

Zadatak 041 (Iva, gimnazija)

U tri sanduka ima 252 kg šećera. U prvom sanduku je $\frac{1}{4}$ sadržaja trećeg sanduka, a u drugom $\frac{3}{5}$ sadržaja prvog sanduka. Koliko šećera ima u svakom sanduku?

Rješenje 041



Neka je x količina šećera u trećem sanduku. Tada je u prvom sanduku $\frac{1}{4} \cdot x$ količina šećera, a u drugom sanduku je $\frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot x\right) = \frac{3}{20} \cdot x$ količina šećera. Budući da je ukupna količina šećera 252 kg, vrijedi:

$$\frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{20} \cdot x + x = 252 \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot x + \frac{3}{20} \cdot x + x = 252 \quad /:20 \Rightarrow 5x + 3x + 20x = 5040 \Rightarrow 28x = 5040 \quad /:28 \Rightarrow x = 180.$$

U prvom sanduku je 45 kg šećera, u drugome 27 kg, a u trećemu 180 kg šećera.

Vježba 041

U tri sanduka ima 504 kg šećera. U prvom sanduku je $\frac{1}{4}$ sadržaja trećeg sanduka, a u drugom $\frac{3}{5}$ sadržaja prvog sanduka. Koliko šećera ima u svakom sanduku?

Rezultat: U prvom sanduku je 90 kg šećera, u drugome 54 kg, a u trećemu 360 kg šećera.

Zadatak 042 (Xena, gimnazija)

Prethodne godine u školskom zboru bilo je 30 dječaka više nego djevojčica. Ove godine broj članova zbora povećao se za 10%: broj djevojčica povećao se za 20%, a broj dječaka za 5%. Koliko članova ima zbor ove godine?

Rješenje 042

Označimo slovom x broj dječaka, a slovom y broj djevojčica prethodne godine. Rečenicu " Prethodne godine u školskom zboru bilo je 30 dječaka više nego djevojčica." zapisujemo ovako:

$$x = y + 30. \quad (1)$$

Dakle, ukupan broj dječaka i djevojčica bio je prethodne godine:

$$x + y = y + 30 + y = 2y + 30. \quad (2)$$

Rečenicu " Ove godine broj članova zbora povećao se za 10%: broj djevojčica povećao se za 20%, a broj dječaka za 5%." zapisat ćemo na sljedeći način:

$$\frac{10}{100} \cdot (x + y) = \frac{20}{100} \cdot y + \frac{5}{100} \cdot x \quad /:20 \Rightarrow 2 \cdot (x + y) = 4 \cdot y + x \Rightarrow [\text{zbog (1) i (2)}] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot (2y + 30) = 4 \cdot y + y + 30 \Rightarrow 4y + 60 = 4y + y + 30 \Rightarrow y = 30 \Rightarrow x = 30 + 30 = 60.$$

Prethodne godine zbor je imao $x + y = 90$ članova, a ove godine broj članova povećao se za 10%:

$$90 + \frac{10}{100} \cdot 90 = 90 + 9 = 99.$$

Ove godine zbor ima 99 članova.

Vježba 042

Prethodne godine u školskom zboru bilo je 30 dječaka više nego djevojčica. Ove godine broj članova zbora povećao se za 10%: broj djevojčica povećao se za 20%, a broj dječaka za 5%. Koliko dječaka ima zbor ove godine?

Rezultat: 63.

Zadatak 043 (Xena, gimnazija)

Pero je uklonio jedan broj iz deset uzastopnih prirodnih brojeva. Suma preostalih je 2006. Odredite uklonjeni broj.

Rješenje 043

Deset uzastopnih prirodnih brojeva možemo zapisati na sljedeći način:

$$n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6, n + 7, n + 8, n + 9.$$

Njihov zbroj je:

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) + (n + 5) + (n + 6) + (n + 7) + (n + 8) + (n + 9) = \\ = 10n + (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 10n + 45.$$

Označimo slovom x broj koji je uklonjen iz niza. Za njega vrijedi: $n \leq x \leq n + 9$.
Kada se x ukloni, suma preostalih brojeva je 2006:

$$10n + 45 - x = 2006 \Rightarrow 10n - x = 2006 - 45 \Rightarrow 10n - x = 1961.$$

Za x uzimamo redom vrijednosti:

$$n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6, n + 7, n + 8, n + 9.$$

Rješenje jedne od pripadnih jednažbi bit će prirodan broj koji tražimo:

- $x = n \Rightarrow 10n - n = 1961 \Rightarrow 9n = 1961 \text{ /:}9 \Rightarrow n = \frac{1961}{9} \Rightarrow [n \text{ nije prirodan broj}]$
- $x = n + 1 \Rightarrow 10n - n - 1 = 1961 \Rightarrow 9n = 1962 \text{ /:}9 \Rightarrow n = 218 \Rightarrow [n \text{ je prirodan broj}]$

Dalje ne trebamo računati. Uklonjeni broj glasi: $x = n + 1 = 218 + 1 = 219$.

Vježba 043

Pero je uklonio jedan broj iz deset uzastopnih prirodnih brojeva. Suma preostalih je 130. Odredite uklonjeni broj.

Rezultat: 15.

Zadatak 044 (1A, hotelijerska škola)

Koliko ima troznamenastih brojeva kojima zbroj znamenaka iznosi 5?

Rješenje 044

Pomoću tablice prikažimo sve mogućnosti:

Znamenke	Zbroj znamenaka	Brojevi	Ukupan broj brojeva
0, 0, 5	$0 + 0 + 5 = 5$	500	1
0, 1, 4	$0 + 1 + 4 = 5$	104, 140, 401, 410	4
0, 2, 3	$0 + 2 + 3 = 5$	203, 230, 302, 320	4
1, 1, 3	$1 + 1 + 3 = 5$	113, 131, 311	3
1, 2, 2	$1 + 2 + 2 = 5$	122, 212, 221	3
Broj svih mogućnosti:			15

Vježba 044

Koliko ima troznamenastih brojeva kojima zbroj znamenaka iznosi 3?

Rezultat: Imamo 6 mogućnosti.

Zadatak 045 (Zen, gimnazija)

Neki posao 12 radnika može napraviti za 25 dana. Koliko će ukupno trajati posao ako su nakon 10 dana rada posao napustila 3 radnika?

Rješenje 045

Da nakon 10 dana rada nije bilo promjena, 12 radnika bi obavilo posao za 15 dana ($25 - 10$). Trojica radnika su napustila posao i ostalo ih je 9. Treba izračunati za koliko dana će posao obaviti 9 radnika. Ako imamo više radnika, posao će obaviti za manje dana rada (**obrnuto razmjerne veličine**).

$$\begin{array}{l} 12 \text{ radnika} \dots\dots\dots 15 \text{ dana} \\ \downarrow \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ 9 \text{ radnika} \dots\dots\dots x \text{ dana} \end{array}$$

$$x : 15 = 12 : 9 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 12}{9} = 20.$$

Uz odrađenih 10 dana i ostatak posla koji će se obaviti za 20 dana, posao će se obaviti za ukupno 30 dana.

Vježba 045

Neki posao 12 radnika može napraviti za 25 dana. Koliko će ukupno trajati posao ako su nakon 10 dana rada posao napustila 2 radnika?

Rezultat: 28 dana.

Zadatak 046 (Zen, gimnazija)

U 10 litara tekućine A ulije se 4 litre tekućine B i 6 litara tekućine C. Iz dobivene mješavine D odlije se 3 litre. Koliko je litara tekućine C preostalo u ostatku mješavine?

Rješenje 046

1. inačica

Budući da je ukupna količina mješavine 20 litara, izrazimo u postotku količinu svake tekućine u odnosu na mješavinu:

- $\frac{10}{20} \cdot 100\% = 50\%$ tekućine A,
- $\frac{4}{20} \cdot 100\% = 20\%$ tekućine B,
- $\frac{6}{20} \cdot 100\% = 30\%$ tekućine C.

Isti postotak, 30%, tekućine C je i u 3 litre smjese:

$$\frac{30}{100} \cdot 3 = \frac{90}{100} = 0.9.$$

Dakle, tekućine C je ostalo: $6 - 0.9 = 5.1$ litra.

2. inačica

U 20 litara mješavine je 6 litara tekućine C. Odlijemo li 3 litre mješavine, u 17 litara bit će x litara tekućine C. Postavimo razmjer:

$$20 : 6 = 17 : x \Rightarrow 20 \cdot x = 6 \cdot 17 \quad / : 20 \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 17}{20} = 5.1 \text{ litra.}$$

Vježba 046

U 10 litara tekućine A ulije se 4 litre tekućine B i 6 litara tekućine C. Iz dobivene mješavine D odlije se 3 litre. Koliko je litara tekućine B preostalo u ostatku mješavine?

Rezultat: 3.4 litre.

Zadatak 047 (Zen, gimnazija)

Zlatar je dobio narudžbu izraditi zlatni pokal mase 400 g od zlata finoće 750 ‰. Na raspolaganju je imao zlato finoće 600 ‰ i 850 ‰. Na koliko načina može udovoljiti narudžbi?

Rješenje 047

Zadatak se može riješiti na dva načina:

- miješanjem raspoloživih finoća zlata
- dodavanjem primjese (obično bakra čija je finoća 0 ‰) zlatu finoće 850 ‰.
- **Zadatak ćemo riješiti miješanjem raspoloživih finoća zlata.**

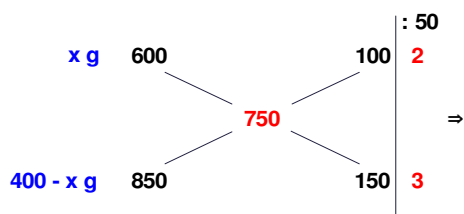
1. inačica

Neka je x masa zlata finoće 600 ‰, a $400 - x$ masa zlata finoće 850 ‰. Postavimo jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{600}{1000} \cdot x + \frac{850}{1000} \cdot (400 - x) &= \frac{750}{1000} \cdot 400 \quad / \cdot 20 \Rightarrow 12 \cdot x + 17 \cdot (400 - x) = 6000 \Rightarrow \\ \Rightarrow 12 \cdot x + 6800 - 17 \cdot x &= 6000 \Rightarrow -5 \cdot x = -800 \quad / : (-5) \Rightarrow x = 160. \end{aligned}$$

Potrebno je uzeti 160 g zlata finoće 600 ‰ i 240 g, $(400 - 160)$, zlata finoće 850 ‰.

2. inačica



$$\Rightarrow x : (400 - x) = 2 : 3 \Rightarrow 3 \cdot x = 2 \cdot (400 - x) \Rightarrow 3 \cdot x = 800 - 2 \cdot x \Rightarrow 5 \cdot x = 800 \quad /:5 \Rightarrow x = 160.$$

Potrebno je uzeti 160 g zlata finoće 600 ‰ i 240 g, (400 - 160), zlata finoće 850‰.

- **Zadatak ćemo riješiti dodavanjem primjese, bakra čija je finoća 0 ‰, zlatu finoće 850 ‰.**

1. inačica

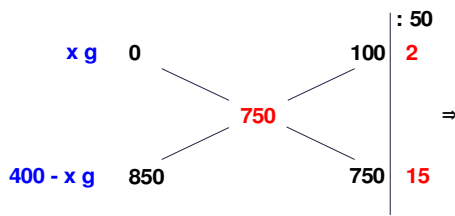
Neka je x masa bakra čija je finoća 0 ‰, a $400 - x$ masa zlata finoće 850 ‰. Postavimo jednadžbu:

$$\frac{0}{1000} \cdot x + \frac{850}{1000} \cdot (400 - x) = \frac{750}{1000} \cdot 400 \Rightarrow \frac{850}{1000} \cdot (400 - x) = \frac{750}{1000} \cdot 400 \quad /:20 \Rightarrow 17 \cdot (400 - x) = 15 \cdot 400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6800 - 17 \cdot x = 6000 \Rightarrow -17 \cdot x = -800 \quad /:(-17) \Rightarrow x = 47.06.$$

Potrebno je uzeti 47.06 g bakra i 352.94 g zlata finoće 850‰.

2. inačica



$$\Rightarrow x : (400 - x) = 2 : 15 \Rightarrow 15 \cdot x = 2 \cdot (400 - x) \Rightarrow 15 \cdot x = 800 - 2 \cdot x \Rightarrow 15 \cdot x + 2 \cdot x = 800 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 \cdot x = 800 \quad /:17 \Rightarrow x = 47.06.$$

Potrebno je uzeti 47.06 g bakra i 352.94 g zlata finoće 850‰.

Vježba 047

Zlatar je dobio narudžbu izraditi zlatni pokal mase 500 g od zlata finoće 750 ‰. Na raspolaganju je imao zlato finoće 600 ‰ i 850 ‰. Na koliko načina može udovoljiti narudžbi?

Rezultat: Potrebno je uzeti 200 g zlata finoće 600 ‰ i 300 g zlata finoće 850‰.
Potrebno je uzeti 58.82 g bakra i 441.18 g zlata finoće 850‰.

Zadatak 048 (Mira, gimnazija)

U kavezu se nalaze zečevi i patke. Ako znamo da u kavezu ima 35 glava i 94 noge koliki je broj zečeva?

Rješenje 048

1. inačica

Neka je x broj zečeva. Tada je $35 - x$ broj pataka. Vrijedi jednadžba:

$$4 \cdot x + 2 \cdot (35 - x) = 94 \Rightarrow 4 \cdot x + 70 - 2 \cdot x = 94 \Rightarrow 2 \cdot x = 24 \quad /:2 \Rightarrow x = 12.$$

2. inačica

Neka je x broj zečeva, a y broj pataka. Postavimo sustav jednadžbi:



$$\left. \begin{array}{l} \text{broj glava } x + y = 35 \\ \text{broj nogu } 4 \cdot x + 2 \cdot y = 94 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koficijenata} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 35 \quad / \cdot (-2) \\ 4 \cdot x + 2 \cdot y = 94 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -2 \cdot x - 2 \cdot y = -70 \\ 4 \cdot x + 2 \cdot y = 94 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot x = 24 \quad /:2 \Rightarrow x = 12.$$

Vježba 048

U kavezu se nalaze zečevi i patke. Ako znamo da u kavezu ima 30 glava i 90 nogu koliki je broj zečeva?

Rezultat: $x = 15$.

Zadatak 049 (Mira, gimnazija)

Bazen se može napuniti jednom cijevi za 4 sata, drugom za 6 sati. Ako su obje cijevi otvorene, za koliko će se bazen napuniti?

Rješenje 049

1. inačica

Ako prva cijev napuni bazen za 4 sata, tada će za jedan sat biti napunjena $\frac{1}{4}$ bazena.

Ako druga cijev napuni bazen za 6 sati, tada će za jedan sat biti napunjena $\frac{1}{6}$ bazena.

Za jedan sat obje cijevi napunit će $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ bazena. Za x sati bit će bazen pun:

$$x \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) = 1 \Rightarrow x \cdot \frac{3+2}{12} = 1 \Rightarrow \frac{5}{12} \cdot x = 1 \quad / \cdot \frac{12}{5} \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2.4 \text{ h} = \\ = 2 \text{ h} + 0.4 \text{ h} = 2 \text{ h} + 0.4 \cdot 60 \text{ min} = 2 \text{ h} + 24 \text{ min} = 2 \text{ h } 24 \text{ min.}$$

2. inačica



Neka je V obujam bazena, x vrijeme potrebno da se napuni bazen. Tada je:

$$x \cdot \left(\frac{V}{4} + \frac{V}{6} \right) = V \Rightarrow x \cdot \frac{3 \cdot V + 2 \cdot V}{12} = V \Rightarrow \frac{5 \cdot V}{12} \cdot x = V \quad / \cdot \frac{12}{5 \cdot V} \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2 \text{ h } 24 \text{ min.}$$

Vježba 049

Bazen se može napuniti jednom cijevi za 2 sata, drugom za 3 sata. Ako su obje cijevi otvorene, za koliko će se bazen napuniti?

Rezultat: 1 h 12 min.

Zadatak 050 (Mira, gimnazija)

Bazen za vodu može se napuniti jednom cijevi za 3 sata, a drugom cijevi isprazniti za 4 sata. Ako se obje cijevi istodobno otvore, za koliko će se bazen napuniti?

Rješenje 050

1. inačica

Ako prva cijev napuni bazen za 3 sata, tada će za jedan sat biti napunjena $\frac{1}{3}$ bazena.

Ako druga cijev isprazni bazen za 4 sata, tada će za jedan sat biti ispražnjena $\frac{1}{4}$ bazena.

Za jedan sat obje cijevi napunit će $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ bazena. Za x sati bit će bazen pun:

$$x \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = 1 \Rightarrow x \cdot \frac{4-3}{12} = 1 \Rightarrow \frac{1}{12} \cdot x = 1 \quad / \cdot 12 \Rightarrow x = 12 \text{ h.}$$

2. inačica

Neka je V obujam bazena, x vrijeme potrebno da se napuni bazen. Tada je:

$$x \cdot \left(\frac{V}{3} - \frac{V}{4} \right) = V \Rightarrow x \cdot \frac{4 \cdot V - 3 \cdot V}{12} = V \Rightarrow \frac{V}{12} \cdot x = V \quad / \cdot \frac{12}{V} \Rightarrow x = 12 \text{ h.}$$

Vježba 050

Bazen za vodu može se napuniti jednom cijevi za 2 sata, a drugom cijevi isprazniti za 7 sati. Ako se obje cijevi istodobno otvore, za koliko će se bazen napuniti?

Rezultat: 2 h 48 min.

Zadatak 051 (Mira, gimnazija)

Po planu se žetva trebala obaviti za 14 dana. Međutim, prije početka žetve norma je povišena za 20 hektara na dan i žetva je obavljena za 10 dana. Koliko je hektara bilo pod usjevom?

Rješenje 051

1. inačica

Neka je x planirani broj hektara koji će biti požnjeven na dan.



Za 14 dana bit će požnjevena cijeli usjev:

$$14 \cdot x.$$

Poveća li se norma za 20 hektara na dan, bit će za 10 dana požnjeven cijeli usjev:

$$(x + 20) \cdot 10.$$

Vrijedi jednačba:

$$14 \cdot x = (x + 20) \cdot 10 \Rightarrow 14 \cdot x = 10 \cdot x + 200 \Rightarrow 4 \cdot x = 200 \quad /:4 \Rightarrow x = 50.$$

Pod usjevom je bilo $14 \cdot 50 = 700$ hektara.

2. inačica

Neka je x broj hektara pod usjevom.

Ako se usjev, po planu, požanje za 14 dana, tada će za jedan dan biti požnjeveno $\frac{x}{14}$ hektara. Povećanjem

norme za 20 hektara na dan usjev se požanje za 10 dana pa će tada za jedan dan biti požnjeveno $\frac{x}{10}$ hektara.

Vrijedi:

$$\begin{aligned} \frac{x}{10} - 20 &= \frac{x}{14} \Rightarrow \frac{x}{10} - 20 = \frac{x}{14} \quad /:140 \Rightarrow 14 \cdot x - 2800 = 10 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 14 \cdot x - 10 \cdot x = 2800 \Rightarrow 4 \cdot x = 2800 \quad /:4 \Rightarrow x = 700. \end{aligned}$$

Vježba 051

Po planu se žetva trebala obaviti za 14 dana. Međutim, prije početka žetve norma je povišena za 10 hektara na dan i žetva je obavljena za 10 dana. Koliko je hektara bilo pod usjevom?

Rezultat: 350 ha.

Zadatak 052 (Vedrana, gimnazija)

Između nekoliko osoba treba razdijeliti 72 eura, tako da svatko dobije jednak iznos. Kad bi ih bilo 3 manje, svatko bi dobio 4 eura više. Koliko ukupno ima osoba?

Rješenje 052

1. inačica

Neka je x broj osoba. Tada svaki član dobije $\frac{72}{x}$ eura. Kad bi ih bilo 3 manje, svatko bi dobio 4 eura više.

Vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned} (x-3) \cdot \left(\frac{72}{x} + 4 \right) &= 72 \Rightarrow 72 + 4 \cdot x - \frac{216}{x} - 12 = 72 \Rightarrow 4 \cdot x - \frac{216}{x} - 12 = 0 \quad /:x \Rightarrow x^2 - 3 \cdot x - 54 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 216}}{2} = \frac{3 \pm 15}{2} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{3+15}{2} = 9 \\ x_2 &= \frac{3-15}{2} = -6 \text{ (nema smisla)} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

2. inačica

Neka je x broj osoba, a y iznos eura koji svatko dobije. Postavimo sustav jednačbi:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} x \cdot y &= 72 \\ (x-3) \cdot (y+4) &= 72 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (x-3) \cdot (y+4) = x \cdot y \Rightarrow x \cdot y + 4 \cdot x - 3 \cdot y - 12 = x \cdot y \Rightarrow 4 \cdot x - 3 \cdot y - 12 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4 \cdot x = 12 + 3 \cdot y \quad /:4 \Rightarrow x = 3 + \frac{3}{4} \cdot y. \end{aligned}$$

Budući da x i y moraju biti prirodni brojevi, uzimamo za y višekratnike broja 4 i tražimo x koji zadovoljava uvjet $x \cdot y = 72$.

$$y = 4 \Rightarrow x = 3 + \frac{3}{4} \cdot 4 = 6 \Rightarrow x \cdot y = 6 \cdot 4 = 24 \neq 72,$$

$$y = 8 \Rightarrow x = 3 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 9 \Rightarrow x \cdot y = 9 \cdot 8 = 72 \text{ (točno je).}$$

Vježba 052

Između nekoliko osoba treba razdijeliti 72 eura, tako da svatko dobije jednak iznos. Kad bi ih bilo 5 manje, svatko bi dobio 10 eura više. Koliko ukupno ima osoba?

Rezultat: 9.

Zadatak 053 (Vedrana, gimnazija)

Koji kut u 12 sati i 20 minuta zatvaraju kazaljke sata?

Rješenje 053



Velika kazaljka za 60 minuta obiđe puni kut, 360° . Ako velika kazaljka pokazuje 20 minuta, onda zatvara kut od 120° sa svojim položajem u 12 sati:

$$360^0 : 60' = x : 20' \Rightarrow 60 \cdot x = 360^0 \cdot 20 \quad /:60 \Rightarrow x = \frac{360^0 \cdot 20}{60} = 120^0.$$

Mala kazaljka za 12 sati obiđe puni kut, 360° . Budući da je 20 minuta trećina sata, mala kazaljka se pomakne za trećinu jednog sata:

$$360^0 : 12 h = x : \frac{1}{3} h \Rightarrow 12 \cdot x = 360^0 \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow 12 \cdot x = 120^0 \quad /:12 \Rightarrow x = 10^0.$$

Dakle, kut iznosi:

$$120^\circ - 10^\circ = 110^\circ.$$

Vježba 053

Koji kut u 12 sati i 30 minuta zatvaraju kazaljke sata?

Rezultat: 165° .

Zadatak 054 (Vedrana, gimnazija)

Majstor i učenik radeći zajedno obave posao za 5 dana. Učenik je radio na takvom poslu 10 dana. Nakon toga majstoru su trebala 4 dana da dovrši posao. Koliko puta brže obavlja posao majstor od učenika?

Rješenje 054

Neka je x broj dana za koje majstor sam obavi posao. Znači da za 1 dan obavi $\frac{1}{x}$ - ti dio posla.

Neka je y broj dana za koje učenik sam obavi posao. Znači da za 1 dan obavi $\frac{1}{y}$ - ti dio posla.

Budući da radeći zajedno cijeli posao obave za 5 dana, za 1 dan obave $\frac{1}{5}$ cijelog posla pa vrijedi jednačina:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}.$$

Kako je učenik radio na tome poslu 10 dana, a nakon toga su majstoru trebala 4 dana da dovrši posao, slijedi jednačina:

$$4 \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1.$$

Postavimo sustav jednačini i tražimo omjer x i y :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \\ 4 \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5} \quad / \cdot (-5 \cdot x \cdot y) \\ 4 \cdot \frac{1}{x} + 10 \cdot \frac{1}{y} = 1 \quad / \cdot x \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -5 \cdot y - 5 \cdot x = -x \cdot y \\ 4 \cdot y + 10 \cdot x = x \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednačbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -y + 5 \cdot x = 0 \Rightarrow 5 \cdot x = y \quad / \cdot \frac{1}{5 \cdot y} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{5}.$$

Majstor 5 puta brže obavlja posao.

Vježba 054

Majstor i učenik radeći zajedno obave posao za 6 dana. Učenik je radio na takvom poslu 11 dana. Nakon toga majstoru su trebala 5 dana da dovrši posao. Koliko puta brže obavlja posao majstor od učenika?

Rezultat: Majstor 5 puta brže obavlja posao.

Zadatak 055 (Vedrana, gimnazija)

Automobil u gradskoj vožnji troši 11 litara benzina na 100 kilometara, a u vožnji na otvorenoj cesti 7 litara na 100 kilometara. Spremnik od 51.2 litara potrošen je nakon 600 kilometara. Koliko je kilometara automobil prešao u gradskoj vožnji?

Rješenje 055

1. inačica

Problem ćemo riješiti pomoću sustava jednadžbi.

Neka je x broj kilometara u gradskoj vožnji, a y broj kilometara u vožnji na otvorenoj cesti. Budući da je automobil ukupno prešao 600 kilometara, vrijedi jednadžba:

$$x + y = 600.$$

Automobil u gradskoj vožnji troši 11 litara benzina na 100 kilometara pa na **1 kilometar** potroši $\frac{11}{100} = 0.11$ litara benzina. Na x kilometara potrošit će $0.11 \cdot x$ litara benzina.

Automobil u vožnji na otvorenoj cesti troši 7 litara benzina na 100 kilometara pa na **1 kilometar** potroši $\frac{7}{100} = 0.07$ litara benzina. Na y kilometara potrošit će $0.07 \cdot y$ litara benzina.

Budući da je potrošen spremnik od 51.2 litara benzina, dobije se jednadžba:

$$0.11 \cdot x + 0.07 \cdot y = 51.2.$$

Iz sustava jednadžbi metodom supstitucije nađemo rješenje:

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} x + y = 600 \\ 0.11 \cdot x + 0.07 \cdot y = 51.2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 600 \\ 0.11 \cdot x + 0.07 \cdot y = 51.2 / \cdot 100 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 600 \\ 11 \cdot x + 7 \cdot y = 5120 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 600 - x \\ 11 \cdot x + 7 \cdot y = 5120 \end{array} \right\} &\Rightarrow 11 \cdot x + 7 \cdot (600 - x) = 5120 \Rightarrow 11 \cdot x + 4200 - 7 \cdot x = 5120 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 11 \cdot x - 7 \cdot x = 5120 - 4200 \Rightarrow 4 \cdot x = 920 \quad /:4 \Rightarrow x = 230. \end{aligned}$$

U gradskoj vožnji prešao je 230 km.

2. inačica

Problem ćemo riješiti pomoću linearne jednadžbe.

Automobil je u gradskoj vožnji i na otvorenoj cesti ukupno prešao 600 kilometara. Neka je x broj kilometara u gradskoj vožnji. Tada je $600 - x$ broj kilometara u vožnji na otvorenoj cesti.

Automobil u gradskoj vožnji troši 11 litara benzina na 100 kilometara pa na **1 kilometar** potroši $\frac{11}{100} = 0.11$ litara benzina. Na x kilometara potrošit će $0.11 \cdot x$ litara benzina.

Automobil u vožnji na otvorenoj cesti troši 7 litara benzina na 100 kilometara pa na **1 kilometar** potroši $\frac{7}{100} = 0.07$ litara benzina. Na $600 - x$ kilometara potrošit će $0.07 \cdot (600 - x)$ litara benzina.

Budući da je potrošen spremnik od 51.2 litara benzina, dobije se jednadžba:

$$\begin{aligned} 0.11 \cdot x + 0.07 \cdot (600 - x) = 51.2 &\Rightarrow 0.11 \cdot x + 0.07 \cdot (600 - x) = 51.2 / \cdot 100 \Rightarrow 11 \cdot x + 7 \cdot (600 - x) = 5120 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 11 \cdot x + 4200 - 7 \cdot x = 5120 \Rightarrow 11 \cdot x - 7 \cdot x = 5120 - 4200 \Rightarrow 4 \cdot x = 920 \quad /:4 \Rightarrow x = 230. \end{aligned}$$

U gradskoj vožnji prešao je 230 km.

Vježba 055

Automobil u gradskoj vožnji troši 11 litara benzina na 100 kilometara, a u vožnji na otvorenoj cesti 7 litara na 100 kilometara. Spremnik od 51.2 litara potrošen je nakon 600 kilometara. Koliko je kilometara automobil prešao na otvorenoj cesti?

Rezultat: 370 km.

Zadatak 056 (Goran, elektrotehnička škola)

Vlak je zakašnjenje od 16 minuta nadoknadio nakon prelaska 80 kilometara puta vozeći 10 km/h brže od propisane brzine. Koliko iznosi propisana brzina?

Rješenje 056

Ponovimo!

$$t = \frac{s}{v}, \quad t - \text{vrijeme}, \quad s - \text{put}, \quad v - \text{brzina}, \quad 16 \text{ min} = \frac{16}{60} \text{ h} = \frac{4}{15} \text{ h}$$



Kada je vlak redovit, put od 80 kilometara prijeđe propisanom brzinom v za vrijeme t :

$$t = \frac{80}{v}.$$

Budući da je zakašnjenje od 16 minuta nadoknadio nakon prelaska 80 kilometara puta vozeći 10 km/h brže od propisane brzine, vrijedi:

$$t - \frac{16}{60} = \frac{80}{v+10}.$$

Iz sustava jednadžbi izračuna se propisana brzina v :

$$\left. \begin{aligned} t &= \frac{80}{v} \\ t - \frac{16}{60} &= \frac{80}{v+10} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{80}{v} - \frac{16}{60} = \frac{80}{v+10} \Rightarrow \frac{80}{v} - \frac{4}{15} = \frac{80}{v+10} \quad /:4 \Rightarrow \frac{20}{v} - \frac{1}{15} = \frac{20}{v+10} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{20}{v} - \frac{1}{15} = \frac{20}{v+10} \quad /:15 \cdot v \cdot (v+10) \Rightarrow 300 \cdot (v+10) - v \cdot (v+10) = 300 \cdot v \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 300 \cdot v + 3000 - v^2 - 10 \cdot v = 300 \cdot v \Rightarrow -v^2 - 10 \cdot v + 3000 = 0 \quad /:(-1) \Rightarrow v^2 + 10 \cdot v - 3000 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 12000}}{2} \Rightarrow v_{1,2} = \frac{-10 \pm \sqrt{12100}}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_{1,2} = \frac{-10 \pm 110}{2} \Rightarrow \left. \begin{aligned} v_1 &= \frac{-10 - 110}{2} = -\frac{120}{2} = -60 \text{ (nema smisla)} \\ v_2 &= \frac{-10 + 110}{2} = \frac{100}{2} = 50 \end{aligned} \right\}.$$

Propisana brzina iznosi 50 km/h.

Vježba 056

Vlak je zakašnjenje od 16 minuta nadoknadio nakon prelaska 80 kilometara puta vozeći 10 km/h brže od propisane brzine. Koliko iznosi brzina veća od propisane?

Rezultat: 60 km/h.

Zadatak 057 (Tiny, komercijalna škola)

Posao slaganja proizvoda na policu trajao je 2 dana. Prvog je dana posloženo $\frac{3}{5}$ proizvoda, a drugog 50 proizvoda. Koliko je ukupno proizvoda poslagano na policu?

Rješenje 057

1. inačica



Neka je x ukupni broj proizvoda. Budući da je prvog dana posloženo $\frac{3}{5}$ proizvoda, a drugog 50 proizvoda, vrijedi jednačba:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \cdot x + 50 = x &\Rightarrow \frac{3}{5} \cdot x + 50 = x / \cdot 5 \Rightarrow 3 \cdot x + 250 = 5 \cdot x \Rightarrow 3 \cdot x - 5 \cdot x = -250 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -2 \cdot x = -250 / : (-2) \Rightarrow x = 125.\end{aligned}$$

Ukupno je poslagano 125 proizvoda.

2. inačica

Označimo sa x ukupni broj proizvoda. Ako je prvog dana posloženo $\frac{3}{5}$ proizvoda, onda je drugog dana posloženo $\frac{2}{5}$ proizvoda što iznosi 50 proizvoda:

$$\frac{2}{5} \cdot x = 50 \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot x = 50 / \cdot \frac{5}{2} \Rightarrow x = 125.$$

Ukupno je poslagano 125 proizvoda.

Vježba 057

Posao slaganja proizvoda na policu trajao je 2 dana. Prvog je dana posloženo $\frac{3}{5}$ proizvoda, a drugog 50 proizvoda. Koliko je proizvoda poslagano prvog dana?

Rezultat: 75.

Zadatak 058 (Tiny, komercijalna škola)

Neka će osoba nakon 12 godina biti 3 puta starija nego što je bila prije 6 godina. Koliko godina osoba ima sada?

Rješenje 058

Godine osobe:

- sada x
- nakon 12 godina $x + 12$
- prije 6 godina $x - 6$.

Sljedeću rečenicu zapišimo u obliku jednačbe "Nakon 12 godina osoba će biti 3 puta starija nego što je bila prije 6 godina.":

$$x + 12 = 3 \cdot (x - 6) \Rightarrow x + 12 = 3 \cdot x - 18 \Rightarrow x - 3 \cdot x = -18 - 12 \Rightarrow -2 \cdot x = -30 / : (-2) \Rightarrow x = 15.$$

Vježba 058

Neka će osoba nakon 12 godina biti 3 puta starija nego što je bila prije 6 godina. Koliko će biti stara nakon 12 godina?

Rezultat: 27 godina.

Zadatak 059 (Tiny, komercijalna škola)

Koji broj treba dodati i brojniku i nazivniku razlomka $\frac{1}{11}$ da bi se dobilo $\frac{6}{11}$?

Rješenje 059

Neka je x broj koji treba dodati i brojniku i nazivniku razlomka $\frac{1}{11}$ da bi se dobilo $\frac{6}{11}$:

$$\begin{aligned}\frac{1+x}{11+x} = \frac{6}{11} &\Rightarrow \frac{1+x}{11+x} = \frac{6}{11} / \cdot 11 \cdot (11+x) \Rightarrow 11 \cdot (1+x) = 6 \cdot (11+x) \Rightarrow 11 + 11 \cdot x = 66 + 6 \cdot x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 11 \cdot x - 6 \cdot x = 66 - 11 \Rightarrow 5 \cdot x = 55 / : 5 \Rightarrow x = 11.\end{aligned}$$

Vježba 059

Koji broj treba dodati i brojniku i nazivniku razlomka $\frac{1}{11}$ da bi se dobilo $\frac{9}{11}$?

Rezultat: 44.

Zadatak 060 (Tiny, komercijalna škola)

Za koji broj vrijedi da ako ga pomnožimo s 4 pa zatim dodamo 5, dobijemo isti broj kao da smo ga udvostručili pa dodali 8?

Rješenje 060

Označimo traženi broj slovom x . Sljedeće rečenice zapišimo u obliku izraza.

"... broj pomnožimo s 4 pa zatim dodamo 5 ..."

$$4 \cdot x + 5,$$

"... broj udvostručimo pa dodamo 8 ..."

$$2 \cdot x + 8.$$

Budući da izrazi moraju biti jednaki, dobije se jednačba:

$$4 \cdot x + 5 = 2 \cdot x + 8 \Rightarrow 4 \cdot x - 2 \cdot x = 8 - 5 \Rightarrow 2 \cdot x = 3 \quad /:2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Vježba 060

Za koji broj vrijedi da ako ga pomnožimo s 4 pa zatim dodamo 5, dobijemo isti broj kao da smo ga udvostručili pa dodali 9?

Rezultat: 2.