prijeđeni putovi jednaki.

$$v \cdot t_1 = (v+5) \cdot t_2 \Rightarrow 3 \cdot v = 2 \cdot (v+5) \Rightarrow 3 \cdot v = 2 \cdot v + 10 \Rightarrow 3 \cdot v - 2 \cdot v = 10 \Rightarrow v = 10.$$

Srednja brzina putničkog vlaka je 10 m/s.

Vježba 143

Iz postaje A polazi u 8 h putnički vlak, a u 9 h u istom smjeru brzi vlak čija je srednja brzina 5 m/s veća od brzine putničkog vlaka. Brzi vlak sustigne putnički u 11 h. Kolika je srednja brzina putničkog vlaka?

Rezultat: 10 m/s.

Zadatak 144 (Mirta, Ana, gimnazija)

Mirta i njezina maloljetna prijateljica Ana automobilom su otišle u grad. U jednom smjeru vozile su 72 km/h, a pri povratku samo 48 km/h. Koliko je udaljen grad ako su vozile ukupno 10 sati?

Rješenje 144

Ponovimo!

Formula za put kod jednolikog pravocrtnog gibanja glasi:

$$s = v \cdot t,$$

gdje je s put, v brzina i t vrijeme.

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Neka je t vrijeme u satima potrebno da djevojke vozeći brzinom $v_1 = 72$ km/h dođu u grad. Na povratku, vozeći brzinom $v_2 = 48$ km/h, trebalo im je $10 - t$ sati. Tada je:

$$\begin{aligned} v_1 \cdot t &= v_2 \cdot (10 - t) \Rightarrow 72 \cdot t = 48 \cdot (10 - t) \Rightarrow 72 \cdot t = 480 - 48 \cdot t \Rightarrow 72 \cdot t + 48 \cdot t = 480 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 120 \cdot t = 480 \Rightarrow 120 \cdot t = 480 \quad /: 120 \Rightarrow t = 4 \text{ h}. \end{aligned}$$

Računamo udaljenost grada.

$$s = v_1 \cdot t \Rightarrow s = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 4 \text{ h} \Rightarrow s = 288 \text{ km}.$$

Ili

$$s = v_2 \cdot (10 - t) \Rightarrow s = 48 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot (10 \text{ h} - 4 \text{ h}) \Rightarrow s = 288 \text{ km}.$$



**Mirtin
automobil**



**Anin
automobil**

Vježba 144

Mirta i njezina maloljetna prijateljica Ana automobilom su otišle u grad. U jednom smjeru vozile su 144 km/h, a pri povratku samo 96 km/h. Koliko je udaljen grad ako su vozile ukupno 10 sati?

Rezultat: 576 km.

Zadatak 145 (Lajla, gimnazija)

Zbroj dva broja je 45, a njihov kvocijent jednak je $\frac{7}{8}$. Odredi te brojeve.

Rješenje 145

Ponovimo!

$$a : b = c \quad , \quad \frac{a}{b} = c.$$

Broj a je djeljenik (dividend), broj b je djelitelj (divizor), a broj c je kvocijent. Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Neka je x prvi broj od dva zadana. Budući da je njihov zbroj 45, drugi broj glasi

$$45 - x.$$

Kvocijent brojeva jednak je $\frac{7}{8}$ pa vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} \frac{x}{45-x} = \frac{7}{8} &\Rightarrow \frac{x}{45-x} = \frac{7}{8} \quad / \cdot 8 \cdot (45-x) \Rightarrow 8 \cdot x = 7 \cdot (45-x) \Rightarrow 8 \cdot x = 315 - 7 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 8 \cdot x + 7 \cdot x = 315 \Rightarrow 15 \cdot x = 315 \Rightarrow 15 \cdot x = 315 \quad / : 15 \Rightarrow x = 21. \end{aligned}$$

Prvi broj je 21, a drugi iznosi:

$$45 - 21 = 24.$$

2. inačica

Neka su x i y traženi brojevi. Njihov zbroj je 45 pa vrijedi jednačba:

$$x + y = 45.$$

Kvocijent brojeva jednak je $\frac{7}{8}$ što se simbolično zapisuje

$$\frac{x}{y} = \frac{7}{8}.$$

Iz sustava jednačbi izračunaju se brojevi x i y.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} x + y = 45 \\ \frac{x}{y} = \frac{7}{8} \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 45 \\ \frac{x}{y} = \frac{7}{8} \quad / \cdot 8 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 45 \\ 8 \cdot x = 7 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 45 \\ 8 \cdot x - 7 \cdot y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 45 \quad / \cdot 7 \\ 8 \cdot x - 7 \cdot y = 0 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 7 \cdot x + 7 \cdot y = 315 \\ 8 \cdot x - 7 \cdot y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 15 \cdot x = 315 \Rightarrow 15 \cdot x = 315 \quad / : 15 \Rightarrow x = 21. \end{aligned}$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 45 \\ x = 21 \end{array} \right\} \Rightarrow 21 + y = 45 \Rightarrow y = 45 - 21 \Rightarrow y = 24.$$

Vježba 145

Zbroj dva broja je 45, a njihov kvocijent jednak je $\frac{4}{5}$. Odredi te brojeve.

Rezultat: 20 i 25.

Zadatak 146 (Lajlla, gimnazija)

Zbroj dva broja je 47. Ako veći podijelimo manjim dobije se kvocijent 2 i ostatak 5. Koji su to brojevi?

Rješenje 146

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Za cijeli broj a kažemo da je djeljiv s cijelim brojem b ($b \neq 0$) ako postoji cijeli broj k tako da vrijedi

$$a = k \cdot b.$$

Za cijeli broj a i prirodni broj b postoje jedinstveni cijeli brojevi q (kvocijent) i r (ostatak) takvi da je

$$a = b \cdot q + r$$

i $0 \leq r < b$.

1. inačica

Neka je x prvi veći broj. Budući da je njihov zbroj 47, drugi manji broj glasi:

$$47 - x.$$

Ako veći podijelimo manjim dobije se kvocijent 2 i ostatak 5 pa vrijedi jednačba:

$$x = 2 \cdot (47 - x) + 5 \Rightarrow x = 94 - 2 \cdot x + 5 \Rightarrow x + 2 \cdot x = 94 + 5 \Rightarrow 3 \cdot x = 99 \Rightarrow 3 \cdot x = 99 \quad /: 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = 33.$$

Veći broj je 33, a manji

$$47 - 33 = 14.$$

2. inačica

Označimo slovima x i y tražene brojeve uz pretpostavku da je x veći od y . Njihov zbroj je 47 što simbolično zapisujemo

$$x + y = 47.$$

Ako veći podijelimo manjim dobije se kvocijent 2 i ostatak 5 pa vrijedi jednačba:

$$x = 2 \cdot y + 5.$$

Iz sustava jednačbi odredi se x i y .

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 47 \\ x = 2 \cdot y + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 2 \cdot y + 5 + y = 47 \Rightarrow 2 \cdot y + y = 47 - 5 \Rightarrow 3 \cdot y = 42 \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot y = 42 \quad /: 3 \Rightarrow y = 14.$$

Računamo x .

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 47 \\ y = 14 \end{array} \right\} \Rightarrow x + 14 = 47 \Rightarrow x = 47 - 14 \Rightarrow x = 33.$$

Vježba 146

Zbroj dva broja je 47. Ako veći podijelimo manjim dobije se kvocijent 3 i ostatak 3. Koji su to brojevi?

Rezultat: 36 i 11.

Zadatak 147 (Lajlla, gimnazija)

Znamenka jedinica jednog dvoznamenkastog broja je 2. Ako kvadrat tog broja umanjimo za umnožak njihova dva susjedna broja dobije se 1. Koji je to broj?

Rješenje 147

Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n.$$

Za dvoznamenkasti broj \overline{ab} vrijedi:

$$\overline{ab} = 10 \cdot a + b,$$

gdje je $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ i $b \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Neka je x znamenka desetica dvoznamenkastog broja, a 2 njegova znamenka jedinica. Označimo li sa x znamenku desetica tada dvoznamenkasti broj možemo zapisati

$$\overline{x2} = 10 \cdot x + 2.$$

Njegova dva susjedna broja glase:

$$\overline{x1} = 10 \cdot x + 1, \quad \overline{x3} = 10 \cdot x + 3.$$

Iz uvjeta zadatka (... ako kvadrat tog broja umanjimo za umnožak njihova dva susjedna broja dobije se 1...) slijedi jednačba.

$$\begin{aligned} \overline{x2}^2 - \overline{x1} \cdot \overline{x3} &= 1 \Rightarrow (10 \cdot x + 2)^2 - (10 \cdot x + 1) \cdot (10 \cdot x + 3) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 100 \cdot x^2 + 40 \cdot x + 4 - (100 \cdot x^2 + 30 \cdot x + 10 \cdot x + 3) = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 100 \cdot x^2 + 40 \cdot x + 4 - 100 \cdot x^2 - 30 \cdot x - 10 \cdot x - 3 = 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 100 \cdot x^2 + 40 \cdot x + 4 - 100 \cdot x^2 - 30 \cdot x - 10 \cdot x - 3 = 1 \Rightarrow 4 - 3 = 1 \Rightarrow 1 = 1. \end{aligned}$$

Jednakost je istinita što znači da je rješenje jednačbe svaki broj x iz zadanog skupa

$$x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Traženi dvoznamenkasti brojevi su:

$$12, 22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92.$$

Vježba 147

Znamenka jedinica jednog dvoznamenkastog broja je 1. Ako kvadrat tog broja umanjimo za umnožak njihova dva susjedna broja dobije se 1. Koji je to broj?

Rezultat: 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91.

Zadatak 148 (Filip, gimnazija)

Ivica i Marica imaju zajedno 816 kuna. Kad bi Ivica potrošio $\frac{3}{5}$ svog dijela, a Marica $\frac{3}{7}$ dijela, ostale bi im jednake svote novca. Koliko novaca ima Ivica, a koliko Marica?

Rješenje 148

Ponovimo!

$$a - \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c - b}{c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Kako zapisati $\frac{a}{b}$ od x ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

1. inačica

Neka je x Ivičina količina kuna. Budući da zajedno imaju 816 kuna, Marica posjeduje

$$816 - x$$

kuna.

Ako Ivica potroši $\frac{3}{5}$ svog dijela ostaje mu

$$x - \frac{3}{5} \cdot x = \frac{2}{5} \cdot x.$$

Ako Marica potroši $\frac{3}{7}$ svog dijela ostaje joj

$$(816 - x) - \frac{3}{7} \cdot (816 - x) = \frac{4}{7} \cdot (816 - x).$$

Budući da moraju ostati jednake svote novca, vrijedi jednačba:

$$\frac{2}{5} \cdot x = \frac{4}{7} \cdot (816 - x) \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot x = \frac{4}{7} \cdot (816 - x) \quad / \cdot \frac{35}{2} \Rightarrow 7 \cdot x = 10 \cdot (816 - x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x = 8160 - 10 \cdot x \Rightarrow 7 \cdot x + 10 \cdot x = 8160 \Rightarrow 17 \cdot x = 8160 \Rightarrow 17 \cdot x = 8160 \quad / : 17 \Rightarrow x = 480.$$

Ivica ima 480 kuna, a Marica

$$816 - 480 = 336$$

kuna.

2. inačica

Neka je x Ivičina količina kuna, a y Maričina. Budući da zajedno imaju 816 kuna, vrijedi jednačba:

$$x + y = 816$$

kuna.

Ako Ivica potroši $\frac{3}{5}$ svog dijela ostaje mu

$$x - \frac{3}{5} \cdot x = \frac{2}{5} \cdot x.$$

Ako Marica potroši $\frac{3}{7}$ svog dijela ostaje joj

$$y - \frac{3}{7} \cdot y = \frac{4}{7} \cdot y.$$

Budući da moraju ostati jednake svote novca, vrijedi jednačba:

$$\frac{2}{5} \cdot x = \frac{4}{7} \cdot y.$$

Iz sustava jednačbi odredi se x i y .

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 816 \\ \frac{2}{5} \cdot x = \frac{4}{7} \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 816 \\ \frac{2}{5} \cdot x = \frac{4}{7} \cdot y \quad / \cdot \frac{35}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 816 \\ 7 \cdot x = 10 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 816 - x \\ 7 \cdot x = 10 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x = 10 \cdot (816 - x) \Rightarrow 7 \cdot x = 8160 - 10 \cdot x \Rightarrow 7 \cdot x + 10 \cdot x = 8160 \Rightarrow 17 \cdot x = 8160 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 \cdot x = 8160 \quad /: 17 \Rightarrow x = 480.$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 816 \\ x = 480 \end{array} \right\} \Rightarrow 480 + y = 816 \Rightarrow y = 816 - 480 \Rightarrow y = 336.$$

Vježba 148

Ivica i Marica imaju zajedno 1632 kune. Kad bi Ivica potrošio $\frac{3}{5}$ svog dijela, a Marica $\frac{3}{7}$ svog dijela, ostale bi im jednake svote novca. Koliko novaca ima Ivica, a koliko Marica?

Rezultat: Ivica 960 kn, Marica 672 kn.

Zadatak 149 (NN, srednja škola)

Pri zbrajanju dvaju decimalnih brojeva napravljena je pogreška u potpisivanju pa je decimalna točka kod jednog broja pomaknuta za dva mjesta udesno. Tako je umjesto ispravnog rezultata 42.15, dobiven rezultat 385.482. Odredite nepoznate pribrojnike.

Rješenje 149

Ponovimo!

Svaki decimalni broj sastoji se od:

- dekadskih jedinica
- decimalne točke
- decimalnih jedinica (decimala).

Dekadske jedinice su lijevo, a decimale su desno od decimalne točke.

Decimalni broj množi se s dekadskom jedinicom (10, 100, 1000, 10000, ...) tako da mu decimalnu točku pomičemo udesno za onoliko decimalnih mjesta koliko dekadski jedinica ima nula.

Brojevi koje zbrajamo zovu se pribrojnici ili sumandi, a rezultat zbroj ili suma.

$$a + b = c \Rightarrow (a + n) + b = c + n.$$

1. inačica

Pretpostavimo da su x i y traženi decimalni brojevi čiji je zbroj 42.15. Ako u pribrojniku x pomaknemo decimalnu točku dva mjesta udesno (množimo sa 100), dobije se $100 \cdot x$, a to znači da smo taj broj uvećali za

$$100 \cdot x - x = 99 \cdot x.$$

Tada će se i početni zbroj ta dva tražena decimalna broja uvećati isto za $99 \cdot x$. Budući da je razlika zbrojeva jednaka

$$385.482 - 42.15 = 343.332$$

vrijedi jednadžba:

$$99 \cdot x = 343.332 \Rightarrow 99 \cdot x = 343.332 \quad /: 9 \Rightarrow x = 3.468.$$

Traženi brojevi su:

- $x = 3.468$
- $y = 42.15 - 3.468 = 38.682.$

2. inačica

Neka su x i y traženi decimalni brojevi čiji je zbroj 42.15. Tada vrijedi jednadžba:

$$x + y = 42.15.$$

Ako u pribrojniku x pomaknemo decimalnu točku dva mjesta udesno (množimo sa 100), dobije se $100 \cdot x$. Sada je zbroj decimalnih brojeva 385.482 pa vrijedi jednadžba:

$$100 \cdot x + y = 385.482.$$

Iz sustava jednadžbi izračunamo x i y.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 42.15 \\ 100 \cdot x + y = 385.482 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenta} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 42.15 \quad / \cdot (-1) \\ 100 \cdot x + y = 385.482 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x - y = -42.15 \\ 100 \cdot x + y = 385.482 \end{array} \right\} \Rightarrow 99 \cdot x = 343.332 \Rightarrow 99 \cdot x = 343.332 \text{ /: } 9 \Rightarrow x = 3.468.$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 42.15 \\ x = 3.468 \end{array} \right\} \Rightarrow 3.468 + y = 42.15 \Rightarrow y = 42.15 - 3.468 \Rightarrow y = 38.682.$$

Vježba 149

Pri zbrajanju dvaju decimalnih brojeva napravljena je pogreška u potpisivanju pa je decimalna točka kod jednog broja pomaknuta za dva mjesta udesno. Tako je umjesto ispravnog rezultata 20.49, dobiven rezultat 232.053. Odredite nepoznate pribrojнике.

Rezultat: 2.137 i 18.353.

Zadatak 150 (Mare, TUPŠ)

Mliječni proizvod dolazi u pakiranju od 330 g ili od 500 g. Trgovac je dobio količinu od 55550 g toga mliječnoga proizvoda u ukupno 140 pakiranja. Koliko je dobio manjih pakiranja?

A. 35 B. 50 C. 70 D. 85

Rješenje 150

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1. inačica

Pretpostavimo da je x broj pakiranja od 330 g, a y broj pakiranja od 500 g mliječnog proizvoda.. Budući da je trgovac dobio količinu od 55550 g toga mliječnog proizvoda, vrijedi jednačba:

$$330 \cdot x + 500 \cdot y = 55550.$$

Ukupno je 140 pakiranja pa možemo napisati jednačbu:

$$x + y = 140.$$

Iz sustava jednačbi odredimo x, broj manjih pakiranja.

$$\left. \begin{array}{l} 330 \cdot x + 500 \cdot y = 55550 \\ x + y = 140 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 330 \cdot x + 500 \cdot y = 55550 \\ y = 140 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 330 \cdot x + 500 \cdot (140 - x) = 55550 \Rightarrow 330 \cdot x + 70000 - 500 \cdot x = 55550 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 330 \cdot x - 500 \cdot x = 55550 - 70000 \Rightarrow -170 \cdot x = -14450 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -170 \cdot x = -14450 \text{ /: } (-170) \Rightarrow x = 85.$$

Odgovor je pod D.

2. inačica

Neka je x broj manjih pakiranja od 330 g. Budući da je ukupno 140 pakiranja, većih pakiranja je

$$140 - x.$$

Mliječni proizvod dolazi u pakiranju od 330 g ili od 500 g. Trgovac je dobio količinu od 55550 g toga mliječnoga proizvoda pa vrijedi jednačba:

$$330 \cdot x + 500 \cdot (140 - x) = 55550 \Rightarrow 330 \cdot x + 70000 - 500 \cdot x = 55550 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 330 \cdot x - 500 \cdot x = 55550 - 70000 \Rightarrow -170 \cdot x = -14450 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -170 \cdot x = -14450 \text{ /: } (-170) \Rightarrow x = 85.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 150

Mliječni proizvod dolazi u pakiranju od 330 g ili od 500 g. Trgovac je dobio količinu od 55550 g toga mliječnoga proizvoda u ukupno 140 pakiranja. Koliko je dobio većih pakiranja?

- A. 35 B. 55 C. 65 D. 75

Rezultat: B.

Zadatak 151 (Matija, tehnička škola)

Vlakovi su međusobno udaljeni 300 km i voze u susret. Prvi ima brzinu za 5 km/h veću od drugog vlaka zbog čega mu je potrebno 7 sati manje vremena da prijeđe polovicu puta nego drugome da prevali cijeli put od 300 km. Izračunajte brzine vlakova i vremena gibanja. (Napomena: kod

jednolikog pravocrtnog gibanja vrijede formule $v = \frac{s}{t}$ i $t = \frac{s}{v}$, gdje je v brzina, s put, t vrijeme.)

Rješenje 151

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj a za n manji od broja b ?

$$a + n = b, \quad a = b - n, \quad b - a = n.$$

Kako zapisati da je broj a za n veći od broja b ?

$$a - n = b, \quad a = b + n, \quad a - b = n.$$

1. inačica

Pretpostavimo da je x vrijeme gibanja prvog vlaka. Njegova je brzina

$$\frac{150}{x}.$$

Vrijeme gibanja drugog vlaka je $x + 7$, a brzina

$$\frac{300}{x + 7}.$$

Budući da je brzina prvog vlaka za 5 km/h veća od brzine drugog, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} \frac{150}{x} - 5 &= \frac{300}{x + 7} \Rightarrow \frac{150}{x} - 5 = \frac{300}{x + 7} \cdot \frac{x \cdot (x + 7)}{5} \Rightarrow 30 \cdot (x + 7) - x(x + 7) = 60 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 30 \cdot x + 210 - x^2 - 7 \cdot x = 60 \cdot x \Rightarrow 30 \cdot x + 210 - x^2 - 7 \cdot x - 60 \cdot x = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -x^2 - 37 \cdot x + 210 = 0 \Rightarrow -x^2 - 37 \cdot x + 210 = 0 \cdot (-1) \Rightarrow x^2 + 37 \cdot x - 210 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 + 37 \cdot x - 210 = 0 \\ a = 1, b = 37, c = -210 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = 37, c = -210 \\ x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-37 \pm \sqrt{37^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-210)}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-37 \pm \sqrt{1369 + 840}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-37 \pm \sqrt{2209}}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-37 \pm 47}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{-37 + 47}{2} \\ x_2 = \frac{-37 - 47}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{10}{2} \\ x_2 = -\frac{84}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{10}{2} \\ x_2 = -\frac{84}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 5 \\ x_2 = -42 \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 5. \end{aligned}$$

Prvi vlak vozio je 5 sati brzinom

$$\frac{150}{5} = 30 \frac{km}{h}$$

Drugi vlak vozio je 12 sati (5 + 7) brzinom

$$\frac{300}{12} = 25 \frac{km}{h}$$

2. inačica

Neka je x brzina prvog vlaka. Njegovo je vrijeme gibanja, na putu od 150 km, jednako

$$\frac{150}{x}$$

Brzina drugog vlaka je za 5 km/h manja od brzine prvog i iznosi $x - 5$. Njegovo je vrijeme gibanja, na putu od 300 km, jednako

$$\frac{300}{x-5}$$

Prvi vlak vozio je 7 sati manje od drugog vlaka pa vrijedi jednačina:

$$\begin{aligned} \frac{150}{x} + 7 &= \frac{300}{x-5} \Rightarrow \frac{150}{x} + 7 = \frac{300}{x-5} \quad / \cdot x \cdot (x-5) \Rightarrow 150 \cdot (x-5) + 7 \cdot x \cdot (x-5) = 300 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 150 \cdot x - 750 + 7 \cdot x^2 - 35 \cdot x = 300 \cdot x \Rightarrow 150 \cdot x - 750 + 7 \cdot x^2 - 35 \cdot x - 300 \cdot x = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 7 \cdot x^2 - 185 \cdot x - 750 = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 7 \cdot x^2 - 185 \cdot x - 750 = 0 \\ a = 7, b = -185, c = -750 \end{array} \right\} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-185) \pm \sqrt{(-185)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-750)}}{2 \cdot 7} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{185 \pm \sqrt{34225 + 21000}}{14} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x_{1,2} = \frac{185 \pm \sqrt{55225}}{14} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{185 \pm 235}{14} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{185 + 235}{14} \\ x_2 = \frac{185 - 235}{14} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{420}{14} \\ x_2 = -\frac{50}{14} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = \frac{420}{14} \\ x_2 = -\frac{50}{14} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 30 \\ x_2 = -\frac{25}{7} \text{ nema smisla} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 30. \end{aligned}$$

Brzina prvog vlaka je 30 km/h, a vrijeme gibanja

$$\frac{150}{30} = 5 \text{ h.}$$

Drugi vlak vozio je brzinom 25 km/h (30 - 5), a vrijeme gibanja iznosilo je

$$\frac{300}{25} = 12 \text{ h.}$$

Vježba 151

Vlakovi su međusobno udaljeni 300 km i voze u susret. Drugi ima brzinu za 5 km/h manju od prvog vlaka zbog čega mu je potrebno 7 sati više vremena da prijeđe cijeli put nego prvome da prevali polovicu puta. Izračunajte brzine vlakova i vremena gibanja. (Napomena: kod jednolikog pravocrtnog

gibanja vrijede formule $v = \frac{s}{t}$ i $t = \frac{s}{v}$, gdje je v brzina, s put, t vrijeme.)

Rezultat: Prvi vlak vozio je 5 h brzinom 30 km/h, drugi vlak vozio je 12 h brzinom 25 km/h.

Zadatak 152 (Lidija, strukovna škola)

U folklornom je društvu broj plesača i plesačica različit. Plešu li u mješovitim parovima, četiri su plesačice bez svojega para, a od ukupnog broja plesačica i plesača moguće je napraviti sedam parova. Koliko je plesačica u tome društvu?

Rješenje 152

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

Pretpostavimo da je x broj plesačica u društvu. Plešu li u mješovitim parovima, četiri su od njih bez svojega partnera. Dakle, broj plesača iznosi $x - 4$.

Budući da je od ukupnog broja plesača i plesačica moguće napraviti sedam parova, vrijedi jednačba:

$$x + (x - 4) = 7 \cdot 2 \Rightarrow x + x - 4 = 14 \Rightarrow x + x = 14 + 4 \Rightarrow 2 \cdot x = 18 \Rightarrow 2 \cdot x = 18 \quad /: 2 \Rightarrow x = 9.$$

U društvu je 9 plesačica.

2. inačica

Neka je x broj plesača u društvu. Plešu li u mješovitim parovima, četiri su plesačice bez svojega partnera. Dakle, broj plesačica iznosi $x + 4$.

Budući da je od ukupnog broja plesača i plesačica moguće napraviti sedam parova, vrijedi jednačba:

$$x + (x + 4) = 7 \cdot 2 \Rightarrow x + x + 4 = 14 \Rightarrow x + x = 14 - 4 \Rightarrow 2 \cdot x = 10 \Rightarrow 2 \cdot x = 10 \quad /: 2 \Rightarrow x = 5.$$

Broj plesačica je

$$x + 4 = 5 + 4 = 9.$$



3. inačica

Od svih članova društva moguće je napraviti sedam parova što znači da je u društvu 14 ($7 \cdot 2$) članova. Kada plešu u mješovitim parovima četiri su plesačice bez svojega partnera pa je broj mješovitih parova

$$(14 - 4) : 2 = 5.$$

Tada je broj plesača u društvu 5, a plesačica

$$5 + 4 = 9.$$

Vježba 152

U folklornom je društvu broj plesača i plesačica različit. Plešu li u mješovitim parovima, četiri su plesačice bez svojega para, a od ukupnog broja plesačica i plesača moguće je napraviti devet parova. Koliko je plesačica u tome društvu?

Rezultat: 11.

Zadatak 153 (Ivana, gimnazija)

U jednoj obitelji svaki sin ima jednak broj braće i sestara, a svaka kćer ima dva puta više braće nego sestara. Koja je od sljedećih tvrdnji istinita?

- A. U obitelji ima dva puta više sinova nego kćeri.
- B. U obitelji ima tri puta više sinova nego kćeri.
- C. Obitelj ima četvero djece.
- D. U obitelji su tri kćeri.

Rješenje 153

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj a n puta veći od broja b ?

$$a = n \cdot b \quad , \quad \frac{a}{n} = b \quad , \quad \frac{a}{b} = n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Označimo slovom x broj sinova, a slovom y broj kćeri u obitelji.

Svaki sin ima:

- $x - 1$ braće
- y sestara.

Svaka kćer ima:

- x braće
- $y - 1$ sestara.

Budući da svaki sin ima jednak broj braće i sestara, vrijedi jednačba:

$$x - 1 = y.$$

Budući da svaka kćer ima dva puta više braće nego sestara, vrijedi jednačba:

$$x = 2 \cdot (y - 1).$$

Riješimo sustav jednačbi.

$$\left. \begin{array}{l} x - 1 = y \\ x = 2 \cdot (y - 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + 1 \\ x = 2 \cdot (y - 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow y + 1 = 2 \cdot (y - 1) \Rightarrow y + 1 = 2 \cdot y - 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow y - 2 \cdot y = -2 - 1 \Rightarrow -y = -3 \Rightarrow -y = -3 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow y = 3.$$

U obitelji su tri kćeri. Odgovor je pod D.

Vježba 153

U jednoj obitelji svaki sin ima jednak broj braće i sestara, a svaka kćer ima tri puta više braće nego sestara. Koja je od sljedećih tvrdnji istinita?

- A. U obitelji ima dva puta više sinova nego kćeri.
- B. U obitelji ima tri puta više sinova nego kćeri.
- C. Obitelj ima četvero djece.
- D. U obitelji su dvije kćeri.

Rezultat: D.

Zadatak 154 (Ivan, gimnazija)

U nekom je gradu 10 restorana i n kazališta. Jedna je skupina turista provela nekoliko dana u gradu. Tijekom boravka posjećivali su restorane i kazališta. Na kraju boravka ustanovili su da su svaki restoran posjetila 4 turista, a u svakom je kazalištu bilo 6 turista. Ako je svaki turist posjetio točno 5 restorana i 3 kazališta, odredite koliko ima kazališta u gradu.

Rješenje 154

Ponovimo!

Opći oblik linearne jednačbe glasi:

$$a \cdot x = b, \quad a, b \in R.$$

Moguća su tri slučaja.

$$\textcircled{1} \quad \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{b}{a} \text{ rješenje jednačbe}$$

$$\textcircled{2} \quad \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b \neq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = b \text{ jednačba nema rješenja}$$

Ne postoji broj koji bi pomnožen s nulom dao broj različit od nule.

$$\textcircled{3} \quad \left. \begin{array}{l} a \cdot x = b \\ a = 0, b = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \cdot x = 0 \text{ jednačba je neodređena}$$

Ima beskonačno mnogo rješenja, tj. jednakost je ispunjena za svako $x \in R$.

Slovom x označimo ukupan broj turista. U gradu je 10 restorana. Svaki od njih posjetila su 4 turista pa je ukupan broj posjeta restoranima

$$4 \cdot 10 = 40.$$

Budući da je svaki turist posjetio točno 5 restorana, iz ukupnog broja posjeta restoranima, slijedi:

$$5 \cdot x = 40 \Rightarrow 5 \cdot x = 40 \quad /: 5 \Rightarrow x = 8.$$

Ukupan broj turista je 8.

Slovom n označimo ukupan broj kazališta. U gradu je n kazališta. Svako od njih posjetilo je 6 turista pa je ukupan broj posjeta kazalištima

$$6 \cdot n.$$

Budući da je svaki od 8 turista posjetio točno 3 kazališta, iz ukupnog broja posjeta kazalištima, slijedi:

$$6 \cdot n = 8 \cdot 3 \Rightarrow 6 \cdot n = 24 \Rightarrow 6 \cdot n = 24 \quad /: 6 \Rightarrow n = 4.$$

U gradu su 4 kazališta.

Vježba 154

U nekom je gradu n restorana i 4 kazališta. Jedna je skupina turista provela nekoliko dana u gradu. Tijekom boravka posjećivali su restorane i kazališta. Na kraju boravka ustanovili su da su svaki restoran posjetila 4 turista, a u svakom je kazalištu bilo 6 turista. Ako je svaki turist posjetio točno 5 restorana i 3 kazališta, odredite koliko ima restorana u gradu.

Rezultat: 10.

Zadatak 155 (Zabrinuta, hotelijerska škola)

Sat kasni tako da nakon svakih 8 i pol sati pokazuje 5 minuta manje. Koliko će sat kasniti nakon što je prošlo 14 dana i 4 sata?

- A. 40 min B. 68 min C. 200 min D. 340 min

Rješenje 155

Ponovimo!

$$1 \text{ dan} = 24 \text{ h.}$$

Najprije izračunamo koliko 14 dana i 4 sata imaju sati.

$$14 \cdot 24 \text{ h} + 4 \text{ h} = 336 \text{ h} + 4 \text{ h} = 340 \text{ h.}$$

Budući da sat nakon svakih 8 i pol sati pokazuje 5 minuta manje, ukupno će kasniti

$$\frac{340 \text{ h}}{8.5 \text{ h}} \cdot 5 \text{ min} = 200 \text{ min.}$$

Odgovor je pod C.

Vježba 155

Sat kasni tako da nakon svakih 8 i pol sati pokazuje 1 minutu manje. Koliko će sat kasniti nakon što je prošlo 14 dana i 4 sata?

- A. 40 min B. 68 min C. 200 min D. 340 min

Rezultat: A.

Zadatak 156 (4A, TUPŠ)

Osoba A zaradila je x kuna, osoba B dvostruko više od osobe A, a osoba C tri četvrtine zarade osobe B. Koja od navedenih tvrdnji **nije** točna?

- A. Osoba C zaradila je 50% više od osobe A.
B. Osoba C zaradila je $\frac{3 \cdot x}{2}$ kuna više od osobe A.
C. Osoba C zaradila je $\frac{x}{2}$ kuna manje od osobe B.
D. Osoba C zaradila je 25% manje od osobe B.

Rješenje 156

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Kako zapisati 'broj a je n puta veći od broja b '?

$$a = n \cdot b, \quad \frac{a}{n} = b, \quad \frac{a}{b} = n.$$

Kako izračunati $\frac{a}{b}$ od x ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Stoti dio nekog broja naziva se postotak. Piše se kao razlomak s nazivnikom 100. Postotak p je broj jedinica koji se uzima od 100 jedinica neke veličine.

Na primjer,

$$9\% = \frac{9}{100}, \quad 81\% = \frac{81}{100}, \quad 4.5\% = \frac{4.5}{100}, \quad 547\% = \frac{547}{100}, \quad p\% = \frac{p}{100}.$$

Kod postotnog računa susrećemo sljedeće veličine:

- S – osnovna vrijednost
- p – postotak
- P – postotni iznos.

Osnovna veličina S je broj od kojeg se obračunava postotak. Postotni račun od 100 napisan u obliku razmjera glasi:

$$S : 100 = P : p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P.$$

Najprije odredimo zaradu svake osobe.

- Osoba A zaradila je x kuna.
- Osoba B zaradila je dvostruko više od osobe A, dakle, $2 \cdot x$ kuna.
- Osoba C zaradila je tri četvrtine zarade osobe B, dakle,

$$\frac{3}{4} \cdot 2 \cdot x = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot x = \frac{3}{2} \cdot x \text{ kuna.}$$

Osoba	Zarada
A	x
B	2 · x
C	$\frac{3}{2} \cdot x$

Provjerit ćemo svaku tvrdnju posebno.

A. Osoba C zaradila je 50% više od osobe A.

$$S = x$$

$$P = \frac{3}{2} \cdot x - x = \frac{1}{2} \cdot x$$

$$p = ?$$

$$100 \cdot P = S \cdot p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P \quad /: S \Rightarrow p = \frac{100 \cdot P}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{100 \cdot \frac{1}{2} \cdot x}{x} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot \frac{1}{2} \cdot x}{x} \Rightarrow p = 50.$$

Tvrdnja A je točna.

B. Osoba C zaradila je $\frac{3}{2} \cdot x$ kuna više od osobe A.

Razlika u zaradama tih osoba iznosi:

$$\frac{3}{2} \cdot x - x = \frac{3}{2} \cdot x - \frac{2}{2} \cdot x = \frac{3 \cdot x - 2 \cdot x}{2} = \frac{x}{2}.$$

Tvrdnja B nije točna.

C. Osoba C zaradila je $\frac{x}{2}$ kuna manje od osobe B.

Razlika u zaradama tih osoba iznosi:

$$2 \cdot x - \frac{3}{2} \cdot x = \frac{2 \cdot x}{1} - \frac{3}{2} \cdot x = \frac{4 \cdot x - 3 \cdot x}{2} = \frac{x}{2}.$$

Tvrdnja C je točna.

D. Osoba C zaradila je 25% manje od osobe B.

$$S = 2 \cdot x$$

$$P = 2 \cdot x - \frac{3}{2} \cdot x = \frac{x}{2}$$

$$p = ?$$

$$100 \cdot P = S \cdot p \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P \Rightarrow S \cdot p = 100 \cdot P \quad /: S \Rightarrow p = \frac{100 \cdot P}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = \frac{100 \cdot \frac{x}{2}}{2 \cdot x} \Rightarrow p = \frac{100 \cdot \frac{x}{2}}{2 \cdot x} \Rightarrow p = \frac{50}{2} \Rightarrow p = 25.$$

Tvrdnja D je točna.

Konačan odgovor je pod B.

Vježba 156

Osoba A zaradila je x kuna, osoba B dvostruko više od osobe A, a osoba C tri polovine zarade osobe A. Koja od navedenih tvrdnji **nije** točna?

- A. Osoba C zaradila je 50% više od osobe A.
- B. Osoba C zaradila je $\frac{3 \cdot x}{2}$ kuna više od osobe A.
- C. Osoba C zaradila je $\frac{x}{2}$ kuna manje od osobe B.
- D. Osoba C zaradila je 25% manje od osobe B.

Rezultat: B.

Zadatak 157 (4A, TUPŠ)

U jednoj školi na 5 dječaka dolaze 4 djevojke, a na 20 dječaka 1 nastavnik. Koliko je u toj školi dječaka, djevojaka i nastavnika, ako ih je ukupno 1110?

Rješenje 157

Ponovimo!

Kada neku veličinu S trebamo podijeliti na dijelove $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ razmjerno s veličinom zadanom nizom brojeva $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

$$(x_1 : x_2 : x_3 : \dots : x_n = a_1 : a_2 : a_3 : \dots : a_n)$$

tada je

$$\left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = S \\ x_1 = k \cdot a_1 \\ x_2 = k \cdot a_2 \\ x_3 = k \cdot a_3 \\ \dots \\ x_n = k \cdot a_n \end{array} \right\}$$

gdje je k koeficijent razmjernosti.

1. inačica

Uočimo sljedeće:

- na 5 dječaka dolaze 4 djevojke
- na 10 dječaka dolazi 8 djevojaka, dakle, na dva puta više dječaka dolazi dva puta više djevojaka
- na 15 dječaka dolazi 12 djevojaka, dakle, na tri puta više dječaka dolazi tri puta više djevojaka
- na 20 dječaka dolazi 16 djevojaka, dakle, na četiri puta više dječaka dolazi četiri puta više djevojaka.

Ako je k faktor proporcionalnosti tada vrijedi da na $5 \cdot k$ dječaka dolazi $4 \cdot k$ djevojaka. Možemo reći da na $20 \cdot k$ dječaka dolazi $16 \cdot k$ djevojaka i $1 \cdot k$ nastavnika.

Ako zbrojimo sve dječake, djevojke i nastavnike bit će:

$$20 \cdot k + 16 \cdot k + 1 \cdot k = 1110 \Rightarrow 37 \cdot k = 1110 \Rightarrow 37 \cdot k = 1110 \quad /: 37 \Rightarrow k = 30.$$

Sada je broj:

- dječaka $20 \cdot 30 = 600$
- djevojaka $16 \cdot 30 = 480$
- nastavnika $1 \cdot 30 = 30$.

2. inačica

Ako na 5 dječaka dolaze 4 djevojke, tada će na 20 dječaka doći 16 djevojaka i 1 nastavnik. To je skupina od 37 ljudi.

$$20 + 16 + 1 = 37.$$

Budući da je u školi 1110 osoba, takvih skupina bit će 30.

$$1110 : 37 = 30.$$

Sada je broj:

- dječaka $20 \cdot 30 = 600$
- djevojaka $16 \cdot 30 = 480$
- nastavnika $1 \cdot 30 = 30$.

Vježba 157

U jednoj školi na 5 dječaka dolaze 4 djevojke, a na 20 dječaka 2 nastavnika. Koliko je u toj školi dječaka, djevojaka i nastavnika, ako ih je ukupno 1140?

Rezultat: Dječaka 600, djevojaka 480, nastavnika 60.

Zadatak 158 (Ivana, Anamarija, TUPŠ)

Cijena brašna A je 4.00 kn / kg, a brašna B 5.00 kn / kg. U kojem omjeru treba pomiješati te dvije vrste brašna da se dobije brašno s cijenom 4.20 kn / kg?

Rješenje 158

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad a : b = \frac{a}{b}, \quad b \cdot \frac{a}{b} = a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Označimo slovom x količinu brašna A, a slovom y količinu brašna B koje treba uzeti da se dobije traženi omjer. Tada vrijedi:

$$\begin{aligned} 4.00 \cdot x + 5.00 \cdot y &= 4.20 \cdot (x + y) \Rightarrow 4.00 \cdot x + 5.00 \cdot y = 4.20 \cdot x + 4.20 \cdot y \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5.00 \cdot y - 4.20 \cdot y = 4.20 \cdot x - 4.00 \cdot x \Rightarrow 0.80 \cdot y = 0.20 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0.80 \cdot y = 0.20 \cdot x \quad / \cdot 100 \Rightarrow 80 \cdot y = 20 \cdot x \Rightarrow 80 \cdot y = 20 \cdot x \quad / : 20 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot y = x \Rightarrow x = 4 \cdot y \Rightarrow x = 4 \cdot y \quad / \cdot \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{4}{1} \Rightarrow x : y = 4 : 1. \end{aligned}$$

Omjer brašna A i B je 4 : 1.

Vježba 158

Cijena brašna A je 8.00 kn / kg, a brašna B 10.00 kn / kg. U kojem omjeru treba pomiješati te dvije vrste brašna da se dobije brašno s cijenom 8.40 kn / kg?

Rezultat: 4 : 1.

Zadatak 159 (Iva, TUPŠ)

Prije tri godine Lucija i Tamara imale su zajedno 25 godina. Ako Lucija sada ima 17 godina, za koliko će godina Tamara imati 18 godina?

A. za dvije B. za tri C. za četiri D. za pet

Rješenje 159

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b za n manji od broja a ?

$$b+n=a \quad , \quad b=a-n \quad , \quad a-b=n.$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a ?

$$b-n=a \quad , \quad b=a+n \quad , \quad b-a=n.$$

1. inačica

Lucija sada ima 17 godina pa je prije 3 godine imala 14 godina.

$$17-3=14.$$

Tada su djevojke zajedno imale 25 godina. Znači da je Tamara imala 11 godina.

$$25-14=11.$$

Danas Tamara ima 14 godina (tri godine poslije).

$$11+3=14$$

pa će 18 godina imati za 4 godine.

$$18-14=4.$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

Prije 3 godine Lucija i Tamara imale su zajedno 25 godina. Danas imaju zajedno 31 godinu.

$$25+3+3=31.$$

Ako Lucija sada ima 17 godina, Tamara ima 14 godina.

$$31-17=14.$$

Tamara će imati 18 godina za 4 godine.

$$18-14=4.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 159

Prije tri godine Lucija i Tamara imale su zajedno 25 godina. Ako Lucija sada ima 17 godina, za koliko će godina Tamara imati 19 godina?

A. za dvije B. za tri C. za četiri D. za pet

Rezultat: D.

Zadatak 160 (Iva, TUPŠ)

Od dva radnika koji rade zajedno, drugi je bolji i zaradi na dan $\frac{5}{4}$ zarade prvog. Nakon određenog vremena drugi je zaradio 400 kn, a prvi je radio 7 dana manje i zaradio je 180 kn. Koliko je svaki zaradio na dan?

Rješenje 160

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1 \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Označimo dnevne zarade oba radnika:

- x je dnevna zarada prvog radnika

- $\frac{5}{4} \cdot x$ je dnevna zarada drugog radnika.

Vrijeme rada:

- t je vrijeme rada drugog radnika
- $t - 7$ je vrijeme rada prvog radnika.

Zarada prvog radnika je 180 kn pa vrijedi jednačba

$$x \cdot (t - 7) = 180,$$

a zarada drugog radnika je 400 kn pa možemo napisati jednačbu

$$\frac{5}{4} \cdot x \cdot t = 400.$$

Iz sustava jednačbi dobije se x .

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{4} \cdot x \cdot t = 400 \\ x \cdot (t - 7) = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{5}{4} \cdot x \cdot t = 400 \quad / \cdot \frac{4}{5} \\ x \cdot t - 7 \cdot x = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \cdot t = 320 \\ x \cdot t - 7 \cdot x = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 320 - 7 \cdot x = 180 \Rightarrow -7 \cdot x = 180 - 320 \Rightarrow -7 \cdot x = -140 \Rightarrow -7 \cdot x = -140 \quad / : (-7) \Rightarrow x = 20.$$

Prvi radnik zaradio je 20 kn dnevno, a drugi

$$\frac{5}{4} \cdot 20 \text{ kn} = 25 \text{ kn}.$$

Vježba 160

Od dva radnika koji rade zajedno, drugi je bolji i zaradi na dan $\frac{5}{4}$ zarade prvog. Nakon određenog vremena drugi je zaradio 800 kn, a prvi je radio 7 dana manje i zaradio je 360 kn. Koliko je svaki zaradio na dan?

Rezultat: 40 kn, 50 kn.