

Zadatak 121 (Vesna, strukovna škola)

Određenu količinu šećera treba spremati u pripremljene pakete. Stavi li se u svaki paket 18 kg šećera, ostat će 10 praznih paketa. Ako se u svaki paket stavi 14 kg šećera ostat će 180 kg šećera koji nije spakiran. Koliko paketa imamo na raspolaganju? Kolika je ukupna količina šećera?

Rješenje 121

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a ?

$$b - n = a \quad , \quad b = a + n \quad , \quad b - a = n.$$

Neka je:

- x ukupna količina šećera
- y ukupan broj paketa.

Ukupna količina šećera je x . Kada se u svaki paket stavi 18 kg šećera to je

$$\frac{x}{18}$$

paketa. Još ostane 10 praznih paketa pa vrijedi

$$y - \frac{x}{18} = 10.$$

Ukupan broj paketa je y . Kada se u svaki paket stavi 14 kg šećera to je

$$14 \cdot y$$

kilograma šećera. Još ostane 180 kg šećera pa vrijedi

$$x - 14 \cdot y = 180.$$

Riješimo sustav jednačbi.

$$\left. \begin{array}{l} y - \frac{x}{18} = 10 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{x}{18} + y = 10 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -\frac{x}{18} + y = 10 \quad / \cdot 18 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x + 18 \cdot y = 180 \\ x - 14 \cdot y = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \cdot y = 360 \Rightarrow 4 \cdot y = 360 \quad / : 4 \Rightarrow y = 90.$$

Računamo x .

$$\left. \begin{array}{l} x - 14 \cdot y = 180 \\ y = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow x - 14 \cdot 90 = 180 \Rightarrow x - 1260 = 180 \Rightarrow x = 180 + 1260 \Rightarrow x = 1440.$$

Paketa je 90, šećera 1440 kg.

Vježba 121

Određenu količinu šećera treba spremati u pripremljene pakete. Stavi li se u svaki paket 18 kg šećera, ostat će 20 praznih paketa. Ako se u svaki paket stavi 14 kg šećera ostat će 360 kg šećera koji nije spakiran. Koliko paketa imamo na raspolaganju? Kolika je ukupna količina šećera?

Rezultat: Paketa 180, šećera 2880 kg.

Zadatak 122 (Petra, gimnazija)

Marin je išao kupiti školski pribor. Trećinu novca potrošio je za bilježnice, onda je četvrtinu ostatka potrošio za olovke i na kraju je polovicu onoga što je ostalo potrošio za pernicu. Preostalo mu je 18 kuna. Koliko je novaca Marin ponio sa sobom?

- A. 68 kn B. 72 kn C. 90 kn D. 102 kn

Rješenje 122

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

Kako izračunati $\frac{a}{b}$ od x ?

$$\frac{a}{b} \cdot x.$$

Označimo slovom x iznos novca koji je Marin imao prije kupovine.

1. inačica

Trećinu novca

$$\frac{1}{3} \cdot x$$

Marin je potrošio za bilježnice pa mu je ostalo

$$x - \frac{1}{3} \cdot x = \frac{x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{3 \cdot x - x}{3} = \frac{2 \cdot x}{3} = \frac{2}{3} \cdot x.$$

Četvrtinu ostatka

$$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot x \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot x = \frac{1}{6} \cdot x$$

potrošio je za olovke i ostalo mu je

$$\frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x = \frac{4 \cdot x - x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cdot x.$$

Polovicu onog što je ostalo

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot x$$

potrošio je za pernicu pa mu je preostalo

$$\frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{4} \cdot x = \frac{2 \cdot x - x}{4} = \frac{x}{4} = \frac{1}{4} \cdot x.$$

Budući da je nakon kupovine preostalo 18 kn, vrijedi:

$$\frac{1}{4} \cdot x = 18 \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot x = 18 / \cdot 4 \Rightarrow x = 72.$$

Marin je imao 72 kn. Odgovor je pod B.

2. inačica

Trećinu novca

$$\frac{1}{3} \cdot x$$

Marin je potrošio za bilježnice pa mu je ostalo

$$x - \frac{1}{3} \cdot x = \frac{x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{3 \cdot x - x}{3} = \frac{2 \cdot x}{3} = \frac{2}{3} \cdot x.$$

Četvrtinu ostatka

$$\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot x \right) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot x = \frac{1}{6} \cdot x$$

potrošio je za olovke i ostalo mu je

$$\frac{2}{3} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot x = \frac{4 \cdot x - x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{3 \cdot x}{6} = \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \cdot x.$$

Polovicu onog što je ostalo

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot x \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot x$$

potrošio je za pernicu pa mu je preostalo 18 kn.

Od x kuna koje je imao Marin je potrošio

- za bilježnice $\frac{1}{3} \cdot x$
- za olovke $\frac{1}{6} \cdot x$
- za pernicu $\frac{1}{4} \cdot x$
- još je preostalo 18 kn

pa vrijedi jednadžba:

$$x = \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + 18 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{6} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot x + 18 \quad / \cdot 12 \Rightarrow$$

$$12 \cdot x = 4 \cdot x + 2 \cdot x + 3 \cdot x + 216 \Rightarrow 12 \cdot x - 4 \cdot x - 2 \cdot x - 3 \cdot x = 216 \Rightarrow 3 \cdot x = 216 \Rightarrow 3 \cdot x = 216 \quad / : 3 \Rightarrow x = 72.$$

Marin je imao 72 kn. Odgovor je pod B.



Vježba 122

Marin je išao kupiti školski pribor. Trećinu novca potrošio je za bilježnice, onda je četvrtinu ostatka potrošio za olovke i na kraju je polovicu onoga što je ostalo potrošio za pernicu. Preostalo mu je 30 kuna. Koliko je novaca Marin ponio sa sobom?

- A. 90 kn B. 150 kn C. 120 kn D. 180 kn

Rezultat: C.

Zadatak 123 (MMMMDDDD, maturant)

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijeg 5 florina. Ukoliko se kupi urna vina za 8 florina, koliko je od toga bolje, a koliko lošije vino?

Rješenje 123

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Jednostavni račun smjese

Imamo dvije vrste robe:

- prve x mjernih jedinica po cijeni a
- druge y mjernih jedinica po cijeni b, pritom je $a > b$.

Ako ih pomiješamo, dobit ćemo smjesu od $(x + y)$ mjernih jedinica po cijeni c. Dakle, imamo:

$$a \cdot x + b \cdot y = c \cdot (x + y).$$

Traženi omjer miješanja prve i druge vrste robe može se naći pomoću sheme:

a	c - b
c	
b	a - c

1. inačica

Označimo slovom x količinu boljeg, a slovom y količinu lošijeg vina. Ukoliko se kupi urna (približno 13 litara) vina vrijedi jednadžba:

$$x + y = 13.$$

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijega 5 florina. Budući da je kupljena urna vina za 8 florina, valjana je sljedeća jednačba:

$$10 \cdot x + 5 \cdot y = 8 \cdot 13 \Rightarrow 10 \cdot x + 5 \cdot y = 104.$$

Iz sustava jednačbi izračunamo x količinu boljeg i y količinu lošijeg vina.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ 10 \cdot x + 5 \cdot y = 104 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 13 - x \\ 10 \cdot x + 5 \cdot y = 104 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow 10 \cdot x + 5 \cdot (13 - x) = 104 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \cdot x + 65 - 5 \cdot x = 104 \Rightarrow 10 \cdot x - 5 \cdot x = 104 - 65 \Rightarrow 5 \cdot x = 39 \Rightarrow 5 \cdot x = 39 \text{ } /: 5 \Rightarrow x = 7.8 \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 13 \\ x = 7.8 \end{array} \right\} \Rightarrow 7.8 + y = 13 \Rightarrow y = 13 - 7.8 \Rightarrow y = 5.2.$$

Boljega vina je 7.8 litara, a lošijeg 5.2 litre.

2. inačica

Neka je x količina kupljenog boljeg vina. Budući da je urna približno 13 litara, lošijeg vina bit će

$$13 - x.$$

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijeg 5 florina. Budući da je kupljena urna vina za 8 florina, valjana je sljedeća jednačba:

$$10 \cdot x + 5 \cdot (13 - x) = 8 \cdot 13 \Rightarrow 10 \cdot x + 5 \cdot (13 - x) = 104 \Rightarrow 10 \cdot x + 65 - 5 \cdot x = 104 \Rightarrow 10 \cdot x - 5 \cdot x = 104 - 65 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x = 39 \Rightarrow 5 \cdot x = 39 \text{ } /: 5 \Rightarrow x = 7.8.$$

Boljeg vina ima 7.8 litara, a lošijeg

$$13 - x = 13 - 7.8 = 5.2$$

litre.

3. inačica

Postavimo shemu:

10		8 - 5 = 3
	8	
5		10 - 8 = 2
		5

Sada urnu vina, tj. 13 litara podijelimo s 5.

$$13 : 5 = 2.6.$$

Kupljeno je:

- boljeg vina $2.6 \cdot 3 = 7.8$ litara
- lošijeg vina $2.6 \cdot 2 = 5.2$ litre.



=



Vježba 123

Urna (približno 13 litara) boljega vina košta 10 florina, a urna lošijeg 5 florina. Ukoliko se kupe dvije urne vina za 8 florina, koliko je od toga bolje, a koliko lošije vino?

Rezultat: 15.6 litara, 10.4 litre.

Zadatak 124 (Davor, srednja škola)

Ako aritmetička sredina deset brojeva x, 3, 1, 4, 1, 5, 1, 4, 1, 5 iznosi 3, onda je:

- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 4$ D. $x = 5$

Rješenje 124

Ponovimo!

Neka je zadano n pozitivnih brojeva $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Tada je aritmetička sredina A brojeva $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ definirana izrazom

$$A = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Računamo x .

$$\frac{x+3+1+4+1+5+1+4+1+5}{10} = 3 \Rightarrow \frac{x+25}{10} = 3 \Rightarrow \frac{x+25}{10} = 3 \cdot 10 \Rightarrow x+25 = 30 \Rightarrow x = 30 - 25 \Rightarrow x = 5.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 124

Ako aritmetička sredina deset brojeva $x, 3, 1, 2, 1, 7, 2, 3, 1, 5$ iznosi 3, onda je:

- A. $x = 2$ B. $x = 3$ C. $x = 4$ D. $x = 5$

Rezultat: D.

Zadatak 125 (Ana, gimnazija)

Trećina nekog broja je za 12 veća od četvrtine tog broja. Koji je to broj?

Rješenje 125

Ponovimo!

Kako zapisati n – ti dio od broja x ?

$$\frac{1}{n} \cdot x \text{ ili } \frac{x}{n}$$

Kako zapisati da je broj a za n veći od broja b ?

$$a - n = b \text{ ili } a = b + n \text{ ili } a - b = n.$$

Označimo slovom x traženi broj. Tada:

- njegova trećina iznosi

$$\frac{x}{3}$$

- njegova četvrtina iznosi

$$\frac{x}{4}$$

Budući da je trećina tog broja za 12 veća od njegove četvrtine, vrijedi jednačina:

1. inačica

$$\frac{x}{3} - 12 = \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{x}{3} - 12 = \frac{x}{4} \cdot 12 \Rightarrow 4 \cdot x - 144 = 3 \cdot x \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 144 \Rightarrow x = 144.$$

2. inačica

$$\frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 12 \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 12 \cdot 12 \Rightarrow 4 \cdot x = 3 \cdot x + 144 \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 144 \Rightarrow x = 144.$$

3. inačica

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 12 \Rightarrow \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 12 \cdot 12 \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot x = 144 \Rightarrow x = 144.$$

Vježba 125

Polovica nekog broja je za 36 veća od četvrtine tog broja. Koji je to broj?

Rezultat: 144.