Zadatak 421 (Miroslav, gimnazija)

Prosjek starosti 11 igrača u nekoj nogometnoj momčadi je 22 godine. Za vrijeme igre jedan igrač, zbog povrede, načas napusti teren pa je prosjek godina igrača koji ostanu u igri 21 godina. Koliko godina ima igrač koji je napustio igru?

Rješenje 421

Ponovimo!

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo

$$N = \left\{ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots\ ,\ n-1,\ n,\ n+1,\ \ldots \right\}.$$

Neka je dan skup n pozitivnih brojeva $\left\{ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots\ ,\ a_n \right\}$. Tada je aritmetička sredina A_n brojeva $a_1, a_2, a_3, \ldots , a_n$ definirana izrazom

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ \ldots\ + a_n}{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a?

$$b = a + n \quad , \quad b - n = a \quad , \quad b - a = n.$$

1.inačica

Neka je n zbroj godina starosti svih 11 igrača. Tada je

$$\frac{n}{11} = 22 \ \Rightarrow\ \frac{n}{11} = 22 \ /\cdot 11 \ \Rightarrow\ n = 242.$$

Neka je x broj godina igrača koji je napustio igru. Vrijedi jednadžba:

$$\frac{242 - x}{10} = 21 \ \Rightarrow\ \frac{242 - x}{10} = 21 \ /\cdot 10 \ \Rightarrow\ 242 - x = 210 \ \Rightarrow\ -x = 210 - 242 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -x = -32 \ \Rightarrow\ -x = -32 \ /\cdot (-1) \ \Rightarrow\ x = 32.$$

2.inačica

Prosjek starosti u momčadi, sa svim igračima, je 22 godine. Budući da se prosjek godina starosti, igrača ostalih u igri, smanji za 1 godinu (22 – 21), znači da se ukupan zbroj godina smanjio za još 10 godina. Ukupan zbroj godina smanjio se za 32 godine.

$$22 + 10 = 32.$$

Igrač koji je napustio igru ima 32 godine.

3.inačica

Zbroj godina starosti svih 11 igrača iznosi

$$22 \cdot 11 = 242.$$

Neka je x broj godina igrača koji je napustio igru. Sada je prosjek godina starosti 21 godina, dakle, za 1 godinu manje od prijašnjeg prosjeka koji je iznosio 22 godine. Vrijedi jednadžba:

$$\frac{242}{11} = \frac{242 - x}{10} + 1 \ \Rightarrow\ \frac{242}{11} = \frac{242 - x}{10} + 1 \ /\cdot 110 \ \Rightarrow\ 2\,420 = 11 \cdot (242 - x) + 110 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\,420 = 2\,662 - 11 \cdot x + 110 \ \Rightarrow\ 11 \cdot x = 2\,662 + 110 - 2420 \ \Rightarrow\ 11 \cdot x = 352 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 11 \cdot x = 352 \ /: 11 \ \Rightarrow\ x = 32.$$

4.inačica

Stanete uz rub igrališta i kada igrač napusti teren ljubazno ga upitate za njegove godine. (Šala mala!)

Vježba 421

Prosjek starosti 11 igrača u nekoj nogometnoj momčadi je 23 godine. Za vrijeme igre jedan igrač, zbog povrede, načas napusti teren pa je prosjek godina igrača koji ostanu u igri 21 godina. Koliko godina ima igrač koji je napustio igru?

Rezultat: 43.

Zadatak 422 (Fox, gimnazija)

Uz koje uvjete je razlomak $\frac{a+1}{b+1}$ jednak razlomku $\frac{a-1}{b-1}$?

Rješenje 422

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\ \Rightarrow\ a\cdot d=b\cdot c.$$

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Rasprava

S nulom se ne može dijeliti. Zato moramo odbaciti vrijednost nepoznanice x za koju je nazivnik jednak nuli.

Najprije raspravimo!

Budući da se s nulom ne može dijeliti, nazivnici b + 1 i b – 1 moraju biti različiti od nule. Zato je:

$$\left.\begin{array}{l} b+1\neq 0\ \Rightarrow\ b\neq -1 \\ b-1\neq 0\ \Rightarrow\ b\neq 1\end{array}\right\}.$$

Dalje slijedi:

$$\frac{a+1}{b+1}=\frac{a-1}{b-1}\ \Rightarrow\ \frac{a+1}{b+1}=\frac{a-1}{b-1}\ /\cdot(b+1)\cdot(b-1)\ \Rightarrow\ (a+1)\cdot(b-1)=(a-1)\cdot(b+1)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ a\cdot b-a+b-1=a\cdot b+a-b-1\ \Rightarrow\ a\cdot b-a+b-1=a\cdot b+a-b-1\ \Rightarrow\ -a+b=a-b\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -a-a=-b-b\ \Rightarrow\ -2\cdot a=-2\cdot b\ \Rightarrow\ -2\cdot a=-2\cdot b\ /:(-2)\ \Rightarrow\ a=b.$$

Također mora biti $a\neq -1$ i $a\neq 1$.

Vježba 422

Uz koje uvjete je razlomak $\frac{a+2}{b+2}$ jednak razlomku $\frac{a-2}{b-2}$?

Rezultat: $a=b\ ,\ a\neq -2\ ,\ a\neq 2.$

Zadatak 423 (Sandra, gimnazija)

Odredi cijele brojeve x i y za koje vrijedi jednakost $\frac{5}{x}=\frac{y}{3}$.

Rješenje 423

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\ \Rightarrow\ a\cdot d=b\cdot c.$$

Cijeli brojevi jesu brojevi:

$$\ldots,\ -5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$$

Oni čine skup cijelih brojeva koji označavamo slovom Z, a zapisujemo kao

$$Z=\{\ldots,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots\}\qquad \text{ili}\qquad Z=\{0,\ 1,\ -1,\ 2,\ -2,\ 3,\ -3,\ \ldots\}.$$

$$\frac{5}{x}=\frac{y}{3}\ \Rightarrow\ \frac{5}{x}=\frac{y}{3}\ /\cdot 3\cdot x\ \Rightarrow\ 15=x\cdot y\ \Rightarrow\ x\cdot y=15.$$

Budući da x i y moraju biti cijeli brojevi, postoje ova rješenja:

- $x\cdot y=15\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l}x=-1\\ y=-15\end{array}\right\}$
- $x\cdot y=15\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l}x=-3\\ y=-5\end{array}\right\}$

- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} x = -5 \\ y = -3 \end{matrix}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} x = -15 \\ y = -1 \end{matrix}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} x = 1 \\ y = 15 \end{matrix}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} x = 3 \\ y = 5 \end{matrix}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} x = 5 \\ y = 3 \end{matrix}\right\}$
- $x \cdot y = 15 \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} x = 15 \\ y = 1 \end{matrix}\right\}.$

Vježba 423

Odredi cijele brojeve x i y za koje vrijedi jednakost $\frac{x}{2} = \frac{1}{y}$.

Rezultat: $\left.\begin{matrix} x = 1 \\ y = 2 \end{matrix}\right\}, \left.\begin{matrix} x = 2 \\ y = 1 \end{matrix}\right\}, \left.\begin{matrix} x = -1 \\ y = -2 \end{matrix}\right\}, \left.\begin{matrix} x = -2 \\ y = -1 \end{matrix}\right\}.$

Zadatak 424 (Fox, gimnazija)

Što je veće: $\sqrt{1993 \cdot 1995}$ ili 1994?

Rješenje 424

Ponovimo!

$$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2 \quad , \quad \sqrt{a^2} = a \;,\; a \ge 0 \quad , \quad \sqrt{a-1} < \sqrt{a}.$$

Preoblikujemo umnožak pod korijenom u razliku kvadrata.

$$\sqrt{1993 \cdot 1995} = \sqrt{(1994-1)\cdot(1994+1)} = \sqrt{1994^2 - 1} < \sqrt{1994^2} = 1994.$$

Vrijedi:

$$\sqrt{1993 \cdot 1995} < 1994.$$

Vježba 424

Što je veće: $\sqrt{2016 \cdot 2018}$ ili 2017?

Rezultat: $\sqrt{2016 \cdot 2018} < 2017.$

Zadatak 425 (Lana, gimnazija)

Dokažite da je $\frac{a+b}{a-b}$ iracionalan broj, ako je $a > 0$ i $b > 0$ i $a^2 + b^2 = 6 \cdot a \cdot b$.

Rješenje 425

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad , \quad (a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

Iracionalni brojevi su brojevi koje ne možemo zapisati u obliku razlomaka. Skup iracionalnih brojeva označavamo slovom I. Algebarski iracionalni brojevi su:

$$\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{7},\ \ldots$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Neka je

$$x=\frac{a+b}{a-b}.$$

Dalje slijedi:

$$x=\frac{a+b}{a-b}\ \Rightarrow\ \left[\begin{array}{c}\text{kvadriramo}\\ \text{jednakost}\end{array}\right]\Rightarrow\ x=\frac{a+b}{a-b}\ /^{2}\ \Rightarrow\ x^{2}=\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^{2}\ \Rightarrow\ x^{2}=\frac{(a+b)^{2}}{(a-b)^{2}}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x^{2}=\frac{a^{2}+2\cdot a\cdot b+b^{2}}{a^{2}-2\cdot a\cdot b+b^{2}}\ \Rightarrow\ \left[\begin{array}{c}\text{uvjet}\\ a^{2}+b^{2}=6\cdot a\cdot b\end{array}\right]\Rightarrow\ x^{2}=\frac{6\cdot a\cdot b+2\cdot a\cdot b}{6\cdot a\cdot b-2\cdot a\cdot b}\ \Rightarrow\ x^{2}=\frac{8\cdot a\cdot b}{4\cdot a\cdot b}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x^{2}=\frac{8\cdot a\cdot b}{4\cdot a\cdot b}\ \Rightarrow\ x^{2}=2\ \Rightarrow\ x^{2}=2\ /\sqrt{\ }\ \Rightarrow\ x=\sqrt{2}\ \Rightarrow\ \frac{a+b}{a-b}=\sqrt{2}\in I.$$

Vježba 425

Dokažite da je $\frac{a+b}{a-b}$ iracionalan broj, ako je $a>0$ i $b>0$ i $a^{2}+b^{2}-6\cdot a\cdot b=0.$

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 426 (Dora, gimnazija)

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $10101\cdot\left(\frac{5}{111111}+\frac{5}{222\,222}-\frac{4}{3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37}\right).$

Rješenje 426

Ponovimo!

$$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}\quad ,\quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}\quad ,\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad ,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

$$10101\cdot\left(\frac{5}{111111}+\frac{5}{222\,222}-\frac{4}{3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37}\right)=\frac{50\,505}{111111}+\frac{50\,505}{222\,222}-\frac{40\,404}{3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37}=$$

$$=\frac{50\,505}{111111}+\frac{50\,505}{222\,222}-\frac{40\,404}{111111}=\left[\begin{array}{c}\text{svaki razlomak}\\ \text{kratimo sa }10101\end{array}\right]=\frac{5}{11}+\frac{5}{22}-\frac{4}{3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37}=$$

$$=\frac{5}{11}+\frac{5}{22}-\frac{4}{11}=\frac{10+5-8}{22}=\frac{7}{22}.$$

Vježba 426

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $10101\cdot\left(\frac{5}{111111}+\frac{2.5}{111111}-\frac{4}{3\cdot 7\cdot 11\cdot 13\cdot 37}\right).$

Rezultat: $\frac{7}{22}.$

Zadatak 427 (Dora, gimnazija)

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\frac{254\cdot 399-145}{254+399\cdot 253}.$

Rješenje 427

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{254\cdot 399-145}{254+399\cdot 253}=\frac{254\cdot 399-399+399-145}{254+399\cdot 253}=\frac{254\cdot 399-399+(399-145)}{254+399\cdot 253}=$$

$$=\frac{254\cdot 399-399+254}{254+399\cdot 253}=\frac{253\cdot 399+254}{254+399\cdot 253}=\frac{254+399\cdot 253}{254+399\cdot 253}=\frac{254+399\cdot 253}{254+399\cdot 253}=1.$$

Vježba 427

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\frac{254+399\cdot 253}{254\cdot 399-145}.$

Rezultat: 1.

Zadatak 428 (Dora, gimnazija)

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\ ...\ \cdot\left(1-\frac{1}{81}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right).$

Rješenje 428

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Uočimo:

- $1-\frac{1}{4}=\frac{1}{1}-\frac{1}{4}=\frac{4-1}{4}=\frac{2^2-1}{2^2}=\frac{2-1}{2}\cdot\frac{2+1}{2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}$
- $1-\frac{1}{9}=\frac{1}{1}-\frac{1}{9}=\frac{9-1}{9}=\frac{3^2-1}{3^2}=\frac{3-1}{3}\cdot\frac{3+1}{3}=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}$
- $1-\frac{1}{16}=\frac{1}{1}-\frac{1}{16}=\frac{16-1}{16}=\frac{4^2-1}{4^2}=\frac{4-1}{4}\cdot\frac{4+1}{4}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{4}$
- $1-\frac{1}{25}=\frac{1}{1}-\frac{1}{25}=\frac{25-1}{25}=\frac{5^2-1}{5^2}=\frac{5-1}{5}\cdot\frac{5+1}{5}=\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}$
- $1-\frac{1}{36}=\frac{1}{1}-\frac{1}{36}=\frac{36-1}{36}=\frac{6^2-1}{6^2}=\frac{6-1}{6}\cdot\frac{6+1}{6}=\frac{5}{6}\cdot\frac{7}{6}$

- $1-\frac{1}{49}=\frac{1}{1}-\frac{1}{49}=\frac{49-1}{49}=\frac{7^2-1}{7^2}=\frac{7-1}{7}\cdot\frac{7+1}{7}=\frac{6}{7}\cdot\frac{8}{7}$
- $1-\frac{1}{64}=\frac{1}{1}-\frac{1}{64}=\frac{64-1}{64}=\frac{8^2-1}{8^2}=\frac{8-1}{8}\cdot\frac{8+1}{8}=\frac{7}{8}\cdot\frac{9}{8}$
- $1-\frac{1}{81}=\frac{1}{1}-\frac{1}{81}=\frac{81-1}{81}=\frac{9^2-1}{9^2}=\frac{9-1}{9}\cdot\frac{9+1}{9}=\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{9}$
- $1-\frac{1}{100}=\frac{1}{1}-\frac{1}{100}=\frac{100-1}{100}=\frac{10^2-1}{10^2}=\frac{10-1}{10}\cdot\frac{10+1}{10}=\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{10}.$

Općenito!

$$1-\frac{1}{n^2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{n^2}=\frac{n^2-1}{n^2}=\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n+1}{n}.$$

Sada je:

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{81}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{10}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\ldots\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{10}{9}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{11}{10}=\frac{1}{2}\cdot\frac{11}{10}=\frac{11}{20}.$$

Vježba 428

Izračunajte na najlakši mogući način (bez računala): $\frac{20}{11}\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{81}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right).$

Rezultat: 1.

Zadatak 429 (Petra, medicinska škola)

Pojednostavnite brojevni izraz: $\frac{1}{2}\cdot\sqrt{20}+\sqrt{80}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{45}.$

Rješenje 429

Ponovimo!

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\quad,\quad\sqrt{a^2}=a\ ,\ a\geq 0.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Brojeve 20, 80 i 45 prikažemo u obliku umnoška dvaju faktora od kojih je jedan kvadrat prirodnog broja.

$$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{20}+\sqrt{80}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{45}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4\cdot 5}+\sqrt{16\cdot 5}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{9\cdot 5}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{4}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{16}\cdot\sqrt{5}+\frac{1}{3}\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{5}+4\cdot\sqrt{5}+\frac{1}{3}\cdot 3\cdot\sqrt{5}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{5}+4\cdot\sqrt{5}+\frac{1}{3}\cdot 3\cdot\sqrt{5}=\sqrt{5}+4\cdot\sqrt{5}+\sqrt{5}=6\cdot\sqrt{5}.$$

Vježba 429

Pojednostavnite brojevni izraz: $\sqrt{20}+\sqrt{80}+\sqrt{45}.$

Rezultat: $9\cdot\sqrt{5}.$

Zadatak 430 (4B, TUPŠ)

Nakon djelomičnog korjenovanja i obavljenih računskih operacija izraz $\frac{\left(\sqrt{50}+\sqrt{32}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)}{\sqrt{2}}$ daje:

$A.\ 24\cdot\sqrt{2} \qquad B.\ 21\cdot\sqrt{2} \qquad C.\ 42 \qquad D.\ 21$

Rješenje 430

Ponovimo!

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \quad , \quad \frac{n}{1}=n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$\frac{\left(\sqrt{50}+\sqrt{32}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)}{\sqrt{2}}=\begin{bmatrix}\text{djelomično}\\ \text{korjenovanje}\end{bmatrix}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{25\cdot 2}+\sqrt{16\cdot 2}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{4\cdot 2}\right)}{\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{25}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{\left(5\cdot\sqrt{2}+4\cdot\sqrt{2}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{2}+2\cdot\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}}=\frac{7\cdot\sqrt{2}\cdot 3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{7\cdot\sqrt{2}\cdot 3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=$$

$$=\frac{7\cdot\sqrt{2}\cdot 3}{1}=\frac{21\cdot\sqrt{2}}{1}=21\cdot\sqrt{2}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 430

Nakon djelomičnog korjenovanja i obavljenih računskih operacija izraz $\frac{\left(\sqrt{50}+\sqrt{32}-2\cdot\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{50}-\sqrt{8}\right)}{\sqrt{2}}$ daje:

$A.\ 24\cdot\sqrt{2} \qquad B.\ 21\cdot\sqrt{2} \qquad C.\ 42 \qquad D.\ 21$

Rezultat: B.

Zadatak 431 (4B, TUPŠ)

Kolika je vrijednost izraza $\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}-\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}\right)^2$?

$A.\ 3-\sqrt{7} \qquad B.\ \sqrt{7}-\sqrt{3} \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 2$

Rješenje 431

Ponovimo!

$$(a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b}.$$

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad (a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2 \quad , \quad \sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \;,\; n\neq 0 \;,\; n\neq 1.$$

$$\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}-\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}\right)^2-2\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}\cdot\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}+\left(\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}\right)^2=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+3}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{2}}{2}}+\frac{3-\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}+3}{2}+\frac{3-\sqrt{2}}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{3+\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{2}}{2}}=$$

$$=\frac{\sqrt{2}+3+3-\sqrt{2}}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{\left(3+\sqrt{2}\right)\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)}{4}}=\frac{\sqrt{2}+3+3-\sqrt{2}}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}{4}}=$$

$$=\frac{6}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{9-2}{4}}=\frac{6}{2}-2\cdot\sqrt{\frac{7}{4}}=3-2\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{4}}=3-2\cdot\frac{\sqrt{7}}{2}=3-2\cdot\frac{\sqrt{7}}{2}=3-\sqrt{7}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 431

Kolika je vrijednost izraza $\left(\sqrt{\frac{3-\sqrt{2}}{2}}-\sqrt{\frac{\sqrt{2}+3}{2}}\right)^2$?

$A.\; 3-\sqrt{7} \qquad B.\; \sqrt{7}-\sqrt{3} \qquad C.\; 1 \qquad D.\; 2$

Rezultat: A.

Zadatak 432 (4B, TUPŠ)

Nakon racionalizacije nazivnika izraz $\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ jednak je:

$A.\; 1 \qquad B.\; \sqrt{3}+2 \qquad C.\; \sqrt{3} \qquad D.\; 3\cdot\sqrt{2}$

Rješenje 432

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a \quad , \quad (a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2.$$

$$\frac{n}{1}=n \quad , \quad a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m}.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n} \;,\; n\neq 0 \;,\; n\neq 1.$$

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\left[\begin{array}{l}\text{racionalizacija}\\ \text{nazivnika}\end{array}\right]=\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\cdot\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{3}+2\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{4-3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{1}}{2-\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\left[\begin{array}{l}\text{racionalizacija}\\ \text{nazivnika}\end{array}\right]=\frac{1}{2-\sqrt{3}}\cdot\frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)}=\frac{2+\sqrt{3}}{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=$$

$$=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=\frac{2+\sqrt{3}}{1}=2+\sqrt{3}=\sqrt{3}+2.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 432

Nakon racionalizacije nazivnika izraz $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ jednak je:

$A.\ 1 \qquad B.\ \sqrt{3}+2 \qquad C.\ \sqrt{3} \qquad D.\ 3\cdot\sqrt{2}$

Rezultat: B.