Zadatak 021 (Ines, gimnazija)

Ako u 1500 kg rastaljenog metala temperature 1520 °C ubacimo 1 kg metala sobne temperatura 19 °C, za koliko će se smanjiti temperatura taljevine?

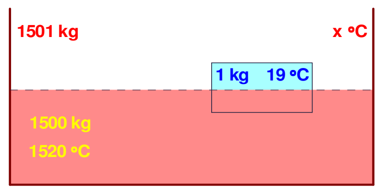
Rješenje 021

Označimo slovom x temperaturu taljevine. Vrijedi jednadžba:

RASTALJENI METAL	METAL SOBNE TEMPERATURE	TALJEVINA
$1500 \cdot 1520 \quad +$	$1 \cdot 19 \quad =$	$(1500+1) \cdot x \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow\; 2280000 + 19 = 1501 \cdot x \;\Rightarrow\; 1501 \cdot x = 2280019 \;/:1501 \;\Rightarrow\; x = \frac{2280019}{1501} = 1519.$$

Temperatura taljevine je 1519 °C. Smanjit će se 1 °C (1520 °C – 1519 °C).



Vježba 021

Ako u 1500 kg rastaljenog metala temperature 1520 °C ubacimo 10 kg metala sobne temperatura 19 °C, za koliko će se smanjiti temperatura taljevine?

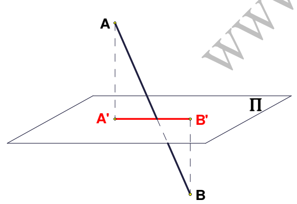
Rezultat: 10 °C.

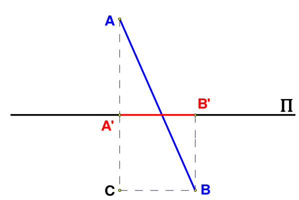
www.halapa.com

Zadatak 022 (Anastazija, gimnazija)

Točka A je od ravnine Π udaljena 5, a točka B je od iste ravnine udaljena 3. Ako je duljina $|AB| = 10$, kolika je duljina ortogonalne projekcije $|A'B'|$ te dužine na ravninu Π ako znamo da $\overline{AB}$ siječe ravninu Π?

Rješenje 022





Sa slike vidi se:

$$|A'C| = |B'B| = 3, \qquad |AB| = 10, \qquad |AC| = |AA'| + |A'C| = 5 + 3 = 8, \qquad |A'B'| = |CB|.$$

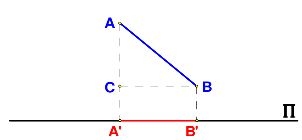
Iz pravokutnog trokuta ACB proizlazi:

$$|A'B'| = |CB| = \sqrt{|AB|^2 - |AC|^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6.$$

Vježba 022

Točka A je od ravnine Π udaljena 5, a točka B je od iste ravnine udaljena 3. Ako je duljina $|AB| = 10$, kolika je duljina ortogonalne projekcije $|A'B'|$ te dužine na ravninu Π ako znamo da $\overline{AB}$ ne siječe ravninu Π?

Rezultat:



$$|A'B'| = 4\sqrt{6}.$$

Zadatak 023 (Marko, gimnazija, Hrvoje, tehnička škola)

Kada će se prvi put nakon dvanaest sati velika (minutna) i mala (satna) kazaljka na satu poklopiti?

Rješenje 023

Koliki kut opišu velika i mala kazaljka za 1 minutu?

- **Velika kazaljka za 1 minutu opiše kut 6°.** Budući da se za 1 sat velika kazaljka jednom okrene na brojčaniku, vrijedi:

$$\frac{360^0}{60 \text{ min}} = 6^0 \text{ za minutu.}$$

- **Mala kazaljka za 1 minutu opiše kut 0.5°.** Budući da se za 12 sati mala kazaljka jednom okrene na brojčaniku, vrijedi:

$$\frac{360^0}{12 \cdot 60 \text{ min}} = 0.5^0 \text{ za minutu.}$$

Nakon dvanaest sati kazaljke će se ponovno poklopiti negdje između 1 i 2 sata. Pretpostavimo da se kazaljke poklope u 1 sat i x minuta.

Ako velika kazaljka za 1 minutu opiše kut 6° za x minuta opisat će kut 6x stupnjeva.

Ako mala kazaljka za 1 minutu opiše kut 0.5° za x minuta opisat će kut 0.5x stupnjeva.

Budući da se kazaljke nakon x minuta moraju poklopiti, mora biti:

$$6x = 30 + 0.5x.$$

[Poklopit će se poslije 1 sat, a to odgovara 30°, 360° : 12 = 30°]

$$6x - 0.5x = 30 \Rightarrow 5.5x = 30 \;/:5.5 \Rightarrow x = \frac{30}{5.5} = \frac{300}{55} = \frac{60}{11}.$$

Kazaljke će se poklopiti u 1 h 5 min 27.27 s.

$$\frac{60}{11} = 5.45454545\ldots \quad \rightarrow \quad 5 \text{ min}$$

$$5.45454545\ldots - 5 = 0.45454545\ldots$$

$$0.45454545\ldots \cdot 60 = 27.27272727\ldots \quad \rightarrow \quad 27 \; s$$

Vježba 023

Velika i mala kazaljka na satu su se poklopile. Koliko će vremena proći dok se kazaljke ponovno ne poklope?

Rezultat: Pretpostavimo da je točno podne. Kazaljke će se ponovno poklopiti u 1 h $\frac{60}{11}$ min, a to izraženo u satima iznosi

$$1 \; h \; \frac{60}{11} \text{ min} = 1 \; h + \frac{\frac{60}{11}}{\frac{60}{1}} \; h = 1 \; h + \frac{1}{11} \; h = \frac{12}{11} \; h.$$

Zadatak 024 (Slavica, gimnazija)

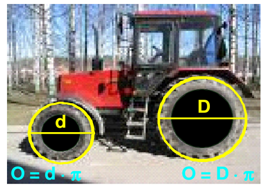
Promjer prednjih kotača traktora je 0.8 m, a stražnjih 1.1 m. Koliki je put prešao traktor ako je prednji kotač načinio 69 okreta više nego stražnji?

Rješenje 024

Neka je d promjer prednjih, a D promjer stražnjih kotača. Neka je n broj okretaja prednjeg, a N broj okretaja stražnjeg kotača. Tada je **n = 69 + N**.

www.halapa.com

Ponovimo! Ako je d promjer kružnice, tada je njezin opseg: **O = d · π**.



Budući da su oba kotača prešla isti put, vrijedi:

$$n \cdot d \cdot \pi = N \cdot D \cdot \pi \; / : \pi \;\Rightarrow\; n \cdot d = N \cdot D \;\Rightarrow\; (69 + N) \cdot d = N \cdot D \;\Rightarrow$$

$$69 \cdot d + N \cdot d = N \cdot D \;\Rightarrow\; 69 \cdot d = N \cdot D - N \cdot d \;\Rightarrow\; 69 \cdot d = N \cdot (D - d) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; N = \frac{69 \cdot d}{D - d} = \frac{69 \cdot 0.8}{1.1 - 0.8} = 184.$$

Traktor je prešao put:

$$s = N \cdot D \cdot \pi = 184 \cdot 1.1 \text{ m} \cdot \pi = 635.86 \text{ m}.$$

Vježba 024

Promjer prednjih kotača traktora je 1.6 m, a stražnjih 2.2 m. Koliki je put prešao traktor ako je prednji kotač načinio 69 okreta više nego stražnji?

Rezultat: 1271.72 m.

Zadatak 025 (Vedrana, ekonomska škola)

Trojica prijatelja poznate su izjelice. Svatko od njih može sam pojesti tortu. Prvi to uradi za 2 sata, drugi za 3 sata, a treći za 6 sati. Koliko bi im trebalo vremena da zajedno pojedu tortu?

www.halapa.com

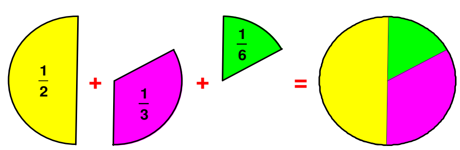
Rješenje 025

Pogledajmo koliko svatko od njih pojede torte u jedinici vremena. Za 1 sat:

- prvi pojede $\frac{1}{2}$ torte,
- drugi pojede $\frac{1}{3}$ torte,
- treći pojede $\frac{1}{6}$ torte.

Zajedno za 1 sat pojedu:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3 + 2 + 1}{6} = \frac{6}{6} = 1, \text{ tj. cijelu tortu.}$$



Vježba 025

Trojica prijatelja poznate su izjelice. Svatko od njih može sam pojesti tortu. Prvi to uradi za 4 sata, drugi za 6 sata, a treći za 12 sati. Koliko bi im trebalo vremena da zajedno pojedu tortu?

Rezultat: 2 sata.

Zadatak 026 (Anastazija, gimnazija)

Voda temperature 15 °C pomiješa se s vodom temperature 17 °C. Ako se toj smjesi doda 1 litra prve i 1 litra druge vode temperatura smjese se neće promijeniti. Kolika je temperatura smjese?

Rješenje 026

Neka je x broj litara vode temperature 15 °C, y broj litara vode temperature 17 °C, a t temperatura smjese. Postavimo sustav od dvije jednadžbe:

$$\left.\begin{array}{l} 15\cdot x+17\cdot y=(x+y)\cdot t \\ 15\cdot(x+1)+17\cdot(y+1)=(x+y+2)\cdot t \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 15\cdot x+17\cdot y=(x+y)\cdot t \\ 15\cdot x+15+17\cdot y+17=(x+y)\cdot t+2\cdot t \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{od druge oduzmemo} \\ \text{prvu jednakost} \end{array}\right] \Rightarrow 15\cdot x+15+17\cdot y+17-15\cdot x-17\cdot y=(x+y)\cdot t+2\cdot t-(x+y)\cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 32=2\cdot t \Rightarrow t=16.$$

Temperatura smjese je 16 °C.

Vježba 026

Voda temperature 15 °C pomiješa se s vodom temperature 17 °C. Ako se toj smjesi dodaju 2 litre prve i 2 litre druge vode temperatura smjese se neće promijeniti. Kolika je temperatura smjese?

Rezultat: 16 °C.

Zadatak 027 (Anastazija, gimnazija)

Netko pomiješa 30 l vode temperature 40 °C s vodom temperature 18 °C i s vodom temperature 24 °C i na taj se način dobije smjesa 60 l vode temperature 30 °C. Koliko je dodano litara vode od 18 °C, a koliko od 24 °C?

Rješenje 027

Slovom x označimo broj litara vode temperature 18 °C, a slovom y broj litara vode temperature 24 °C. Postavimo sustav od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

$$\left.\begin{array}{l} 30\cdot 40+18\cdot x+24\cdot y=60\cdot 30 \\ 30+x+y=60 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 18\cdot x+24\cdot y=600 \ /:6 \\ x+y=30 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3\cdot x+4\cdot y=100 \\ x+y=30 \ /\cdot(-3) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3\cdot x+4\cdot y=100 \\ -3\cdot x-3\cdot y=-90 \end{array}\right\} \Rightarrow y=10 \Rightarrow x=30-y=30-10=20.$$

Dodano je 20 l prve i 10 l druge vode.

www.halapa.com

Vježba 027

Netko pomiješa 15 l vode temperature 40 °C s vodom temperature 18 °C i s vodom temperature 24 °C i na taj se način dobije smjesa 30 l vode temperature 30 °C. Koliko je dodano litara vode od 18 °C, a koliko od 24 °C?

Rezultat: 10 l prve i 5 l druge vode.

Zadatak 028 (Ines, gimnazija)

Kada bi biciklist vozio 10 km/h brže, prešao bi put 240 km za dva sata ranije. Kolika je njegova brzina?

Rješenje 028

Kod jednolikog gibanja po pravcu vrijedi formula s = v · t, gdje je s put, v brzina, t vrijeme.

1. inačica

Neka je v brzina kojom biciklist prijeđe 240 km za vrijeme t. Put je jednak: 240 = v · t.

Ako bi biciklist vozio 10 km/h brže, prešao bi put 240 km za dva sata ranije. Put iznosi:

$$240 = (v + 10) \cdot (t - 2).$$

Riješimo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} 240=v\cdot t \\ 240=(v+10)\cdot(t-2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 240=v\cdot t \\ 240=v\cdot t-2\cdot v+10\cdot t-20 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{od druge jednakosti} \\ \text{oduzmemo prvu} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 240-240=v\cdot t-2\cdot v+10\cdot t-20-v\cdot t \Rightarrow 2\cdot v=10\cdot t-20 \ /:2 \Rightarrow v=5\cdot t-10.$$

Izraz za brzinu v = 5t – 10 uvrstimo u prvu jednadžbu:

$$\left.\begin{array}{l} 240 = v \cdot t \\ v = 5 \cdot t - 10 \end{array}\right\} \Rightarrow 240 = (5 \cdot t - 10) \cdot t \Rightarrow 5 \cdot t^2 - 10 \cdot t - 240 = 0 \; / : 5 \Rightarrow t^2 - 2 \cdot t - 48 = 0.$$

Uporabom Vièteovih formula dobije se rješenje: $t_1 = 8$, $t_2 = -6$ (nema smisla).

Biciklist vozi brzinom:

$$v = \frac{240}{t} = \frac{240}{8} = 30 \; \frac{km}{h}.$$

2. inačica

Ako biciklist vozi brzinom v prešao bi put za vrijeme t. Ako vozi 10 km/h brže prešao bi isti put za dva sata ranije. Postavimo jednadžbu:

$$\frac{240}{v} - 2 = \frac{240}{v+10} \Rightarrow \frac{240 - 2 \cdot v}{v} = \frac{240}{v+10} \Rightarrow (240 - 2 \cdot v) \cdot (v + 10) = 240 \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 240 \cdot v + 2400 - 2 \cdot v^2 - 20 \cdot v = 240 \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot v^2 - 20 \cdot v + 2400 = 0 \; / : (-2) \Rightarrow v^2 + 10 \cdot v - 1200 = 0.$$

Uporabom Vièteovih formula dobije se rješenje: $v_1 = 30$, $v_2 = -40$ (nema smisla).

Biciklist vozi brzinom: $v = 30 \; \frac{km}{h}$.

3. inačica

Neka je v brzina kojom biciklist prijeđe 240 km za vrijeme t. Put je jednak:

$$240 = v \cdot t.$$

Ako bi biciklist vozio 10 km/h brže, prešao bi put 240 km za dva sata ranije. Put iznosi:

$$240 = (v + 10) \cdot (t - 2).$$

Riješimo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} 240 = v \cdot t \\ 240 = (v+10) \cdot (t-2) \end{array}\right\} \Rightarrow t = \frac{240}{v} \Rightarrow 240 = (v+10) \cdot \left(\frac{240}{v} - 2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 240 = 240 - 2 \cdot v + \frac{2400}{v} - 20 \Rightarrow 2 \cdot v - \frac{2400}{v} + 20 = 0 \; / \cdot \frac{v}{2} \Rightarrow v^2 + 10 \cdot v - 1200 = 0.$$

Uporabom Vièteovih formula dobije se rješenje:

$v_1 = 30$, $v_2 = -40$ (nema smisla).

Biciklist vozi brzinom: $v = 30 \; \frac{km}{h}$.

Vježba 028

Kada bi biciklist vozio 10 km/h brže, prešao bi put 120 km za dva sata ranije. Kolika je njegova brzina?

Rezultat: 20 km/h.

Zadatak 029 (1A, hotelijerska škola)

Aritmetička sredina triju brojeva jednaka je 20. Zbroj dva od ta tri broja iznosi 15. Odredi treći broj.

Rješenje 029

Aritmetička sredina tri broja a, b i c računa se po formuli: $A = \frac{a+b+c}{3}$.

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\frac{a+b+c}{3} = A \Rightarrow \frac{15+c}{3} = 20 \; / \cdot 3 \Rightarrow 15 + c = 60 \Rightarrow c = 45.$$

Vježba 029

Aritmetička sredina triju brojeva jednaka je 40. Zbroj dva od ta tri broja iznosi 30. Odredi treći broj.

Rezultat: 90.

www.halapa.com

Zadatak 030 (1A, hotelijerska škola)

Aritmetička sredina triju brojeva jednaka je 20. Aritmetička sredina dva od ta tri broja iznosi 15. Odredi treći broj.

Rješenje 030

Aritmetička sredina dva broja a i b računa se po formuli: $A=\frac{a+b}{2}.$

Aritmetička sredina tri broja a, b i c računa se po formuli: $A=\frac{a+b+c}{3}.$

1.inačica

Iz uvjeta zadatka slijedi:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a+b}{2}=15\\ \frac{a+b+c}{3}=20\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\frac{a+b}{2}=15\ /\cdot 2\\ \frac{a+b+c}{3}=20\ /\cdot 3\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}a+b=30\\ a+b+c=60\end{array}\right\}\Rightarrow 30+c=60\Rightarrow c=30.$$

2.inačica

Budući da je aritmetička sredina triju brojeva jednaka 20, pišemo:

$$\frac{a+b+c}{3}=20\ /\cdot 3\Rightarrow a+b+c=60\Rightarrow\left[\text{aritmetička sredina dva broja iznosi 15}\right]\Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\frac{a+b}{2}+c=60\Rightarrow 2\cdot 15+c=60\Rightarrow 30+c=60\Rightarrow c=30.$$

Vježba 030

Aritmetička sredina triju brojeva jednaka je 40. Aritmetička sredina dva od ta tri broja iznosi 30. Odredi treći broj.

www.halapa.com

Rezultat: 60.

Zadatak 031 (Sanela, ekonomska škola)

U jednoj posudi nalazi se tri puta više mlijeka nego u drugoj. Ako se u prvu dolije 6 litara, a u drugu 7 litara, tada će u prvoj posudi biti dva puta više mlijeka nego u drugoj. Koliko je mlijeka bilo u svakoj posudi prije dolijevanja?

Rješenje 031

Postavimo jednadžbu:

	1. posuda	2. posuda
U prvoj posudi nalazi se tri puta više mlijeka nego u drugoj.	3x	x
U prvu posudu dolije se 6 l, a u drugu 7 l.	3x + 6	x + 7
U prvoj posudi je dva puta više mlijeka nego u drugoj.	3x + 6 = 2 · (x + 7)	

Sada riješimo jednadžbu:

$$3x+6=2\cdot(x+7)\Rightarrow 3x+6=2x+14\Rightarrow 3x-2x=14-6\Rightarrow x=8.$$

Prije dolijevanja u prvoj posudi je bilo 3 · 8 = 24 litre, a u drugoj 8 litara.

Vježba 031

U jednoj posudi nalazi se tri puta više mlijeka nego u drugoj. Ako se u prvu dolije 5 litara, a u drugu 6 litara, tada će u prvoj posudi biti dva puta više mlijeka nego u drugoj. Koliko je mlijeka bilo u svakoj posudi prije dolijevanja?

Rezultat: 21 litra, 7 litara.

Zadatak 032 (Sanela, ekonomska škola)

Autobus mora prevaliti put iz Acapulca do Bochacianosa u određenom vremenu. Ako bi vozio brzinom 48 km/h, kasnio bi pola sata, a ako bi vozio brzinom 60 km/h stigao bi 12 minuta ranije. Jedini hotel nalazi se na dvije trećine puta. Koliko bi vremena trebalo autobusom do hotela, ako bi vozio brzinom 56 km/h?

Rješenje 032

Put kod jednolikog gibanja po pravcu dan je formulom

$$s = v \cdot t,$$

gdje je v brzina, t vrijeme.

Pretpostavimo da autobus prevali cijeli put za vrijeme t (u satima). Ako bi vozio brzinom 48 km/h, kasnio bi pola sata pa je vrijeme vožnje:

$$t + \frac{1}{2}.$$

Ako bi vozio 60 km/h, stigao bi 12 minuta ranije pa je vrijeme vožnje:

$$t - 12 \text{ min} = t - \frac{12}{60} = t - \frac{1}{5}.$$

Sada je:

$$v_1 \cdot \left(t + \frac{1}{2}\right) = v_2 \cdot \left(t - \frac{1}{5}\right) \Rightarrow 48 \cdot \left(t + \frac{1}{2}\right) = 60 \cdot \left(t - \frac{1}{5}\right) \Rightarrow 48t + 24 = 60t - 12 \Rightarrow 48t - 60t = -12 - 24 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -12t = -36 \;/ : (-12) \Rightarrow t = 3 \; h.$$

Znači da put od Acapulca do Bochacianosa iznosi:

$$s = v_1 \cdot \left(t + \frac{1}{2}\right) = 48 \, \frac{km}{h} \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) h = 48 \, \frac{km}{h} \cdot \frac{7}{2} \, h = 168 \; km.$$

Udaljenost jedinog hotela je na dvije trećine puta:

$$d = \frac{2}{3} \cdot s = \frac{2}{3} \cdot 168 \; km = 112 \; km.$$

Vrijeme potrebno da autobus, vozeći brzinom v = 56 km/h, dođe do hotela je:

$$d = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{d}{v} = \frac{112 \; km}{56 \, \frac{km}{h}} = 2 \; h.$$

Vježba 032

Autobus mora prevaliti put iz Acapulca do Bochacianosa u određenom vremenu. Ako bi vozio brzinom 48 km/h, kasnio bi pola sata, a ako bi vozio brzinom 60 km/h stigao bi 12 minuta ranije. Jedini hotel nalazi se na dvije trećine puta. Koliko bi vremena trebalo autobusom do hotela, ako bi vozio brzinom 28 km/h?

Rezultat: 4 h.

Zadatak 033 (Daria, ekonomska škola)

Prvi automobilist krene iz mjesta A prema mjestu B vozeći prosječnom brzinom 90 km/h. Dva sata nakon njega krene drugi automobilist vozeći prosječno 120 km/h. Za koje će vrijeme drugi automobilist dostići prvog?

Rješenje 033

$v_1 = 90$ km/h, $v_2 = 120$ km/h

Neka je t vrijeme (u satima) potrebno da prvi automobilist prevali put do susreta. Tada je t – 2 vrijeme (u satima) potrebno da drugi automobilist prevali put do susreta. Traženo vrijeme dobijemo iz jednadžbe:

$$v_1 \cdot t = v_2 \cdot (t - 2) \Rightarrow 90 \cdot t = 120 \cdot (t - 2) \;/ : 30 \Rightarrow 3 \cdot t = 4 \cdot (t - 2) \Rightarrow 3t = 4t - 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3t - 4t = -8 \Rightarrow -t = -8 \Rightarrow t = 8 \; h.$$

Drugi automobilist dostići će prvi za 6 sati.

www.halapa.com

Vježba 033

Prvi automobilist krene iz mjesta A prema mjestu B vozeći prosječnom brzinom 90 km/h. Sat nakon njega krene drugi automobilist vozeći prosječno 120 km/h. Za koje će vrijeme drugi automobilist dostići prvog?

Rezultat: 3 h.

Zadatak 034 (Daria, ekonomska škola)

Ploveći nizvodno parobrod prevali put između dva pristaništa A i B za 5 h, a uzvodno od B do A za 6 h. Koliko su udaljena ta dva pristaništa ako brzina toka rijeke iznosi 4 km/h?

Rješenje 034

$t_1 = 5$ h, $t_2 = 6$ h, $v_r = 4$ km/h, $s = ?$

Put tijela kod jednolikog gibanja po pravcu računa se formulom: s = v · t, gdje je v brzina tijela, t vrijeme gibanja.
Neka je v brzina parobroda na mirnoj vodi (jezeru).
Kada se parobrod giba nizvodno rijekom njegova relativna brzina je: $v + v_r$.
Kada se parobrod giba uzvodno rijekom njegova relativna brzina je: $v - v_r$. Računamo put:

$$\left.\begin{array}{l} s=(v+v_r)\cdot t_1 \\ s=(v-v_r)\cdot t_2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} s=(v+4)\cdot 5 \\ s=(v-4)\cdot 6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} s=5v+20 \\ s=6v-24 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} s=5v+20 \;/\cdot 6 \\ s=6v-24 \;/\cdot(-5) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 6s=30v+120 \\ -5s=-30v+120 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s=240 \; km.$$

Vježba 034

Ploveći nizvodno parobrod prevali put između dva pristaništa A i B za 5 h, a uzvodno od B do A za 6 h. Koliko su udaljena ta dva pristaništa ako brzina toka rijeke iznosi 2 km/h?

Rezultat: 120 km.

Zadatak 035 (Daria, ekonomska škola)

U kutiji se nalazi ukupno 60 crvenih, plavih i bijelih žetona. Ako bi se svi crveni žetoni zamijenili plavim, tada bi u kutiji bilo dvostruko više plavih nego bijelih žetona. Ali ako bi se svi bijeli žetoni zamijenili s plavim žetonima, tada bi plavih bilo tri puta više od crvenih. Koliki je broj plavih žetona u kutiji?

www.halapa.com

Rješenje 035

Slovom x označimo broj crvenih žetona, a slovom y broj plavih žetona. Broj bijelih žetona iznosi:

$$60 - x - y.$$

Napišimo jednadžbe:

- ako bi se svi crveni žetoni zamijenili plavim, tada bi u kutiji bilo dvostruko više plavih nego bijelih žetona:

$$x + y = 2 \cdot (60 - x - y).$$

- ako bi se svi bijeli žetoni zamijenili s plavim žetonima, tada bi plavih bilo tri puta više od crvenih:

$$(60 - x - y) + y = 3 \cdot x.$$

Dobili smo sustav jednadžbi:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=2\cdot(60-x-y) \\ (60-x-y)+y=3\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=120-2x-2y \\ 60-x-y+y=3\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3x+3y=120 \;/:3 \\ 4x=60 \;/:4 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=40 \\ x=15 \end{array}\right\} \Rightarrow y=25.$$

Plavih žetona je 25.

Vježba 035

U kutiji se nalazi ukupno 60 crvenih, plavih i bijelih žetona. Ako bi se svi crveni žetoni zamijenili plavim, tada bi u kutiji bilo dvostruko više plavih nego bijelih žetona. Ali ako bi se svi bijeli žetoni zamijenili s plavim žetonima, tada bi plavih bilo tri puta više od crvenih. Koliki je broj crvenih žetona u kutiji?

Rezultat: Crvenih žetona je 15.

Zadatak 036 (1A, hotelijerska škola)

Tri osobe podijelile su 4400 kn. Prva je dobila 120 kn manje od druge, a treća koliko prva i druga zajedno. Koliko je kuna dobila svaka osoba?

Rješenje 036

1.inačica

Pretpostavimo da je prva osoba dobila x kuna.
Tada je druga osoba dobila 120 kn više od prve: x + 120.
Treća ima koliko prva i druga zajedno: x + x + 120 = 2x + 120. Tablični prikaz:

Osobe	Novac
prva osoba	x
druga osoba	x + 120
treća osoba	2x + 120
Ukupno	**4x + 240**

Postavimo jednadžbu:

$$4x+240=4400 \Rightarrow 4x=4400-240 \Rightarrow 4x=4160 \ /:4 \Rightarrow x=1040.$$

Prva osoba dobila je 1040 kn, druga 1160 kn, a treća 2200 kn.

2.inačica

Označimo slovom x iznos koji je dobila druga osoba.
Tada je prva osoba dobila 120 kn manje od druge: x – 120.
Treća ima koliko prva i druga zajedno: x – 120 + x = 2x – 120. Tablični prikaz:

Osobe	Novac
prva osoba	x – 120
druga osoba	x
treća osoba	2x – 120
Ukupno	**4x – 240**

Postavimo jednadžbu:

$$4x-240=4400 \Rightarrow 4x=4400+240 \Rightarrow 4x=4640 \ /:4 \Rightarrow x=1160.$$

Prva osoba dobila je 1040 kn, druga 1160 kn, a treća 2200 kn.

www.halapa.com

Vježba 036

Tri osobe podijelile su 4400 kn. Prva je dobila 120 kn više od druge, a treća koliko prva i druga zajedno. Koliko je kuna dobila svaka osoba?

Rezultat: Prva osoba dobila je 1160 kn, druga 1040 kn, a treća 2200 kn.

Zadatak 037 (1A, hotelijerska škola)

Prije dvije godine otac je bio sedam puta stariji od sina, a za dvije godine otac će biti samo četiri puta stariji od njega. Koliko je sada godina ocu, a koliko sinu?

Rješenje 037

1.inačica

Označimo broj godina oca s x, a broj godina sina s y.

Prije dvije godine otac je imao x – 2, a sin y – 2 godina. Budući da je tada otac bio sedam puta stariji od sina, njegove godine dobit ćemo tako da godine sina pomnožimo sa sedam:

$$x - 2 = 7 \cdot (y - 2).$$

Za dvije godine otac će imati x + 2, a sin y + 2 godina. Budući da će tada otac biti četiri puta stariji od sina, njegove godine dobit ćemo da godine sina pomnožimo s četiri:

$$x + 2 = 4 \cdot (y + 2).$$

Tako smo dobili sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice. Njihovim rješavanjem dobijemo godine sina i oca:

$$\left.\begin{array}{l} x-2=7\cdot(y-2) \\ x+2=4\cdot(y+2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-2=7\cdot y-14 \\ x+2=4\cdot y+8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-7\cdot y=-14+2 \\ x-4\cdot y=8-2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-7\cdot y=-12 \\ x-4\cdot y=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-7\cdot y=-12 \ /\cdot(-1) \\ x-4\cdot y=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x+7\cdot y=12 \\ x-4\cdot y=6 \end{array}\right\} \Rightarrow 3\cdot y=18 \ /:3 \Rightarrow y=6. \ \text{godine sina}$$

Uvrštavanjem y = 6 u, naprimjer, prvu jednadžbu dobiju se godine oca x:

$$\left.\begin{array}{l} x-7\cdot y=-12 \\ y=6 \end{array}\right\} \Rightarrow x-7\cdot 6=-12 \Rightarrow x-42=-12 \Rightarrow x=-12+42 \Rightarrow x=30. \text{ godine oca}$$

Otac (pape ☺) ima 30, a sin 6 godina.

2.inačica

Tablični prikaz:

	Otac	Sin
Godine	x	y
Prije dvije godine	x – 2	y – 2
Prije dvije godine otac je bio sedam puta stariji od sina	x – 2 = 7 · (y – 2)	
Poslije dvije godine	x + 2	y + 2
Poslije dvije godine bit će otac četiri puta stariji od sina	x + 2 = 4 · (y + 2)	

Postavimo jednadžbe:

$$\left.\begin{array}{l} x-2=7\cdot(y-2) \\ x+2=4\cdot(y+2) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-2=7\cdot y-14 \\ x+2=4\cdot y+8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=7\cdot y-14+2 \\ x=4\cdot y+8-2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=7\cdot y-12 \\ x=4\cdot y+6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{komparacije} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7\cdot y-12=4\cdot y+6 \Rightarrow 7\cdot y-4\cdot y=6+12 \Rightarrow 3\cdot y=18 \;/:3 \Rightarrow y=6. \text{ godine sina}$$

Uvrštavanjem y = 6 u, naprimjer, prvu jednadžbu dobiju se godine oca x:

$$\left.\begin{array}{l} x=7\cdot y-12 \\ y=6 \end{array}\right\} \Rightarrow x=7\cdot 6-12 \Rightarrow x=42-12 \Rightarrow x=30. \text{ godine oca}$$

Otac ima 30, a sin 6 godina.

Vježba 037

Prije dvije godine otac je bio jedanaest puta stariji od sina, a za jednu godinu otac će biti samo pet puta stariji od sina. Koliko svaki ima godina?

Rezultat: Otac ima 24, a sin 4 godine.

www.halapa.com

Zadatak 038 (1A, hotelijerska škola)

Prije 4 godine otac je bio 7 puta stariji od sina, a za 4 godine otac će biti samo tri puta stariji od njega. Koliko je sada godina ocu, a koliko sinu?

Rješenje 038

Označimo broj godina oca s x, a broj godina sina s y.

Prije četiri godine otac je imao x – 4, a sin y – 4 godina. Budući da je tada otac bio sedam puta stariji od sina, njegove godine dobit ćemo tako da godine sina pomnožimo sa sedam:

$$x-4=7\cdot(y-4).$$

Za četiri godine otac će imati x + 4, a sin y + 4 godina. Budući da će tada otac biti samo tri puta stariji od sina, njegove godine dobit ćemo da godine sina pomnožimo s tri:

$$x+4=3\cdot(y+4).$$

Tako smo dobili sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice. Njihovim rješavanjem dobijemo godine oca i sina:

$$\left.\begin{array}{l} x-4=7\cdot(y-4) \\ x+4=3\cdot(y+4) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-4=7y-28 \\ x+4=3y+12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{iz prve jednadžbe izrazimo} \\ \text{x i uvrstimo u drugu} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=7y-24 \\ 7y-24+4=3y+12 \end{array}\right\} \Rightarrow 7y-24+4=3y+12 \Rightarrow 7y-3y=12+24-4 \Rightarrow 4y=32 \;/:4 \Rightarrow y=8.$$

Uvrštavanjem y = 8 u prvu jednadžbu dobije se x:

$$\left.\begin{array}{l} x=7y-24 \\ y=8 \end{array}\right\} \Rightarrow x=7\cdot 8-24=56-24=32.$$

Otac ima 32, a sin 8 godina.

Tablični prikaz:

	Otac	Sin
Godine	x	y
Prije četiri godine	x – 4	y – 4
Prije četiri godine otac je bio sedam puta stariji od sina	x – 4 = 7 · (y – 4)	
Poslije četiri godine	x + 4	y + 4
Poslije četiri godine bit će otac tri puta stariji od sina	x + 4 = 3 · (y + 4)	

Postavimo jednadžbe:

$$\left.\begin{array}{l} x-4=7\cdot(y-4) \\ x+4=3\cdot(y+4) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-4=7y-28 \\ x+4=3y+12 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{iz prve jednadžbe izrazimo} \\ \text{x i uvrstimo u drugu} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=7y-24 \\ 7y-24+4=3y+12 \end{array}\right\} \Rightarrow 7y-24+4=3y+12 \Rightarrow 7y-3y=12+24-4 \Rightarrow 4y=32 \ /:4 \Rightarrow y=8.$$

Uvrštavanjem y = 8 u prvu jednadžbu dobije se x:

$$\left.\begin{array}{l} x=7y-24 \\ y=8 \end{array}\right\} \Rightarrow x=7\cdot 8-24=56-24=32.$$

Otac ima 32, a sin 8 godina.

Vježba 038

Prije 6 godina otac je bio 7 puta stariji od sina, a za 2 godine otac će biti samo tri puta stariji od njega. Koliko je sada godina ocu, a koliko sinu?

Rezultat: Otac ima 34, a sin 10 godina.

www.halapa.com

Zadatak 039 (1A, hotelijerska škola)

Zbroj dvaju brojeva je 1106. Ako umjesto drugog broja stavimo četiri puta veći broj, dobiva se zbroj 2006. Koji su to brojevi?

Rješenje 039

1.inačica

Neka je x prvi, a y drugi broj. Budući da je njihov zbroj 1106, zapisat ćemo:

$$x + y = 1106.$$

Rečenicu " Ako umjesto drugog broja stavimo četiri puta veći broj, dobiva se zbroj 2006." zapisujemo ovako:

$$x + 4 \cdot y = 2006.$$

Iz sustava jednadžbi dobiju se traženi brojevi:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=1106 \ /\cdot(-1) \\ x+4y=2006 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -x-y=-1106 \\ x+4y=2006 \end{array}\right\} \Rightarrow 3y=900 \ /:3 \Rightarrow y=300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=1106 \\ y=300 \end{array}\right\} \Rightarrow x=1106-y=1106-300=806.$$

To su brojevi 806 i 300.

2.inačica

Označimo slovom x prvi broj. Budući da je zbroj dvaju brojeva jednak 1106, drugi broj iznosi 1106 – x. Ako umjesto drugog broja stavimo četiri puta veći broj dobiva se zbroj 2006:

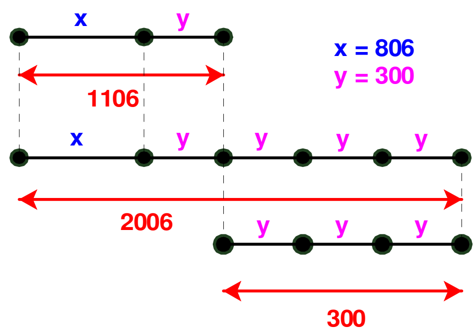
$$x+4\cdot(1106-x)=2006 \Rightarrow x+4424-4x=2006 \Rightarrow -3x=2006-4424 \Rightarrow -3x=-2418 \ /:(-3) \Rightarrow x=806.$$

Drugi broj je:

$$1106 - x = 1106 - 806 = 300.$$

3.inačica

Slovom x označit ćemo prvi broj, a slovom y drugi broj. Sa slike vidimo rješenje.



Vježba 039

Zbroj dvaju brojeva je 505. Ako umjesto drugog broja stavimo četiri puta veći broj, dobiva se zbroj 1405. Koji su to brojevi?

Rezultat: 205 i 300.

Zadatak 040 (1A, hotelijerska škola)

U tri autobusa na maturalac putuje 135 učenika. Pri prvom zaustavljanju iz prvog autobusa u drugi prešla su 3 učenika, a u treći je prešlo 9 učenika. Nakon toga u svakom je autobusu bio jednak broj učenika. Koliko je učenika bilo u kojem autobusu na početku putovanja?

Rješenje 040

Nakon prvog zaustavljanja u svakom je autobusu bio jednak broj učenika:

$$135 : 3 = 45 \text{ učenika.}$$

Na početku putovanja bilo je:

- u prvom autobusu: $45 + 3 + 9 = 57$ učenika
- u drugom autobusu: $45 - 3 = 42$ učenika
- u trećem autobusu: $45 - 9 = 36$ učenika.

www.halapa.com

Vježba 040

U tri autobusa na maturalac putuje 135 učenika. Pri prvom zaustavljanju iz prvog autobusa u drugi prešla su 2 učenika, a u treći je prešlo 8 učenika. Nakon toga u svakom je autobusu bio jednak broj učenika. Koliko je učenika bilo u kojem autobusu na početku putovanja?

Rezultat: Na početku putovanja bilo je:

- u prvom autobusu: $45 + 2 + 8 = 55$ učenika
- u drugom autobusu: $45 - 2 = 43$ učenika
- u trećem autobusu: $45 - 8 = 37$ učenika.