**Zadatak 421 (Miroslav, gimnazija)**

Prosjek starosti 11 igrača u nekoj nogometnoj momčadi je 22 godine. Za vrijeme igre jedan igrač, zbog povrede, načas napusti teren pa je prosjek godina igrača koji ostanu u igri 21 godina. Koliko godina ima igrač koji je napustio igru?

**Rješenje 421**

Ponovimo!

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo

$$N = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \dots,\ n-1,\ n,\ n+1,\ \dots\}.$$

Neka je dan skup n pozitivnih brojeva $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$. Tada je aritmetička sredina $A_n$ brojeva $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ definirana izrazom

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a?

$$b = a + n \quad , \quad b - n = a \quad , \quad b - a = n.$$

1.inačica

Neka je n zbroj godina starosti svih 11 igrača. Tada je

$$\frac{n}{11} = 22 \Rightarrow \frac{n}{11} = 22 \ / \cdot 11 \Rightarrow n = 242.$$

Neka je x broj godina igrača koji je napustio igru. Vrijedi jednadžba:

$$\frac{242 - x}{10} = 21 \Rightarrow \frac{242 - x}{10} = 21 \ / \cdot 10 \Rightarrow 242 - x = 210 \Rightarrow -x = 210 - 242 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x = -32 \Rightarrow -x = -32 \ / \cdot (-1) \Rightarrow x = 32.$$

2.inačica

Prosjek starosti u momčadi, sa svim igračima, je 22 godine. Budući da se prosjek godina starosti, igrača ostalih u igri, smanji za 1 godinu (22 – 21), znači da se ukupan zbroj godina smanjio za još 10 godina. Ukupan zbroj godina smanjio se za 32 godine.

$$22 + 10 = 32.$$

Igrač koji je napustio igru ima 32 godine.

3.inačica

Zbroj godina starosti svih 11 igrača iznosi

$$22 \cdot 11 = 242.$$

Neka je x broj godina igrača koji je napustio igru. Sada je prosjek godina starosti 21 godina, dakle, za 1 godinu manje od prijašnjeg prosjeka koji je iznosio 22 godine. Vrijedi jednadžba:

$$\frac{242}{11} = \frac{242 - x}{10} + 1 \Rightarrow \frac{242}{11} = \frac{242 - x}{10} + 1 \ / \cdot 110 \Rightarrow 2\,420 = 11 \cdot (242 - x) + 110 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\,420 = 2\,662 - 11 \cdot x + 110 \Rightarrow 11 \cdot x = 2\,662 + 110 - 2420 \Rightarrow 11 \cdot x = 352 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 11 \cdot x = 352 \ / : 11 \Rightarrow x = 32.$$

4.inačica

Stanete uz rub igrališta i kada igrač napusti teren ljubazno ga upitate za njegove godine. (Šala mala!)

**Vježba 421**

Prosjek starosti 11 igrača u nekoj nogometnoj momčadi je 23 godine. Za vrijeme igre jedan igrač, zbog povrede, načas napusti teren pa je prosjek godina igrača koji ostanu u igri 21 godina. Koliko godina ima igrač koji je napustio igru?

**Rezultat:** 43.

**Zadatak 422 (Fox, gimnazija)**

Uz koje uvjete je razlomak $\frac{a+1}{b+1}$ jednak razlomku $\frac{a-1}{b-1}$?

**Rješenje 422**

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d=b \cdot c.$$

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d)=a \cdot c+a \cdot d+b \cdot c+b \cdot d.$$

Rasprava

**S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice x za koju je nazivnik jednak nuli.**

Najprije raspravimo!

Budući da se s nulom ne može dijeliti, nazivnici b + 1 i b – 1 moraju biti različiti od nule. Zato je:

$$\left.\begin{array}{l} b+1 \neq 0 \Rightarrow b \neq -1 \\ b-1 \neq 0 \Rightarrow b \neq 1 \end{array}\right\}.$$

Dalje slijedi:

$$\frac{a+1}{b+1}=\frac{a-1}{b-1} \Rightarrow \frac{a+1}{b+1}=\frac{a-1}{b-1} \; / \cdot (b+1) \cdot (b-1) \Rightarrow (a+1) \cdot (b-1)=(a-1) \cdot (b+1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot b-a+b-1=a \cdot b+a-b-1 \Rightarrow a \cdot b-a+b-1=a \cdot b+a-b-1 \Rightarrow -a+b=a-b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -a-a=-b-b \Rightarrow -2 \cdot a=-2 \cdot b \Rightarrow -2 \cdot a=-2 \cdot b \; / : (-2) \Rightarrow a=b.$$

Također mora biti $a \neq -1$ i $a \neq 1$.

**Vježba 422**

Uz koje uvjete je razlomak $\frac{a+2}{b+2}$ jednak razlomku $\frac{a-2}{b-2}$?

**Rezultat:** $a=b \;,\; a \neq -2 \;,\; a \neq 2.$



**Zadatak 423 (Sandra, gimnazija)**

Odredi cijele brojeve x i y za koje vrijedi jednakost $\frac{5}{x}=\frac{y}{3}$.

**Rješenje 423**

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d=b \cdot c.$$

Cijeli brojevi jesu brojevi:

$$\ldots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$

Oni čine skup cijelih brojeva koji označavamo slovom Z, a zapisujemo kao

$$Z=\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\} \quad \text{ili} \quad Z=\{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots\}.$$

$$\frac{5}{x}=\frac{y}{3} \Rightarrow \frac{5}{x}=\frac{y}{3} \; / \cdot 3 \cdot x \Rightarrow 15=x \cdot y \Rightarrow x \cdot y=15.$$

Budući da x i y moraju biti cijeli brojevi, postoje ova rješenja:

- $x \cdot y=15 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=-1 \\ y=-15 \end{array}\right\}$
- $x \cdot y=15 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=-3 \\ y=-5 \end{array}\right\}$

- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x = -5 \\ y = -3 \end{array}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x = -15 \\ y = -1 \end{array}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 15 \end{array}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x = 3 \\ y = 5 \end{array}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x = 5 \\ y = 3 \end{array}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{array}{l} x = 15 \\ y = 1 \end{array}\right\}.$

**Vježba 423**

Odredi cijele brojeve x i y za koje vrijedi jednakost $\frac{x}{2} = \frac{1}{y}.$

**Rezultat:** $\left.\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 2 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{l} x = -1 \\ y = -2 \end{array}\right\}, \left.\begin{array}{l} x = -2 \\ y = -1 \end{array}\right\}.$

**Zadatak 424 (Fox, gimnazija)**

Što je veće: $\sqrt{1993 \cdot 1995}$ ili $1994$?

**Rješenje 424**

Ponovimo!

$$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2} = a \;,\; a \ge 0 \quad , \quad \sqrt{a-1} < \sqrt{a}.$$



Preoblikujemo umnožak pod korijenom u razliku kvadrata.

$$\sqrt{1993 \cdot 1995} = \sqrt{(1994-1)\cdot(1994+1)} = \sqrt{1994^2 - 1} < \sqrt{1994^2} = 1994.$$

Vrijedi:

$$\sqrt{1993 \cdot 1995} < 1994.$$

**Vježba 424**

Što je veće: $\sqrt{2016 \cdot 2018}$ ili $2017$?

**Rezultat:** $\sqrt{2016 \cdot 2018} < 2017.$

**Zadatak 425 (Lana, gimnazija)**

Dokažite da je $\frac{a+b}{a-b}$ iracionalan broj, ako je $a > 0$ i $b > 0$ i $a^2 + b^2 = 6 \cdot a \cdot b.$

**Rješenje 425**

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad , \quad (a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

Iracionalni brojevi su brojevi koje ne možemo zapisati u obliku razlomaka. Skup iracionalnih brojeva označavamo slovom I. Algebarski iracionalni brojevi su:

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \ldots$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Neka je

$$x = \frac{a+b}{a-b}.$$

Dalje slijedi:

$$x = \frac{a+b}{a-b} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{kvadriramo} \\ \text{jednakost} \end{array}\right] \Rightarrow x = \frac{a+b}{a-b} \; / ^2 \Rightarrow x^2 = \left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 \Rightarrow x^2 = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2}{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{uvjet} \\ a^2 + b^2 = 6 \cdot a \cdot b \end{array}\right] \Rightarrow x^2 = \frac{6 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot b}{6 \cdot a \cdot b - 2 \cdot a \cdot b} \Rightarrow x^2 = \frac{8 \cdot a \cdot b}{4 \cdot a \cdot b} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{8 \cdot a \cdot b}{4 \cdot a \cdot b} \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \; / \sqrt{\phantom{x}} \Rightarrow x = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \sqrt{2} \in I.$$

**Vježba 425**

Dokažite da je $\frac{a+b}{a-b}$ iracionalan broj, ako je $a > 0$ i $b > 0$ i $a^2 + b^2 - 6 \cdot a \cdot b = 0$.

**Rezultat:** Dokaz analogan.



**Zadatak 426 (Dora, gimnazija)**

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $10101 \cdot \left(\frac{5}{111111} + \frac{5}{222\,222} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37}\right)$.

**Rješenje 426**

Ponovimo!

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c} \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

$$10101 \cdot \left(\frac{5}{111111} + \frac{5}{222\,222} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37}\right) = \frac{50\,505}{111111} + \frac{50\,505}{222\,222} - \frac{40\,404}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37} =$$

$$= \frac{50\,505}{111111} + \frac{50\,505}{222\,222} - \frac{40\,404}{111111} = \left[\begin{array}{c} \text{svaki razlomak} \\ \text{kratimo sa } 10101 \end{array}\right] = \frac{5}{11} + \frac{5}{22} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37} =$$

$$= \frac{5}{11} + \frac{5}{22} - \frac{4}{11} = \frac{10 + 5 - 8}{22} = \frac{7}{22}.$$

**Vježba 426**

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $10101 \cdot \left(\frac{5}{111111} + \frac{2.5}{111111} - \frac{4}{3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37}\right)$.

**Rezultat:** $\frac{7}{22}.$

**Zadatak 427 (Dora, gimnazija)**

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\frac{254\cdot 399-145}{254+399\cdot 253}.$

**Rješenje 427**

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \;,\; n\neq 0 \;,\; n\neq 1.$$

$$\frac{254\cdot 399-145}{254+399\cdot 253}=\frac{254\cdot 399-399+399-145}{254+399\cdot 253}=\frac{254\cdot 399-399+(399-145)}{254+399\cdot 253}=$$

$$=\frac{254\cdot 399-399+254}{254+399\cdot 253}=\frac{253\cdot 399+254}{254+399\cdot 253}=\frac{254+399\cdot 253}{254+399\cdot 253}=\frac{254+399\cdot 253}{254+399\cdot 253}=1.$$

**Vježba 427**

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\frac{254+399\cdot 253}{254\cdot 399-145}.$

**Rezultat:** 1.



**Zadatak 428 (Dora, gimnazija)**

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{81}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right).$

**Rješenje 428**

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \;,\; n\neq 0 \;,\; n\neq 1.$$

Uočimo:

- $1-\frac{1}{4}=\frac{1}{1}-\frac{1}{4}=\frac{4-1}{4}=\frac{2^2-1}{2^2}=\frac{2-1}{2}\cdot\frac{2+1}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}$
- $1-\frac{1}{9}=\frac{1}{1}-\frac{1}{9}=\frac{9-1}{9}=\frac{3^2-1}{3^2}=\frac{3-1}{3}\cdot\frac{3+1}{3}=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}$
- $1-\frac{1}{16}=\frac{1}{1}-\frac{1}{16}=\frac{16-1}{16}=\frac{4^2-1}{4^2}=\frac{4-1}{4}\cdot\frac{4+1}{4}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{4}$
- $1-\frac{1}{25}=\frac{1}{1}-\frac{1}{25}=\frac{25-1}{25}=\frac{5^2-1}{5^2}=\frac{5-1}{5}\cdot\frac{5+1}{5}=\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}$
- $1-\frac{1}{36}=\frac{1}{1}-\frac{1}{36}=\frac{36-1}{36}=\frac{6^2-1}{6^2}=\frac{6-1}{6}\cdot\frac{6+1}{6}=\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{6}$

- $1-\frac{1}{49}=\frac{1}{1}-\frac{1}{49}=\frac{49-1}{49}=\frac{7^2-1}{7^2}=\frac{7-1}{7}\cdot\frac{7+1}{7}=\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}$
- $1-\frac{1}{64}=\frac{1}{1}-\frac{1}{64}=\frac{64-1}{64}=\frac{8^2-1}{8^2}=\frac{8-1}{8}\cdot\frac{8+1}{8}=\frac{7}{8}\cdot\frac{9}{8}$
- $1-\frac{1}{81}=\frac{1}{1}-\frac{1}{81}=\frac{81-1}{81}=\frac{9^2-1}{9^2}=\frac{9-1}{9}\cdot\frac{9+1}{9}=\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{9}$
- $1-\frac{1}{100}=\frac{1}{1}-\frac{1}{100}=\frac{100-1}{100}=\frac{10^2-1}{10^2}=\frac{10-1}{10}\cdot\frac{10+1}{10}=\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{10}.$

Općenito!

$$1-\frac{1}{n^2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{n^2}=\frac{n^2-1}{n^2}=\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n+1}{n}.$$

Sada je:

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{81}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{10}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{10}=\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{10}=\frac{11}{20}.$$

**Vježba 428**

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\frac{20}{11}\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{81}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right).$

**Rezultat:** 1.



**Zadatak 429 (Petra, medicinska škola)**

Pojednostavnite brojevni izraz: $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{20}+\sqrt{80}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{45}.$

**Rješenje 429**

Ponovimo!

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\quad,\quad\sqrt{a^2}=a\ ,\ a\geq 0.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Brojeve 20, 80 i 45 prikažemo u obliku umnoška dvaju faktora od kojih je jedan kvadrat prirodnog broja.

$$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{20}+\sqrt{80}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{45}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4\cdot 5}+\sqrt{16\cdot 5}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{9\cdot 5}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{16}\cdot\sqrt{5}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{5}+4\cdot\sqrt{5}+\frac{1}{3}\cdot 3\cdot\sqrt{5}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{5}+4\cdot\sqrt{5}+\frac{1}{3}\cdot 3\cdot\sqrt{5}=\sqrt{5}+4\cdot\sqrt{5}+\sqrt{5}=6\cdot\sqrt{5}.$$

**Vježba 429**

Pojednostavnite brojevni izraz: $\sqrt{20}+\sqrt{80}+\sqrt{45}.$

**Rezultat:** $9\cdot\sqrt{5}.$

**Zadatak 430 (4B, TUPŠ)**

Nakon djelomičnog korjenovanja i obavljenih računskih operacija izraz

$$\frac{\left(\sqrt{50}+\sqrt{32}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)}{\sqrt{2}}$$ daje:

$A.\ 24\cdot\sqrt{2}$ $\quad B.\ 21\cdot\sqrt{2}$ $\quad C.\ 42$ $\quad D.\ 21$

**Rješenje 430**

Ponovimo!

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \quad , \quad \frac{n}{1}=n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{\left(\sqrt{50}+\sqrt{32}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)}{\sqrt{2}}=\left[\begin{array}{l}\text{djelomično}\\ \text{korjenovanje}\end{array}\right]=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{25\cdot 2}+\sqrt{16\cdot 2}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{4\cdot 2}\right)}{\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{\left(5\cdot\sqrt{2}+4\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}=\frac{7\cdot\sqrt{2}\cdot 3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{7\cdot\sqrt{2}\cdot 3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{7\cdot\sqrt{2}\cdot 3}{1}=\frac{21\cdot\sqrt{2}}{1}=21\cdot\sqrt{2}.$$



Odgovor je pod B.

**Vježba 430**

Nakon djelomičnog korjenovanja i obavljenih računskih operacija izraz

$$\frac{\left(\sqrt{50}+\sqrt{32}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{50}-\sqrt{8}\right)}{\sqrt{2}}$$ daje:

$A.\ 24\cdot\sqrt{2}$ $\quad B.\ 21\cdot\sqrt{2}$ $\quad C.\ 42$ $\quad D.\ 21$

**Rezultat:** B.

**Zadatak 431 (4B, TUPŠ)**

Kolika je vrijednost izraza $\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}-\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}\right)^2$ ?

$A.\ 3-\sqrt{7}$ $\quad B.\ \sqrt{7}-\sqrt{3}$ $\quad C.\ 1$ $\quad D.\ 2$

**Rješenje 431**

Ponovimo!

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}.$$

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad (a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2 \quad , \quad \sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}-\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}\right)^2-2\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}\cdot\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}+\left(\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}\right)^2=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+3}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{2}}{2}}+\frac{3-\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}+3}{2}+\frac{3-\sqrt{2}}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{2}}{2}}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+3+3-\sqrt{2}}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)}{4}}=\frac{\sqrt{2}+3+3-\sqrt{2}}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}}=$$

$$=\frac{6}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{9-2}{4}}=\frac{6}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{7}{4}}=3-2\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{4}}=3-2\cdot\frac{\sqrt{7}}{2}=3-2\cdot\frac{\sqrt{7}}{2}=3-\sqrt{7}.$$

Odgovor je pod A.

**Vježba 431**

Kolika je vrijednost izraza $\left(\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}\right)^2$?

$A.\ 3-\sqrt{7} \qquad B.\ \sqrt{7}-\sqrt{3} \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 2$

**Rezultat:** A.



**Zadatak 432 (4B, TUPŠ)**

Nakon racionalizacije nazivnika izraz $\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ jednak je:

$A.\ 1 \qquad B.\ \sqrt{3}+2 \qquad C.\ \sqrt{3} \qquad D.\ 3\cdot\sqrt{2}$

**Rješenje 432**

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad (a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2.$$

$$\frac{n}{1}=n \quad , \quad a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m}.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\left[\begin{array}{l}\text{racionalizacija}\\ \text{nazivnika}\end{array}\right]=\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\cdot\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{3}+2\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{4-3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{1}}{2-\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\begin{bmatrix}\text{racionalizacija}\\ \text{nazivnika}\end{bmatrix}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)}=\frac{2+\sqrt{3}}{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=$$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=\frac{2+\sqrt{3}}{1}=2+\sqrt{3}=\sqrt{3}+2.$$

Odgovor je pod B.

**Vježba 432**

Nakon racionalizacije nazivnika izraz $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ jednak je:

$A.\ 1 \qquad B.\ \sqrt{3}+2 \qquad C.\ \sqrt{3} \qquad D.\ 3\cdot\sqrt{2}$

**Rezultat:** B.

**Zadatak 433 (4B, TUPŠ)**

Ako je $A=(1-x)\cdot\left(1+x^2\right)$, $B=(1+x)\cdot\left(1+x^4\right)$, onda je vrijednost $A\cdot B-1$ za $\sqrt[4]{8}$ jednaka:

$A.\ -64 \qquad B.\ 7 \qquad C.\ 32 \qquad D.\ -11$

**Rješenje 433**

Ponovimo!

$a^1=a \quad , \quad \left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m} \quad , \quad (a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2 \quad , \quad \sqrt[n\cdot r]{a^{m\cdot r}}=\sqrt[n]{a^m}.$

$$A\cdot B-1=\begin{bmatrix}A=(1-x)\cdot\left(1+x^2\right)\\ \text{B}=(1+x)\cdot\left(1+x^4\right)\end{bmatrix}=(1-x)\cdot\left(1+x^2\right)\cdot(1+x)\cdot\left(1+x^4\right)-1=$$

$$=(1-x)\cdot(1+x)\cdot\left(1+x^2\right)\cdot\left(1+x^4\right)-1=\left(1-x^2\right)\cdot\left(1+x^2\right)\cdot\left(1+x^4\right)-1=$$

$$=\left(1-\left(x^2\right)^2\right)\cdot\left(1+x^4\right)-1=\left(1-x^4\right)\cdot\left(1+x^4\right)-1=1-\left(x^4\right)^2-1=1-x^8-1=$$

$$=1-x^8-1=-x^8=\left[x=\sqrt[4]{8}\right]=-\left(\sqrt[4]{8}\right)^8=-\left(\sqrt[4]{8}\right)^8=-8^2=-64.$$

Odgovor je pod A.

**Vježba 433**

Ako je $A=(1+x)\cdot\left(1+x^2\right)$, $B=(1-x)\cdot\left(1+x^4\right)$, onda je vrijednost $A\cdot B-1$ za $\sqrt[4]{8}$ jednaka:

$A.\ -64 \qquad B.\ 7 \qquad C.\ 32 \qquad D.\ -11$

**Rezultat:** A.

**Zadatak 434 (4B, TUPŠ)**

Praćenjem vodostaja rijeke primijećeno je da je u posljednjih pet mjeseci svakog prvog u mjesecu vodostaj bio izražen cijelim brojem metara, ali svaki mjesec drugim brojem te da je umnožak tih pet brojeva jednak broju 12. Koliki su bili vodostaji?

**Rješenje 434**

Ponovimo!

Vodostaj je visina vode u moru, rijeci ili jezeru. Visina vode se obično izražava u centimetrima, a mjeri se uglavnom pomoću vodomjerne letve.
Cijeli brojevi jesu brojevi:

$$..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...$$

Oni čine skup cijelih brojeva koji označavamo slovom Z, a zapisujemo kao

$$Z = \{ ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... \} \qquad \text{ili} \qquad Z = \{ 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ... \}.$$

Prosti brojevi (prim – brojevi) su prirodni brojevi djeljivi bez ostatka samo s brojem 1 i sami sa sobom, a veći od broja 1.


Broj 12 rastavimo na proste faktore, ali uporabit ćemo i broj 1.

$$12 = 1 \cdot 12 = 1 \cdot 2 \cdot 6 = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Budući da mora biti pet cijelih brojeva, a vodostaj može biti izražen i negativnim brojevima, vrijedi:

$$-2 \ m, -1 \ m, 1 \ m, 2 \ m, 3 \ m$$

**Vježba 434**

Odmor!

**Rezultat:** …

**Zadatak 435 (Lovro, srednja škola)**

Zadani su razlomci $\frac{35}{396}$ i $\frac{28}{297}$. Nađite najmanji razlomak koji je djeljiv sa zadanim razlomcima (kvocijent je prirodan broj).

**Rješenje 435**

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{n}{1} = n.$$

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo

$$N = \{ 1, 2, 3, 4, 5, ... , n-1, n, n+1, ... \}.$$

Prosti brojevi (prim – brojevi) su prirodni brojevi djeljivi bez ostatka samo s brojem 1 i sami sa sobom, a veći od broja 1.
Prirodni brojevi koji su veći od broja 1, a nisu prosti brojevi nazivaju se složenim brojevima. Složen broj je prirodan broj veći od jedan koji je djeljiv brojem 1, samim sobom i barem još jednim brojem. Svaki se složeni broj može rastaviti na proste faktore.
Broj b je višekratnik prirodnog broja a ako postoji takav prirodan broj k da vrijedi

$$b = k \cdot a.$$

Višekratnici prirodnog broja su svi brojevi koji su djeljivi s tim brojem. Prirodni broj ima beskonačno višekratnika. Zajednički višekratnici dvaju ili više brojeva su brojevi koji su djeljivi sa svim zadanim brojevima. Najmanji zajednički višekratnik prirodnih brojeva a i b (oznaka v(a, b)) je najmanji prirodni broj koji je djeljiv sa svakim od tih brojeva.
Najveća zajednička mjera (najveći zajednički djelitelj) prirodnih brojeva a, b, ... je najveći broj koji dijeli sve te brojeve. Oznaka je M(a, b, ...).
Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Traženi razlomak imat će:

- brojnik koji je najmanji zajednički višekratnik brojeva 35 i 28
- nazivnik koji je najveća zajednička mjera brojeva 396 i 297.

Računamo najmanji zajednički višekratnik brojeva 35 i 28.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 35 | 28 | 2 | dijelimo s 2 |
| 35 | 14 | 2 | dijelimo s 2 |
| 35 | 7 | 5 | dijelimo s 5 |
| 7 | 7 | 7 | dijelimo sa 7 |
| 1 | 1 | | |

$$v(35, 28) = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$$

Računamo najveću zajedničku mjeru brojeva 396 i 297.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 396 | 297 | 3 | dijelimo s 3 |
| 132 | 99 | 3 | dijelimo s 3 |
| 44 | 33 | 11 | dijelimo s 11 |
| 4 | 3 | | |

$$M(396, 297) = 3 \cdot 3 \cdot 11 = 99.$$

Traženi razlomak glasi:

$$\frac{140}{99}.$$

Provjera!

$$\frac{140}{99} : \frac{35}{396} = \frac{140}{99} \cdot \frac{396}{35} = \frac{140}{99} \cdot \frac{396}{35} = \frac{4}{1} \cdot \frac{4}{1} = \frac{16}{1} = 16.$$

$$\frac{140}{99} : \frac{28}{297} = \frac{140}{99} \cdot \frac{297}{28} = \frac{140}{99} \cdot \frac{297}{28} = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{15}{1} = 15.$$

**Vježba 435**

Odmor!

**Rezultat:** …



**Zadatak 436 (Tonka, maturantica)**

Poredajte od najmanjega prema najvećemu brojeve $x, \frac{1}{x}, \sqrt{x}$ za sve $x \in \left\langle \frac{1}{2}, 1 \right\rangle$.

**Rješenje 436**

Ponovimo!

$$x \in \langle a, b \rangle \Rightarrow a < x < b \ , \ a < b \ , \ a, b \in R.$$

Iz intervala $\left\langle \frac{1}{2}, 1 \right\rangle$ uzmemo, na primjer, x = 0.8 pa dobijemo:

$$\left.\begin{matrix} x \\ \frac{1}{x} \\ \sqrt{x} \end{matrix}\right\} \Rightarrow [x = 0.8] \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 0.8 \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{0.8} \\ \sqrt{x} = \sqrt{0.8} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 0.8000 \\ \frac{1}{x} = 1.2500 \\ \sqrt{x} = 0.8944 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x < \sqrt{x} < \frac{1}{x} \Rightarrow x, \sqrt{x}, \frac{1}{x}.$$

**Vježba 436**

Odmor!

**Rezultat:** …

**Zadatak 437 (Viki, srednja škola)**

Neka su x i y realni brojevi. Najmanja vrijednost koju može imati izraz $x^2 + y^2 - 6 \cdot x + 4 \cdot y + 24$ iznosi:

$A.\ 11 \qquad B.\ -11 \qquad C.\ 8 \qquad D.\ 9 \qquad E.\ 10$

**Rješenje 437**

Ponovimo!

$$a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a-b)^2 \quad , \quad a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a+b)^2 \quad , \quad a^2 \ge 0 \; , \; a \in R.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Preoblikujemo zadani izraz.

$$z(x,\ y) = x^2 + y^2 - 6 \cdot x + 4 \cdot y + 24 \;\Rightarrow\; z(x,\ y) = x^2 - 6 \cdot x + 9 + y^2 + 4 \cdot y + 4 + 11 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; z(x,\ y) = \left(x^2 - 6 \cdot x + 9\right) + \left(y^2 + 4 \cdot y + 4\right) + 11 \;\Rightarrow\; z(x,\ y) = (x-3)^2 + (y+2)^2 + 11.$$

Najmanju vrijednost izraz može imati za

$$\left.\begin{array}{l} x-3=0 \\ y+2=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=3 \\ y=-2 \end{array}\right\}$$

i ona iznosi:

$$z(x,\ y) = (x-3)^2 + (y+2)^2 + 11 \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} x=3 \\ y=-2 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; z(3,\ -2) = (3-3)^2 + (-2+2)^2 + 11 \;\Rightarrow\; z(3,\ -2) = 11.$$

Odgovor je pod A.

**Vježba 437**

Neka su x i y realni brojevi. Najmanja vrijednost koju može imati izraz $x^2 + y^2 - 6 \cdot x + 4 \cdot y + 20$ iznosi:

$$A.\ 7 \qquad B.\ -7 \qquad C.\ 6 \qquad D.\ -6 \qquad E.\ 8$$

**Rezultat:** A.



**Zadatak 438 (Iva, maturantica)**

Podatci o visini i broju učenika nekog razreda navedeni su u tablici.

| Visina | Broj učenika |
|---|---|
| 172 cm | 5 |
| 176 cm | 3 |
| 178 cm | 10 |

Nakon što su u taj razred upisana još 2 učenika iste visine, prosječna visina učenika u tome razredu je 177 cm. Kolika je visina novoupisanih učenika?

$$A.\ 177\ cm \qquad B.\ 180\ cm \qquad C.\ 183\ cm \qquad D.\ 186\ cm$$

**Rješenje 438**

Ponovimo!

Neka je dan skup n pozitivnih brojeva $\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ ,\ a_n\}$. Tada je aritmetička sredina ili prosjek $A_n$ brojeva $a_1$, $a_2$, $a_3$, … , $a_n$ definirana izrazom

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ \ldots\ + a_n}{n}.$$

Ako su $a_1$, $a_2$, $a_3$, … , $a_n$ veličine čiji se prosjek traži i imamo

$f_1$ veličine $a_1$
$f_2$ veličine $a_2$
……………..
$f_n$ veličine $a_n$,

tada je prosječna vrijednost vagana (ponderirana) aritmetička sredina:

$$A_n = \frac{f_1 \cdot a_1 + f_2 \cdot a_2 + f_3 \cdot a_3 + \ \ldots\ + f_n \cdot a_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \ \ldots\ + f_n}.$$

| Visina | Broj učenika |
|---|---|
| 172 cm | 5 |
| 176 cm | 3 |
| 178 cm | 10 |
| **x cm** | **2** |

Neka je x visina novoupisanih učenika. Tada je broj učenika u razredu jednak 20.

$$5+3+10+2=20.$$

Računamo visinu novoupisanih učenika.

$$\frac{172\cdot 5+176\cdot 3+178\cdot 10+2\cdot x}{5+3+10+2}=177\ \Rightarrow\ \frac{860+528+1780+2\cdot x}{20}=177\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \frac{3168+2\cdot x}{20}=177\ \Rightarrow\ \frac{3168+2\cdot x}{20}=177\ /\cdot 20\ \Rightarrow\ 3168+2\cdot x=3540\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot x=3540-3168\ \Rightarrow\ 2\cdot x=372\ \Rightarrow\ 2\cdot x=372\ /:2\ \Rightarrow\ x=186\ cm.$$

Odgovor je pod D.

**Vježba 438**

Odmor!

**Rezultat:** …

**Zadatak 439 (Katarina, maturantica)**

Koliki je koeficijent uz x u izrazu $2\cdot(3\cdot x-1)^2-5\cdot(2\cdot x+1)$ sređenome do kraja?

$A.\ -34$ $B.\ -22$ $C.\ -10$ $D.\ -4$

**Rješenje 439**

Ponovimo!

$$(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n\quad,\quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$2\cdot(3\cdot x-1)^2-5\cdot(2\cdot x+1)=2\cdot\left(9\cdot x^2-6\cdot x+1\right)-5\cdot(2\cdot x+1)=$$

$$=18\cdot x^2-12\cdot x+2-10\cdot x-5=18\cdot x^2-22\cdot x-3=18\cdot x^2-22\cdot x-3.$$

Odgovor je pod B.

**Vježba 439**

Koliki je koeficijent uz $x^2$ u izrazu $2\cdot(3\cdot x-1)^2-5\cdot(2\cdot x+1)$ sređenome do kraja?

$A.\ -18$ $B.\ 18$ $C.\ 10$ $D.\ 4$

**Rezultat:** B.

**Zadatak 440 (Katarina, maturantica)**

Odredite koeficijent uz $a^2\cdot b^2\cdot c$ u sređenome raspisu izraza $(a\cdot b+c)\cdot(c+a\cdot b)\cdot(b\cdot a+c)$.

**Rješenje 440**

Ponovimo!

$$a^1=a\quad,\quad a^n\cdot a^m=a^{n+m}\quad,\quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

$$(a+b)^3=a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3.$$

$$(a\cdot b+c)\cdot(c+a\cdot b)\cdot(b\cdot a+c)=(a\cdot b+c)\cdot(a\cdot b+c)\cdot(a\cdot b+c)=(a\cdot b+c)^3=$$

$$=(a\cdot b)^3+3\cdot(a\cdot b)^2\cdot c+3\cdot a\cdot b\cdot c^2+c^3=a^3\cdot b^3+3\cdot a^2\cdot b^2\cdot c+3\cdot a\cdot b\cdot c^2+c^3=$$

$$=a^{3}\cdot b^{3}+3\cdot a^{2}\cdot b^{2}\cdot c+3\cdot a\cdot b\cdot c^{2}+c^{3}.$$

Koeficijent uz $a^{2}\cdot b^{2}\cdot c$ je 3.

**Vježba 440**

Odredite koeficijent uz $a\cdot b\cdot c^{2}$ u sređenome raspisu izraza $(a\cdot b+c)\cdot(c+a\cdot b)\cdot(b\cdot a+c)$.

**Rezultat:** 3.