

Zadatak 061 (Nena, hotelijerska škola)

Učenik piše 6 testova. Do sada je dobio 83, 80, 71, 61 i 95 bodova. Koliko bodova treba dobiti u posljednjem testu pa da prosječno ima 80 bodova?

Rješenje 061

Ponovimo!

Prosječna vrijednost za 6 brojeva a, b, c, d, e, f računa se formulom:

$$A = \frac{a+b+c+d+e+f}{6}$$

Označimo slovom x traženi broj bodova. Tada je:

$$\frac{83+80+71+61+95+x}{6} = 80 \Rightarrow \frac{x+390}{6} = 80 \Rightarrow \frac{x+390}{6} = 80 \cdot / \cdot 6 \Rightarrow x+390 = 480 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = 480 - 390 \Rightarrow x = 90.$$

Vježba 061

Učenik piše 6 testova. Do sada je dobio 80, 80, 70, 60 i 90 bodova. Koliko bodova treba dobiti u posljednjem testu pa da prosječno ima 80 bodova?

Rezultat: 100.

Zadatak 062 (Viki, farmaceutska škola)

Prilikom rješavanja jednog zadatka iz matematike, 12% učenika nije riješilo zadatak, 32% učenika djelomično je riješilo zadatak, a preostalih 14 učenika zadatak je riješilo točno. Koliko je bilo učenika?

Rješenje 062

1. inačica



Označimo sa x broj učenika. Budući da 12% učenika nije riješilo zadatak, 32% učenika djelomično je riješilo zadatak, a preostalih 14 je zadatak riješilo točno, vrijedi jednačina:

$$\frac{12}{100} \cdot x + \frac{32}{100} \cdot x + 14 = x \Rightarrow \frac{12}{100} \cdot x + \frac{32}{100} \cdot x + 14 = x \cdot / \cdot 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 \cdot x + 32 \cdot x + 1400 = 100 \cdot x \Rightarrow 12 \cdot x + 32 \cdot x - 100 \cdot x = -1400 \Rightarrow -56 \cdot x = -1400 \cdot / : (-56) \Rightarrow x = 25.$$

2. inačica

Neka je x broj učenika. Ako 12% učenika nije riješilo zadatak, a 32% učenika djelomično je riješilo zadatak, onda je 56% učenika ($100\% - 12\% - 32\%$) riješilo zadatak točno što iznosi 14 učenika:

$$\frac{56}{100} \cdot x = 14 \Rightarrow \frac{56}{100} \cdot x = 14 \cdot / \cdot \frac{100}{56} \Rightarrow x = 14 \cdot \frac{100}{56} \Rightarrow x = 25.$$

Vježba 062

Prilikom rješavanja jednog zadatka iz matematike, 12% učenika nije riješilo zadatak, 32% učenika djelomično je riješilo zadatak, a preostalih 14 učenika zadatak je riješilo točno. Koliko učenika nije riješilo zadatak?

Rezultat: 3.

Zadatak 063 (Nena, hotelijerska škola)

Točan odgovor na testu donosi 20 bodova, netočan – 5 bodova, a neoznačavanje odgovora donosi 0 bodova. Pristupnik je odgovorio na 27 pitanja i osvojio 340 bodova. Na koliko je pitanja odgovorio točno?

Rješenje 063

1. inačica

Označimo slovom x broj točnih odgovora na koja je pristupnik odgovorio. Tada je $27 - x$ broj netočnih odgovora. Budući da je pristupnik osvojio 340 bodova, vrijedi:

$$20 \cdot x - 5 \cdot (27 - x) = 340 \Rightarrow 20 \cdot x - 135 + 5 \cdot x = 340 \Rightarrow 20 \cdot x + 5 \cdot x = 340 + 135 \Rightarrow 25 \cdot x = 475 \Rightarrow \\ \Rightarrow 25 \cdot x = 475 \cdot / : 25 \Rightarrow x = 19.$$

Pristupnik je odgovorio točno na 19 pitanja.

2. inačica

Neka je x broj točnih, a y broj netočnih odgovora. Postavimo jednadžbe!

Pristupnik je odgovorio na 27 pitanja:

$$x + y = 27,$$

a osvojio je ukupno 340 bodova:

$$20 \cdot x - 5 \cdot y = 340.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se x :

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 27 \\ 20 \cdot x - 5 \cdot y = 340 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 27 \cdot 5 \\ 20 \cdot x - 5 \cdot y = 340 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5 \cdot x + 5 \cdot y = 135 \\ 20 \cdot x - 5 \cdot y = 340 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow 25 \cdot x = 475 \cdot 5 \Rightarrow x = 19.$$

Pristupnik je odgovorio točno na 19 pitanja.

Vježba 063

Točan odgovor na testu donosi 20 bodova, netočan – 5 bodova, a neoznačavanje odgovora donosi 0 bodova. Pristupnik je odgovorio na 18 pitanja i osvojio 160 bodova. Na koliko je pitanja odgovorio točno?

Rezultat: 10.

Zadatak 064 (Anamarija, gimnazija)

Cijena robe povećana je za 25%. Za koliko je treba sniziti da dobijemo staru cijenu?

Rješenje 064

Neka je x početna cijena robe. Nova cijena iznosit će:

$$x + \frac{25}{100} \cdot x = x + 0.25 \cdot x = 1.25 \cdot x.$$

Da bismo ponovno dobili staru cijenu robe, novu treba umanjiti za $0.25 \cdot x$, a to iznosi:

$$\frac{0.25 \cdot x}{1.25 \cdot x} \cdot 100\% = 20\%.$$

Vježba 064

Cijena robe povećana je za 10%. Za koliko je treba sniziti da dobijemo staru cijenu?

Rezultat: 9.09%.

Zadatak 065 (Anamarija, gimnazija)

Brod je bio na putu 4 dana. Prvog je dana prešao $\frac{3}{10}$ puta, drugog dana $\frac{3}{7}$ preostalog puta, trećeg dana $\frac{5}{8}$ preostalog puta, a četvrtog dana 60 km. Koliki je put brod prešao?

Rješenje 065

Prvog dana brod je prešao $\frac{3}{10}$ puta pa je preostalo: $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ puta.

Drugog dana brod je prešao $\frac{3}{7}$ preostalog puta, tj. $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$ pa je preostalo: $\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ puta.

Trećeg dana brod je prešao $\frac{5}{8}$ preostalog puta, tj. $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{4}$ pa je preostalo: $\frac{2}{5} - \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$ puta.

Četvrtog dana brod je prešao 60 km, a to je $\frac{3}{20}$ cijelog puta. Računamo duljinu cijelog puta:



$$\frac{3}{20} \cdot x = 60 \Rightarrow \frac{3}{20} \cdot x = 60 \cdot \frac{20}{3} \Rightarrow x = 60 \cdot \frac{20}{3} \Rightarrow x = 400 \text{ km.}$$

Brod je prešao 400 km.

Tablični prikaz (x je duljina cijelog puta)

| Dani | Prijeđeni put | Preostali put |
|-------------|---|--|
| Prvi dan | $\frac{3}{10} \cdot x$ | $x - \frac{3}{10} \cdot x = \frac{7}{10} \cdot x$ |
| Drugi dan | $\frac{3}{7} \cdot \frac{7}{10} \cdot x = \frac{3}{10} \cdot x$ | $\frac{7}{10} \cdot x - \frac{3}{10} \cdot x = \frac{4}{10} \cdot x = \frac{2}{5} \cdot x$ |
| Treći dan | $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5} \cdot x = \frac{1}{4} \cdot x$ | $\frac{2}{5} \cdot x - \frac{1}{4} \cdot x = \frac{3}{20} \cdot x$ |
| Četvrti dan | 60 km | $\frac{3}{20} \cdot x - 60 = 0$ |

$$\frac{3}{20} \cdot x = 60 \Rightarrow \frac{3}{20} \cdot x = 60 \cdot \frac{20}{3} \Rightarrow x = 60 \cdot \frac{20}{3} \Rightarrow x = 400 \text{ km. Brod je prešao 400 km.}$$

Vježba 065

Brod je bio na putu 4 dana. Prvog je dana prešao $\frac{3}{10}$ puta, drugog dana $\frac{3}{7}$ preostalog puta, trećeg dana $\frac{5}{8}$ preostalog puta, a četvrtog dana 120 km. Koliki je put brod prešao?

Rezultat: 800 km.

Zadatak 066 (Anamarija, gimnazija)

Koliko ima cijelih brojeva n za koje je razlomak $\frac{5 \cdot n - 1}{n + 1}$ cijeli broj?

Rješenje 066

Transformiramo razlomak u sljedeći oblik:

$$\frac{5 \cdot n - 1}{n + 1} = \frac{5 \cdot n + 5 - 5 - 1}{n + 1} = \frac{5 \cdot n + 5 - 6}{n + 1} = \frac{5 \cdot n + 5}{n + 1} - \frac{6}{n + 1} = \frac{5 \cdot (n + 1)}{n + 1} - \frac{6}{n + 1} = 5 - \frac{6}{n + 1}$$

Razlomak $\frac{6}{n + 1}$ bit će cijeli broj, ako je nazivnik n + 1 cjelobrojni djelitelj broja 6.

Cjelobrojni djelitelji broja 6 su:

$$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6.$$

Dakle, postoji 8 cijelih brojeva.

Vježba 066

Koliko ima cijelih brojeva n za koje je razlomak $\frac{3 \cdot n - 1}{n + 1}$ cijeli broj?

Rezultat: Postoji 6 cijelih brojeva.

Zadatak 067 (Marija, studentica PA)

Parobrod plovi nizvodno rijekom, od luke A do luke B, pet sati. Ako plovi uzvodno, od B do A, treba mu šest sati. Brzina rijeke je 4 km/h. Nađite udaljenost između luka A i B.

Rješenje 067

$$t_1 = 5 \text{ h}, \quad t_2 = 6 \text{ h}, \quad v_r = 4 \text{ km/h}, \quad s = ?$$

Put kod jednolikoga gibanja po pravcu računa se:

$$s = v \cdot t, \quad \text{put} = \text{brzina puta vrijeme.}$$

Neka je v brzina parobroda na mirnoj vodi.

Kada parobrod plovi niz rijeku njegova relativna brzina iznosi

$$v + v_r$$

pa za put s vrijedi:

$$s = (v + v_r) \cdot t_1$$

Kada parobrod plovi uz rijeku njegova relativna brzina iznosi

$$v - v_r$$

pa za put s vrijedi:

$$s = (v - v_r) \cdot t_2$$

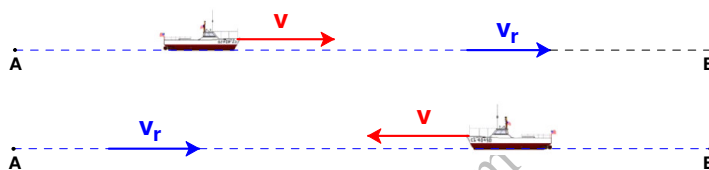
Iz sustava jednačbi izračuna se brzina v:

$$\left. \begin{aligned} s &= (v + v_r) \cdot t_1 \\ s &= (v - v_r) \cdot t_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (v + v_r) \cdot t_1 = (v - v_r) \cdot t_2 \Rightarrow (v + 4) \cdot 5 = (v - 4) \cdot 6 \Rightarrow 5 \cdot v + 20 = 6 \cdot v - 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot v - 6 \cdot v = -24 - 20 \Rightarrow -v = -44 \quad / : (-1) \Rightarrow v = 44 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Udaljenost luka A i B iznosi:

$$s = (v + v_r) \cdot t_1 = \left(44 \frac{\text{km}}{\text{h}} + 4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \cdot 5 \text{ h} = 240 \text{ km}$$



Vježba 067

Parobrod plovi nizvodno rijekom, od luke A do luke B, četiri sata. Ako plovi uzvodno, od B do A, treba mu šest sati. Brzina rijeke je 2 km/h. Nađite udaljenost između luka A i B.

Rezultat: 48 km.

Zadatak 068 (Marija, studentica PA)

Iz jedne cisterne u kojoj je 32 hl tekućine, tekućina istječe brzinom 0.2 hl u minuti. Iz druge, u kojoj je 36 hl, ona istječe brzinom 0.3 hl u minuti. Nakon koliko vremena će u obje cisterne biti jednako mnogo tekućine?

Rješenje 068



Iz prve cisterne tekućina istječe brzinom 0.2 hl u minuti. Za x minuta isteći će $0.2 \cdot x$ hektolitara tekućine pa u cisterni ostaje

$$32 - 0.2 \cdot x$$

hektolitara tekućine.

Iz druge cisterne tekućina istječe brzinom 0.3 hl u minuti. Za x minuta isteći će $0.3 \cdot x$ hektolitara tekućine pa u cisterni ostaje

$$36 - 0.3 \cdot x$$

hektolitara tekućine.

Budući da u cisternama mora ostati jednaka količina tekućine, slijedi:

$$32 - 0.2 \cdot x = 36 - 0.3 \cdot x \Rightarrow -0.2 \cdot x + 0.3 \cdot x = 36 - 32 \Rightarrow 0.1 \cdot x = 4 \Rightarrow 0.1 \cdot x = 4 \quad / \cdot 10 \Rightarrow x = 40$$

Nakon 40 minuta u obje cisterne bit će jednaka količina tekućine.

Vježba 068

Iz jedne cisterne u kojoj je 32 hl tekućine, tekućina istječe brzinom 0.3 hl u minuti. Iz druge, u kojoj je 36 hl, ona istječe brzinom 0.5 hl u minuti. Nakon koliko vremena će u obje cisterne biti jednako mnogo tekućine?

Rezultat: Nakon 20 minuta u obje cisterne bit će jednaka količina tekućine.

Zadatak 069 (Marija, studentica PA)

Dokažite tvrdnju: kvadrat neparnog prirodnog broja pri dijeljenju s 8 daje ostatak 1.

Rješenje 069

Neka je n neparan prirodan broj:

$$n = 2 \cdot k + 1, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Tada slijedi:

$$n^2 = (2 \cdot k + 1)^2 = 4 \cdot k^2 + 4 \cdot k + 1 = 4 \cdot k \cdot (k + 1) + 1.$$

Budući da je umnožak $k \cdot (k + 1)$ (umnožak broja i njegovog neposrednog sljedbenika) djeljiv sa 2, može se zapisati:

$$k \cdot (k + 1) = 2 \cdot m, \quad m \in \mathbb{N}.$$

Iz toga slijedi tvrdnja:

$$n^2 = 4 \cdot 2 \cdot m + 1 = 8 \cdot m + 1.$$

Vježba 069

Dokažite tvrdnju: zbroj kvadrata dvaju uzastopnih prirodnih brojeva pri dijeljenju sa 4 daje ostatak 1.

Rezultat:

$$\begin{aligned} n^2 + (n+1)^2 &= n^2 + n^2 + 2 \cdot n + 1 = 2 \cdot n^2 + 2 \cdot n + 1 = 2 \cdot n \cdot (n+1) + 1 = \\ &= [n \cdot (n+1) = 2 \cdot k, \quad k \in \mathbb{N}] = 4 \cdot k + 1. \end{aligned}$$

Zadatak 070 (Anamarija, gimnazija)

U nekom razredu s 29 učenika razred je uspješno završilo njih 25 i to sa srednjom ocjenom 3.80.

Ako je među uspješnima 6 odlikaša i 8 s vrlo dobrim uspjehom, a niti jedan s dovoljnim, koliko je učenika razred završilo s dobrim uspjehom?

Rješenje 070

Ponovimo!

- Neka su zadana dva pozitivna broja x i y . Tada je aritmetička sredina A brojeva x i y definirana izrazom

$$A = \frac{x + y}{2}.$$

- Neka su zadana tri pozitivna broja x , y i z . Tada je aritmetička sredina A brojeva x , y i z definirana izrazom

$$A = \frac{x + y + z}{3}.$$

- Neka je zadano n pozitivnih brojeva $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Tada je aritmetička sredina A brojeva $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ definirana izrazom

$$A = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}.$$

Neka je x broj učenika koji su razred završili s dobrim uspjehom. Budući da je razred završilo 25 učenika, slijedi:



$$\begin{aligned} \frac{6 \cdot 5 + 8 \cdot 4 + x \cdot 3}{25} = 3.80 &\Rightarrow \frac{30 + 32 + 3 \cdot x}{25} = 3.80 \Rightarrow \frac{62 + 3 \cdot x}{25} = 3.80 \quad / \cdot 25 \Rightarrow 62 + 3 \cdot x = 95 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3 \cdot x = 95 - 62 \Rightarrow 3 \cdot x = 33 \quad / : 3 \Rightarrow x = 11. \end{aligned}$$

S dobrim uspjehom završilo je 11 učenika.

Vježba 070

U nekom razredu s 27 učenika razred je uspješno završilo njih 25 i to sa srednjom ocjenom 3.76.

Ako je među uspješnima 6 odlikaša i 7 s vrlo dobrim uspjehom, a niti jedan s dovoljnim, koliko je učenika razred završilo s dobrim uspjehom?

Rezultat: S dobrim uspjehom završilo je 12 učenika.

Zadatak 071 (Anamarija, gimnazija)

Prosječna starost igrača neke nogometne momčadi, njih jedanaest, je 24.5 godina. Ako je iz igre isključen igrač star 21.5 godina, kolika je prosječna starost igrača koji su ostali u igri?

Rješenje 071

Ponovimo!

- Neka je zadano n pozitivnih brojeva $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Tada je aritmetička sredina A brojeva $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ definirana izrazom



$$A = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Kad je u igri bilo svih jedanaest igrača, imali su ukupno $24.5 \cdot 11 = 269.5$ godina. Nakon što je isključen igrač star 21.5 godina zbroj godina deset igrača koji su ostali u igri jednak je 248. Njihov je prosjek godina jednak

$$\frac{248}{10} = 24.8.$$

Vježba 071

Prosječna starost igrača neke nogometne momčadi, njih jedanaest, je 25.5 godina. Ako je iz igre isključen igrač star 20.5 godina, kolika je prosječna starost igrača koji su ostali u igri?

Rezultat: 26 godina.

Zadatak 072 (Feniz, srednja škola)

Brat i sestra imali su ukupno 900 kn. Kada je brat potrošio $\frac{3}{8}$ svoje sume, a sestra $\frac{3}{10}$ svoje, zaključili su da su potrošili jednu trećinu ukupne svote. Koliko je svatko od njih imao novaca?

Rješenje 072

1. inačica

Označimo slovom x bratov novac, a slovom y sestrin. Budući da ukupno imaju 900 kn, vrijedi:

$$x + y = 900.$$

Kada je brat potrošio $\frac{3}{8}$ svoje sume, a sestra $\frac{3}{10}$ svoje, zaključili su da su potrošili jednu trećinu ukupne svote. Tu činjenicu zapisujemo pomoću sljedeće jednadžbe:

$$\frac{3}{8} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot y = \frac{1}{3} \cdot 900 \Rightarrow \frac{3}{8} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot y = 300 \quad / \cdot 40 \Rightarrow 15 \cdot x + 12 \cdot y = 12000.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se traženi rezultat:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 900 \\ 15 \cdot x + 12 \cdot y = 12000 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 900 \quad / \cdot (-12) \\ 15 \cdot x + 12 \cdot y = 12000 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -12 \cdot x - 12 \cdot y = -10800 \\ 15 \cdot x + 12 \cdot y = 12000 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 \cdot x = 1200 \quad / : 3 \Rightarrow x = 400 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 400 \\ x + y = 900 \end{array} \right\} \Rightarrow y = 900 - 400 \Rightarrow y = 500.$$

Brat ima 400 kn, a sestra 500 kn.

2. inačica

Neka je x novac koji ima brat. Budući da zajedno imaju 900 kn, slijedi da sestra ima $900 - x$ kuna.

Kada je brat potrošio $\frac{3}{8}$ svoje sume, a sestra $\frac{3}{10}$ svoje, zaključili su da su potrošili jednu trećinu ukupne svote. Tu činjenicu zapisujemo pomoću sljedeće jednadžbe:

$$\frac{3}{8} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot (900 - x) = \frac{1}{3} \cdot 900 \Rightarrow \frac{3}{8} \cdot x + \frac{3}{10} \cdot (900 - x) = 300 \quad / \cdot 40 \Rightarrow 15 \cdot x + 12 \cdot (900 - x) = 12000 \Rightarrow \\ \Rightarrow 15 \cdot x + 10800 - 12 \cdot x = 12000 \Rightarrow 15 \cdot x - 12 \cdot x = 12000 - 10800 \Rightarrow 3 \cdot x = 1200 \quad / : 3 \Rightarrow x = 400.$$

Brat ima 400 kn, a sestra $900 - 400 = 500$ kn.

Vježba 072

Brat i sestra imali su ukupno 800 kn. Kada je brat potrošio $\frac{2}{3}$ svoje sume, a sestra $\frac{2}{5}$ svoje, zaključili su da su potrošili jednu polovinu ukupne svote. Koliko je svatko od njih imao novaca?

Rezultat: Brat ima 300 kn, a sestra 500 kn.

Zadatak 073 (Graziano, student)

Test na prijamnom ispitu ima 40 zadataka. Točan odgovor nosi 14 bodova, a netočan odnosi 4 boda. Odgovorili ste na sva pitanja i sakupili 416 bodova. Koliko ima točnih odgovora?

Rješenje 073

1. inačica



Označimo slovom x broj točnih odgovora na koja je pristupnik odgovorio. Tada je $40 - x$ broj netočnih odgovora. Budući da je pristupnik osvojio 416 bodova, vrijedi:

$$14 \cdot x - 4 \cdot (40 - x) = 416 \Rightarrow 14 \cdot x - 160 + 4 \cdot x = 416 \Rightarrow 14 \cdot x + 4 \cdot x = 416 + 160 \Rightarrow \\ \Rightarrow 18 \cdot x = 576 \Rightarrow 18 \cdot x = 576 / :18 \Rightarrow x = 32. \text{ Pristupnik je odgovorio točno na 32 pitanja.}$$

2. inačica

Neka je x broj točnih, a y broj netočnih odgovora. Postavimo jednadžbe!
Pristupnik je odgovorio na 40 pitanja:

$$x + y = 40,$$

a osvojio je ukupno 416 bodova:

$$14 \cdot x - 4 \cdot y = 416.$$

Iz sustava jednadžbi dobije se x :

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 40 \\ 14 \cdot x - 4 \cdot y = 416 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenta} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 40 \cdot 4 \\ 14 \cdot x - 4 \cdot y = 416 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4 \cdot x + 4 \cdot y = 160 \\ 14 \cdot x - 4 \cdot y = 416 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow 18 \cdot x = 576 / :18 \Rightarrow x = 32.$$

Pristupnik je odgovorio točno na 32 pitanja.

Vježba 073

Točan odgovor na testu donosi 20 bodova, netočan – 5 bodova. Pristupnik je odgovorio na 18 pitanja i osvojio 160 bodova. Na koliko je pitanja odgovorio točno?

Rezultat: 10.

Zadatak 074 (Los-Habalos, gimnazija)

Zidar A radeći sam sazida zid za 8 dana, a zidar B radeći sam sazida isti zid za 12 dana. Koliko su dugo zidali zajedno ako je zidar B nakon zajedničkog zidanja dovršio zid radeći sam još 2 dana?

Rješenje 074

Zidar A radeći sam sazida zid za 8 dana. Za 1 dan sazidaće $\frac{1}{8}$ zida.

Zidar B radeći sam sazida zid za 12 dana. Za 1 dan sazidaće $\frac{1}{12}$ zida.

Radeći zajedno, zidari A i B, za 1 dan sazidaće

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{12}$$

zida.

Označimo slovom x broj dana koji su radili zajedno. Nakon toga zidaru B trebala su još dva dana da radeći sam dovrši posao:

$$x \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12} \right) + \frac{2}{12} = 1 \Rightarrow x \cdot \frac{3+2}{24} + \frac{1}{6} = 1 \Rightarrow \frac{5}{24} \cdot x = 1 - \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{5}{24} \cdot x = \frac{5}{6} / \cdot \frac{24}{5} \Rightarrow x = \frac{5}{6} \cdot \frac{24}{5} \Rightarrow x = 4.$$

Zajedno su radili 4 dana.

Vježba 074

Arhitekt X radeći sam završi neki projekt za 6 dana, a arhitekt Y radeći sam završi isti projekt za 8 dana. Koliko su dugo radili na projektu zajedno ako je arhitekt Y nakon zajedničkog rada dovršio projekt radeći sam još 1 dan?

Rezultat: Zajedno su radili 3 dana.

Zadatak 075 (Los-Habalos, gimnazija)

Brzi vlak prijeđe udaljenost između gradova A i B za 4 sata, a nagibni vlak za 2.5 sata. Ako je prosječna brzina nagibnog vlaka za 50 km/h veća od prosječne brzine brzog vlaka, nađite udaljenost gradova A i B.

Rješenje 075

$$t_1 = 4 \text{ h}, \quad t_2 = 2.5 \text{ h}, \quad v_2 = v_1 + 50 \text{ km/h}, \quad s = ?$$

1. inačica

Formula za put kod jednolikog gibanja:

$$s = v \cdot t.$$

Zato je:

$$\begin{aligned} v_1 \cdot t_1 &= v_2 \cdot t_2 \Rightarrow v_1 \cdot 4 = (v_1 + 50) \cdot 2.5 \Rightarrow 4 \cdot v_1 = 2.5 \cdot v_1 + 125 \Rightarrow 4 \cdot v_1 - 2.5 \cdot v_1 = 125 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1.5 \cdot v_1 = 125 \quad /:1.5 \Rightarrow v_1 = \frac{125}{1.5} \Rightarrow v_1 = \frac{1250}{15} \Rightarrow v_1 = \frac{250}{3} \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

Udaljenost gradova A i B iznosi:

$$s = v_1 \cdot t_1 \Rightarrow s = \frac{250}{3} \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 4 \text{ h} = 333.33 \text{ km}.$$

2. inačica

Budući da je nagibni vlak brži, slijedi:

$$\begin{aligned} v_2 - v_1 &= 50 \Rightarrow \frac{s}{t_2} - \frac{s}{t_1} = 50 \Rightarrow s \cdot \left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1} \right) = 50 \Rightarrow s \cdot \frac{t_1 - t_2}{t_1 \cdot t_2} = 50 \quad / \cdot \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 - t_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow s = 50 \cdot \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 - t_2} \Rightarrow s = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{4 \text{ h} \cdot 2.5 \text{ h}}{4 \text{ h} - 2.5 \text{ h}} = 333.33 \text{ km}. \end{aligned}$$

Vježba 075

Brzi vlak prijeđe udaljenost između gradova A i B za 4 sata, a nagibni vlak za 3 sata. Ako je prosječna brzina nagibnog vlaka za 50 km/h veća od prosječne brzine brzog vlaka, nađite udaljenost gradova A i B.

Rezultat: 600 km.

Zadatak 076 (Ivan, pomorska škola)

Četiri osobe zajedno uplaćuju LOTO. Prva je osoba uplatila najmanji dio, druga 10% više od prve, treća 10% više od druge te četvrta 10% više od treće. Kako će te četiri osobe podijeliti dobitak u iznosu 9282000.00 kn?

Rješenje 076

Ponovimo!

- Kako se računa p% od x? Odgovor: $\frac{p}{100} \cdot x$.
- Cijena x poveća se p%. Kolika je nova cijena? Odgovor: $x + \frac{p}{100} \cdot x = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot x$.

Neka je x uplata prve osobe.

Druga osoba je uplatila 10% više od prve:

$$x + \frac{10}{100} \cdot x = x + 0.1 \cdot x = 1.1 \cdot x.$$

Treća osoba je uplatila 10% više od druge:

$$1.1 \cdot x + \frac{10}{100} \cdot 1.1 \cdot x = 1.1 \cdot x + 0.1 \cdot 1.1 \cdot x = 1.1 \cdot x \cdot (1 + 0.1) = 1.1 \cdot 1.1 \cdot x = 1.21 \cdot x.$$

Četvrta osoba je uplatila 10% više od treće:

$$1.21 \cdot x + \frac{10}{100} \cdot 1.21 \cdot x = 1.21 \cdot x + 0.1 \cdot 1.21 \cdot x = 1.21 \cdot x \cdot (1 + 0.1) = 1.21 \cdot 1.1 \cdot x = 1.331 \cdot x.$$

Postavimo jednadžbu i nađemo x:

$$x + 1.1 \cdot x + 1.21 \cdot x + 1.331 \cdot x = 9282000 \Rightarrow 4.641 \cdot x = 9282000 \quad /:4.641 \Rightarrow x = 2000000.$$



Prva osoba je dobila: $x = 2\,000\,000$ kn.

Druga osoba je dobila: $1.1 \cdot x = 1.1 \cdot 2\,000\,000$ kn = 2 200 000 kn.

Treća osoba je dobila: $1.21 \cdot x = 1.21 \cdot 2\,000\,000$ kn = 2 420 000 kn.

Četvrta osoba je dobila: $1.331 \cdot x = 1.331 \cdot 2\,000\,000$ kn = 2 662 000 kn.

Vježba 076

Dvije osobe zajedno uplaćuju LOTO. Prva je osoba uplatila manji dio, a druga 10% više od prve. Kako će te dvije osobe podijeliti dobitak u iznosu 1680 kn?

Rezultat: 800 kn, 880 kn.

Zadatak 077 (Anamarija, maturantica TUPŠ-a)

Broj x je za 406 veći od y. Ako se x podijeli s y, dobije se kvocijent 3 i ostatak 66. Nađi broj y.

Rješenje 077

Napišimo sustav jednadžbi:

- broj x je za 406 veći od y

$$x = y + 406,$$

- ako se x podijeli s y, dobije se kvocijent 3 i ostatak 66

$$x : y = 3 + \frac{66}{y} \Rightarrow \frac{x}{y} = 3 + \frac{66}{y} \cdot y \Rightarrow x = 3 \cdot y + 66.$$

Iz sustava jednadžbi nađemo y:

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 406 \\ x = 3 \cdot y + 66 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \cdot y + 66 = y + 406 \Rightarrow 3 \cdot y - y = 406 - 66 \Rightarrow 2 \cdot y = 340 \quad /:2 \Rightarrow y = 170.$$

Vježba 077

Broj x je za 406 veći od y. Ako se x podijeli s y, dobije se kvocijent 3 i ostatak 66. Nađi broj x.

Rezultat: 576.

Zadatak 078 (Anamarija, maturantica TUPŠ-a)

U 10 litara tekućine A uliju se 4 litre tekućine B i 6 litara tekućine C. Iz dobivene mješavine odliju se 3 litre. Koliko je litara tekućine C preostalo u ostatku mješavine?

Rješenje 078

1. inačica (Anamarija Lešković, maturantica, TUPŠ)

Količina mješavine iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} A = 10 \text{ l} \\ B = 4 \text{ l} \\ C = 6 \text{ l} \end{array} \right\} \Rightarrow A + B + C = 10 \text{ l} + 4 \text{ l} + 6 \text{ l} \Rightarrow A + B + C = 20 \text{ l}.$$

Kada iz dobivene mješavine odlijemo 3 litre, ostat će 17 litara mješavine, $20 \text{ l} - 3 \text{ l} = 17 \text{ l}$. Pomoću razmjera izračunamo koliko je tekućine C preostalo u ostatku mješavine:

$$20 : 6 = 17 : C \Rightarrow 20 \cdot C = 6 \cdot 17 \Rightarrow C = \frac{6 \cdot 17}{20} \Rightarrow C = \frac{3 \cdot 17}{10} \Rightarrow C = \frac{51}{10} \Rightarrow C = 5.1 \text{ litra}.$$

2. inačica

Količina mješavine iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} A = 10 \text{ l} \\ B = 4 \text{ l} \\ C = 6 \text{ l} \end{array} \right\} \Rightarrow A + B + C = 10 \text{ l} + 4 \text{ l} + 6 \text{ l} \Rightarrow A + B + C = 20 \text{ l}.$$

Najprije izračunamo postotak tekućine C u mješavini:

$$\frac{6}{20} \cdot 100\% = 30\%.$$

Kada se odliju 3 litre mješavine, u preostalih 17 litara, također će biti 30% tekućine C što iznosi:

$$\frac{30}{100} \cdot 17 = \frac{3}{10} \cdot 17 = \frac{51}{10} = 5.1 \text{ litra.}$$

Vježba 078

U 10 litara tekućine A ulije se 4 litre tekućine B i 6 litara tekućine C. Iz dobivene mješavine odliju se 3 litre. Koliko je litara tekućine A preostalo u ostatku mješavine?

Rezultat: 8.5 litara.

Zadatak 079 (Vesna, maturantica)

Odredite sve cijele brojeve x i y za koje vrijedi $x^2 - 1982 = y^2$.

Rješenje 079

Ponovimo!

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b).$$

Zbroj dva parna broja je paran broj. Zbroj dva neparna broja je paran broj. Broj je djeljiv sa 4 ako mu je dvoznamenkasti završetak djeljiv sa 4.

$$x^2 - 1982 = y^2 \Rightarrow x^2 - y^2 = 1982 \Rightarrow (x - y) \cdot (x + y) = 1982.$$

Pogledajmo zbroj faktora $x - y$ i $x + y$:

$$(x - y) + (x + y) = x - y + x + y = 2 \cdot x.$$

Budući da je zbroj paran broj, slijedi da su oba faktora iste parnosti (oba parna ili oba neparna). Diskusija:

- ako su oba faktora $x - y$ i $x + y$ neparna, onda im je i umnožak neparan broj:

$$(x - y) \cdot (x + y) = 1982. \Rightarrow \Leftarrow$$

To je kontradikcija jer broj 1982 nije neparan.

- ako su oba faktora $x - y$ i $x + y$ parna, onda im je umnožak djeljiv sa 4:

$$(x - y) \cdot (x + y) = 1982. \Rightarrow \Leftarrow$$

To je kontradikcija jer broj 1982 nije djeljiv sa 4 (njegov dvoznamenkasti završetak nije djeljiv sa 4).

Zadatak nema rješenja.

Vježba 079

Odredite sve cijele brojeve x i y za koje vrijedi $x^2 - 1986 = y^2$.

Rezultat: Zadatak nema rješenja.

Zadatak 080 (Anamarija, maturantica)

U poduzeću 35% svih radnika su žene, a ostalo su muškarci kojih u poduzeću ima 252 više nego žena. Koliki je ukupan broj radnika?

Rješenje 080

1. inačica

Ako sa x označimo ukupan broj radnika u poduzeću, tada je:

- 35% žena $\Rightarrow \frac{35}{100} \cdot x$,
- 65% muškaraca $\Rightarrow \frac{65}{100} \cdot x$.

Budući da je muškaraca za 252 više od žena, postavimo jednadžbu:

$$\frac{65}{100} \cdot x = \frac{35}{100} \cdot x + 252 \Rightarrow \frac{65}{100} \cdot x = \frac{35}{100} \cdot x + 252 \quad /:100 \Rightarrow 65 \cdot x = 35 \cdot x + 25200 \Rightarrow 65 \cdot x - 35 \cdot x = 25200 \Rightarrow \\ \Rightarrow 30 \cdot x = 25200 \quad /:30 \Rightarrow x = 840.$$

2.inačica

Neka je x ukupan broj radnika u poduzeću. Žena je 35% što pišemo

$$\frac{35}{100} \cdot x.$$

Budući da muškaraca ima 252 više od žena, pišemo

$$\frac{35}{100} \cdot x + 252.$$

Postavimo jednadžbu:

$$\frac{35}{100} \cdot x + \frac{35}{100} \cdot x + 252 = x \Rightarrow \frac{35}{100} \cdot x + \frac{35}{100} \cdot x + 252 = x \quad /:100 \Rightarrow 35 \cdot x + 35 \cdot x + 25200 = 100 \cdot x \Rightarrow \\ \Rightarrow 35 \cdot x + 35 \cdot x - 100 \cdot x = -25200 \Rightarrow -30 \cdot x = -25200 \quad /:(-30) \Rightarrow x = 840.$$

3.inačica (Anamarija Lešković, maturantica TUPŠ-a)

Žena je 35%, a muškaraca 65% pa razlika iznosi:

$$65\% - 35\% = 30\%.$$

Budući da je muškaraca za 252 više od žena, znači da 30% od ukupnog broja iznosi 252. Vrijedi:

| | |
|----------|---------------------|
| 30%..... | 252 |
| 90%..... | $252 \cdot 3 = 756$ |
| 10%..... | $252 : 3 = 84$. |

Prema tome, 90% je

$$252 \cdot 3 = 756 \text{ radnika.}$$

Još pribrajamo 10% što iznosi

$$252 : 3 = 84 \text{ radnika.}$$

Ukupan broj radnika je:

$$756 + 84 = 840.$$

Vježba 080

U poduzeću 40% svih radnika su žene, a ostalo su muškarci kojih u poduzeću ima 168 više nego žena. Koliki je ukupan broj radnika?

Rezultat: 840.