Zadatak 341 (Ana, gimnazija)

Izračunajte koliko je

$$\binom{100}{0}\cdot 2^{100}-\binom{100}{1}\cdot 2^{99}+\binom{100}{2}\cdot 2^{98}-\ldots+\binom{100}{98}\cdot 2^{2}-\binom{100}{99}\cdot 2^{1}+\binom{100}{100}.$$

Rješenje 341

Ponovimo!

$$a^{\circ}=1 \quad , \quad a^{1}=a.$$

Binomni poučak

Za svaki $a, b \in R$, $n \in N$ vrijedi

$$(a+b)^{n}=\binom{n}{0}\cdot a^{n}\cdot b^{0}+\binom{n}{1}\cdot a^{n-1}\cdot b^{1}+\ \ldots\ +\binom{n}{n-1}\cdot a^{1}\cdot b^{n-1}+\binom{n}{n}\cdot a^{0}\cdot b^{n}.$$

$$(a-b)^{n}=(a+(-b))^{n}=\binom{n}{0}\cdot a^{n}\cdot(-b)^{\circ}+\binom{n}{1}\cdot a^{n-1}\cdot(-b)^{1}+\ \ldots$$

$$\ldots\ +\binom{n}{n-1}\cdot a^{1}\cdot(-b)^{n-1}+\binom{n}{n}\cdot a^{0}\cdot(-b)^{n}.$$

$$\binom{100}{0}\cdot 2^{100}-\binom{100}{1}\cdot 2^{99}+\binom{100}{2}\cdot 2^{98}-\ldots+\binom{100}{98}\cdot 2^{2}-\binom{100}{99}\cdot 2^{1}+\binom{100}{100}=$$

$$=\binom{100}{0}\cdot 2^{100}\cdot(-1)^{\circ}+\binom{100}{1}\cdot 2^{99}\cdot(-1)^{1}+\binom{100}{2}\cdot 2^{98}\cdot(-1)^{2}+\ \ldots$$

$$\ldots+\binom{100}{98}\cdot 2^{2}\cdot(-1)^{98}+\binom{100}{99}\cdot 2^{1}\cdot(-1)^{99}+\binom{100}{100}\cdot 2^{\circ}\cdot(-1)^{100}=$$

$$=(2-1)^{100}=1^{100}=1.$$

Vježba 341

Izračunajte koliko je

$$\binom{50}{0}\cdot 2^{50}-\binom{50}{1}\cdot 2^{49}+\binom{50}{2}\cdot 2^{48}-\ldots+\binom{50}{48}\cdot 2^{2}-\binom{50}{49}\cdot 2^{1}+\binom{50}{50}.$$

Rezultat: 1.

Zadatak 342 (Bruno, hobist)

Odredi prirodan broj x tako da vrijedi jednakost $(x-1)\cdot(x+1)\cdot 2\cdot x=240.$

Rješenje 342

Ponovimo!

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo

$$N=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots\ ,\ n-1,\ n,\ n+1,\ \ldots\}.$$

Prethodnik prirodnog broja n, n ≠ 1, je prirodni broj n – 1.
Sljedbenik prirodnog broja n je prirodni broj n + 1.
Prosti brojevi (prim – brojevi) su prirodni brojevi djeljivi bez ostatka samo s brojem 1 i sami sa sobom, a veći od broja 1. Prirodni brojevi koji su veći od broja 1, a nisu prosti brojevi nazivaju se složenim brojevima. Složen broj je prirodan broj veći od jedan koji je djeljiv brojem 1, samim sobom i barem još jednim brojem. Svaki se složeni broj može rastaviti na proste faktore.

$$(x-1)\cdot(x+1)\cdot 2\cdot x=240 \Rightarrow (x-1)\cdot(x+1)\cdot 2\cdot x=240\ /:2 \Rightarrow (x-1)\cdot(x+1)\cdot x=120 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=120 \Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=2\cdot 60 \Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=2\cdot 2\cdot 30 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=2\cdot 2\cdot 2\cdot 15 \Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=2\cdot 2\cdot 2\cdot 15 \Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=(2\cdot 2)\cdot 5\cdot(2\cdot 3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)\cdot x\cdot(x+1)=4\cdot 5\cdot 6 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x-1=4 \\ x=5 \\ x+1=6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=4+1 \\ x=5 \\ x=6-1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=5 \\ x=5 \\ x=5 \end{array}\right\} \Rightarrow x=5.$$

Vježba 342

Odredi prirodan broj x tako da vrijedi jednakost $(x-1)\cdot(x+1)\cdot 2\cdot x=120.$

Rezultat: x = 4.

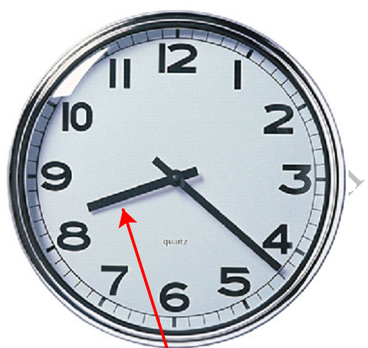
Zadatak 343 (Bruno, hobist)

Jedna ura kasni dnevno 1 minutu. Kada će ponovno pokazati točno vrijeme?

Rješenje 343

Ponovimo!

$$1\ dan = 24\ h \quad , \quad 1\ h = 60\ \min.$$



1 okretaj male (satne) kazaljke = 12 sati

Budući da ura na dan kasni 1 minutu, nakon 60 dana kasnit će 1 sat (60 min).
Tada će 12 sati kasniti za 720 dana.

$$12\cdot 60\ dana = 720\ dana.$$

Znači za 720 dana nakupi se 12 sati kašnjenja (jedan puni okretaj male kazaljke) pa će ura ponovno pokazati točno vrijeme za 720 dana.

Vježba 343

Jedna ura kasni dnevno 6 minuta. Kada će ponovno pokazati točno vrijeme?

Rezultat: 120 dana.

Zadatak 344 (Bruno, hobist)

Jedna ura na dan ide naprijed 20 sekundi, a druga kasni 15 sekundi na dan. Ako u određenom trenutku obje ure pokazuju točno vrijeme, kada će se to opet dogoditi?

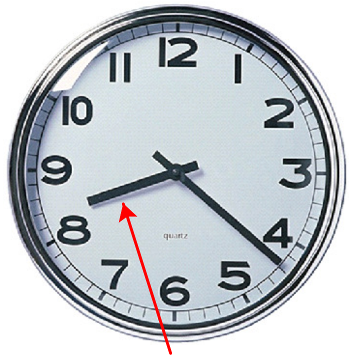
Rješenje 344

Ponovimo!

$$1\ dan = 24\ h \quad , \quad 1\ h = 60\ \min \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

+ 20 s

- 15 s



1 okretaj male (satne) kazaljke = 12 sati

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N i pišemo

$$N = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \dots,\ n-1,\ n,\ n+1,\ \dots\}.$$

Prosti brojevi (prim – brojevi) su prirodni brojevi djeljivi bez ostatka samo s brojem 1 i sami sa sobom, a veći od broja 1. Prost broj ima točno dva djelitelja. Prosti brojevi su: 2, 3, 5, 7 ... . Ima ih beskonačno mnogo.
Prirodni brojevi koji su veći od broja 1, a nisu prosti brojevi nazivaju se složenim brojevima. Složen broj je prirodan broj veći od jedan koji je djeljiv brojem 1, samim sobom i barem još jednim brojem. Složeni brojevi imaju više od dva djelitelja. Složeni brojevi su: 4, 6, 8, 10, … . Ima ih beskonačno mnogo. Broj 1 nije ni složen ni prost broj.
Svaki se složeni broj može rastaviti na proste faktore.
Višekratnici prirodnog broja su svi brojevi koji su djeljivi s tim brojem. Prirodni broj ima beskonačno višekratnika. Zajednički višekratnici dvaju ili više brojeva su brojevi koji su djeljivi s svim zadanim brojevima Najmanji zajednički višekratnik dvaju ili više brojeva je najmanji prirodni broj koji je djeljiv sa svim zadanim brojevima.
Prva ura na dan ide naprijed 20 sekundi pa će ići 1 sat naprijed nakon 180 dana.

$$3600 : 20 = 180.$$

Tada će 12 sati ići naprijed za 2160 dana.

$$12 \cdot 180\ dana = 2160\ dana.$$

Za 2160 dana nakupi se 12 sati žurenja (jedan puni okretaj male kazaljke) pa će ura ponovno pokazati točno vrijeme za 2160 dana.
Druga ura na dan kasni 15 sekundi pa će kasniti 1 sat nakon 240 dana.

$$3600 : 15 = 240.$$

Tada će 12 sati kasniti za 2880 dana.

$$12 \cdot 240\ dana = 2880\ dana.$$

Za 2880 dana nakupi se 12 sati kašnjenja (jedan puni okretaj male kazaljke) pa će ura ponovno pokazati točno vrijeme za 2880 dana.
Da bismo odredili trenutak kada će obje ure pokazati točno vrijeme moramo naći najmanji zajednički višekratnik brojeva 2160 i 2880. Zato ćemo rastaviti brojeve na proste faktore i odrediti najmanji zajednički višekratnik.

$$\begin{array}{r|l} 2160 = & 2 \cdot 1080 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 540 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 270 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 135 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 45 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 15 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \\ = & 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 2880 = & 2 \cdot 1440 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 720 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 360 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 180 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 90 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 45 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15 \\ = & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \\ = & 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5 \end{array}$$

$$v(2160,\ 2880) = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 5 \Rightarrow v(2160,\ 2880) = 8640.$$

Obje ure pokazat će točno vrijeme za 8640 dana.

Vježba 344

Jedna ura na dan ide naprijed 20 sekundi, a druga kasni 0.25 minuta na dan. Ako u određenom trenutku obje ure pokazuju točno vrijeme, kada će se to opet dogoditi?

Rezultat: 8640 dana.

Zadatak 345 (Antonio, srednja škola)

Koliko ima prirodnih brojeva a takvih da je $1 < \sqrt[3]{a} < 2$?

A. pet *B. šest* *C. sedam* *D. osam*

Rješenje 345

Ponovimo!

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a \quad , \quad a < b \Rightarrow a^3 < b^3.$$

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N i pišemo

$$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots, n-1, n, n+1, \ldots\}.$$

$$1 < \sqrt[3]{a} < 2 \Rightarrow 1 < \sqrt[3]{a} < 2 \; /^3 \Rightarrow 1^3 < \left(\sqrt[3]{a}\right)^3 < 2^3 \Rightarrow 1 < a < 8 \Rightarrow a \in \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

Ima šest prirodnih brojeva.
Odgovor je pod B.

Vježba 345

Koliko ima prirodnih brojeva a takvih da je $2 < \sqrt{a} < 3$?

A. tri *B. četiri* *C. pet* *D. dva*

Rezultat: B.

Zadatak 346 (Sandra, Viktorija, maturantice)

Zbroj aritmetičke i geometrijske sredine dvaju pozitivnih realnih brojeva jednak je 200. Kolika je aritmetička sredina drugih korijena tih brojeva?

Rješenje 346

Ponovimo!

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a+b)^2 \quad , \quad \sqrt{a^2} = a \; , \; a \geq 0 \quad , \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

Neka je dan skup n pozitivnih brojeva $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$. Tada je aritmetička sredina A_n brojeva $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ definirana izrazom

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}{n}.$$

Neka je dan skup n pozitivnih brojeva $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$. Tada je geometrijska sredina G_n brojeva $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ definirana izrazom

$$G_n = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \ldots \cdot a_n}.$$

Neka su a i b dva pozitivna realna broja. Tada je

- aritmetička sredina A brojeva a i b definirana izrazom

$$A = \frac{a+b}{2}$$

- geometrijska sredina G brojeva a i b definirana izrazom

$$G = \sqrt{a \cdot b}.$$

Promatrajmo pozitivne realne brojeve x i y. Prema uvjetu zadatka vrijedi:

$$\frac{x+y}{2} + \sqrt{x \cdot y} = 200 \Rightarrow \frac{x+y}{2} + \sqrt{x \cdot y} = 200 \ / \cdot 2 \Rightarrow x + y + 2 \cdot \sqrt{x \cdot y} = 400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 2 \cdot \sqrt{x \cdot y} + y = 400 \Rightarrow \left(\sqrt{x}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} + \left(\sqrt{y}\right)^2 = 400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2 = 400 \Rightarrow \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2 = 400 \ / \sqrt{\ } \Rightarrow \sqrt{\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2} = \sqrt{400} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} = 20 \Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} = 20 \ / \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2} = 10.$$

Vježba 346

Zbroj aritmetičke i geometrijske sredine dvaju pozitivnih realnih brojeva jednak je 450. Kolika je aritmetička sredina drugih korijena tih brojeva?

Rezultat: 15.

Zadatak 347 (Sandra, Viktorija, maturantice)

Ako je $(x-1) \cdot (x-3) = 5$, koliko je $(x-2)^2$?

Rješenje 347

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

$$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Množenje zagrada

$$(a+b) \cdot (c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

1.inačica

Preoblikujemo zadanu jednadžbu.

$$(x-1) \cdot (x-3) = 5 \Rightarrow x^2 - 3 \cdot x - x + 3 = 5 \Rightarrow x^2 - 4 \cdot x + 3 = 5 \Rightarrow x^2 - 4 \cdot x = 5 - 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 \cdot x = 2.$$

Dalje imamo:

$$(x-2)^2 = x^2 - 4 \cdot x + 4 \Rightarrow (x-2)^2 = \left(x^2 - 4 \cdot x\right) + 4 \Rightarrow (x-2)^2 = 2 + 4 \Rightarrow (x-2)^2 = 6.$$

2.inačica

Preoblikujemo zadanu jednadžbu.

$$(x-1) \cdot (x-3) = 5 \Rightarrow x^2 - 3 \cdot x - x + 3 = 5 \Rightarrow x^2 - 4 \cdot x + 3 = 5 \Rightarrow x^2 - 4 \cdot x + 4 - 1 = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(x^2 - 4 \cdot x + 4\right) - 1 = 5 \Rightarrow (x-2)^2 - 1 = 5 \Rightarrow (x-2)^2 = 5 + 1 \Rightarrow (x-2)^2 = 6.$$

3.inačica

Preoblikujemo zadanu jednadžbu.

$$(x-1) \cdot (x-3) = 5 \Rightarrow (x-2+1) \cdot (x-2-1) = 5 \Rightarrow \left((x-2)+1\right) \cdot \left((x-2)-1\right) = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 - 1 = 5 \Rightarrow (x-2)^2 = 5 + 1 \Rightarrow (x-2)^2 = 6.$$

4.inačica

$$(x-2)^2 = x^2 - 4\cdot x + 4 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{bmatrix} \Rightarrow (x-2)^2 = x^2 - x - 3\cdot x + 3 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = \left(x^2 - x\right) + (-3\cdot x + 3) + 1 \Rightarrow (x-2)^2 = x\cdot(x-1) - 3\cdot(x-1) + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = x\cdot(x-1) - 3\cdot(x-1) + 1 \Rightarrow (x-2)^2 = (x-1)\cdot(x-3) + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[(x-1)\cdot(x-3) = 5\right] \Rightarrow (x-2)^2 = 5 + 1 \Rightarrow (x-2)^2 = 6.$$

Vježba 347

Ako je $(x-1)\cdot(x-3) = 4$, koliko je $(x-2)^2$?

Rezultat: 5.

Zadatak 348 (Patrik, gimnazija)

Aritmetička sredina 6 različitih prirodnih brojeva je 6. Koju najveću moguću vrijednost može imati neki od tih brojeva?

A. 20 *B.* 21 *C.* 22 *D.* 23

Rješenje 348

Ponovimo!

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, n-1, n, n+1, \ldots\}.$$

Neka je dan skup n pozitivnih brojeva $\{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n\}$. Tada je aritmetička sredina A_n brojeva $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ definirana izrazom

$$A_n = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n}{n}.$$

Neka su a, b, c, d, e, f šest različitih prirodnih brojeva čija je aritmetička sredina jednaka 6.

$$\frac{a+b+c+d+e+f}{6} = 6 \Rightarrow \frac{a+b+c+d+e+f}{6} = 6 \;/\cdot 6 \Rightarrow a+b+c+d+e+f = 36.$$

Uzmemo li prvih pet najmanjih prirodnih brojeva šesti broj imat će najveću moguću vrijednost jer im je ukupan zbroj stalan i iznosi 36.

$$\left.\begin{matrix} a=1, \; b=2, \; c=3, \; d=4, \; e=5 \\ a+b+c+d+e+f = 36 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1+2+3+4+5+f = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f = 36-1-2-3-4-5 \Rightarrow f = 21.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 348

Aritmetička sredina 6 različitih prirodnih brojeva je 5. Koju najveću moguću vrijednost može imati neki od tih brojeva?

A. 13 *B.* 14 *C.* 15 *D.* 16

Rezultat: C.

Zadatak 349 (4A, 4B, TUPŠ)

Izračunajte: $\left(2.5 - \frac{15}{8} : \left(3\frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right)\right) : 0.5.$

A. $\frac{125}{31}$ *B.* $\frac{131}{32}$ *C.* $\frac{31}{125}$ *D.* $\frac{7}{8}$

Rješenje 349

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

Decimalni broj piše se u obliku decimalnog razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadska jedinica (10, 100, 1000, 10000, 100000, …) koja ima toliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka na decimalnom mjestu, tj. iza decimalne točke ili decimalnog zareza).
Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Kako mješoviti broj pretvoriti u razlomak?

$$a\frac{b}{c}=\frac{a\cdot c+b}{c}.$$

$$\left(2.5-\frac{15}{8}:\left(3\frac{3}{4}+\frac{1}{8}\right)\right):0.5=\left(\frac{25}{10}-\frac{15}{8}:\left(\frac{15}{4}+\frac{1}{8}\right)\right):\frac{5}{10}=\left(\frac{25}{10}-\frac{15}{8}:\frac{30+1}{8}\right):\frac{5}{10}=$$

$$=\left(\frac{5}{2}-\frac{15}{8}:\frac{31}{8}\right):\frac{1}{2}=\left(\frac{5}{2}-\frac{15}{8}\cdot\frac{8}{31}\right):\frac{1}{2}=\left(\frac{5}{2}-\frac{15}{8}\cdot\frac{8}{31}\right):\frac{1}{2}=\left(\frac{5}{2}-\frac{15}{1}\cdot\frac{1}{31}\right):\frac{1}{2}=$$

$$=\left(\frac{5}{2}-\frac{15}{31}\right):\frac{1}{2}=\frac{155-30}{62}\cdot\frac{2}{1}=\frac{125}{62}\cdot\frac{2}{1}=\frac{125}{62}\cdot\frac{2}{1}=\frac{125}{31}\cdot\frac{1}{1}=\frac{125}{31}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 349

Izračunajte: $\left(2\frac{1}{2}-1\frac{7}{8}:\left(3\frac{3}{4}+0.125\right)\right):0.5.$

$A.\ \frac{125}{31} \qquad B.\ \frac{131}{32} \qquad C.\ \frac{31}{125} \qquad D.\ \frac{7}{8}$

Rezultat: A.

Zadatak 350 (Nina, gimnazija)

Koliko je $5\cdot 2^{2016}+6\cdot 2^{2014}$?

$A.\ 11\cdot 2^{2015} \qquad B.\ 13\cdot 2^{2015} \qquad C.\ 3\cdot 2^{2017} \qquad D.\ 7\cdot 2^{2017}$

Rješenje 350

Ponovimo!

$$a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad a^1=a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$5\cdot 2^{2016}+6\cdot 2^{2014}=5\cdot 2^{2014}\cdot 2^2+6\cdot 2^{2014}=5\cdot 2^{2014}\cdot 2^2+6\cdot 2^{2014}=$$

$$=2^{2014}\cdot\left(5\cdot 2^2+6\right)=2^{2014}\cdot(5\cdot 4+6)=2^{2014}\cdot(20+6)=2^{2014}\cdot 26=$$

$$=2^{2014}\cdot 2\cdot 13=2^{2014}\cdot 2^1\cdot 13=2^{2015}\cdot 13=13\cdot 2^{2015}.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

$$5\cdot 2^{2016}+6\cdot 2^{2014}=5\cdot 2^{2015}\cdot 2^1+3\cdot 2\cdot 2^{2014}=5\cdot 2^{2015}\cdot 2+3\cdot 2^1\cdot 2^{2014}=$$

$$= 5 \cdot 2^{2015} \cdot 2 + 3 \cdot 2^{2015} = 5 \cdot 2^{2015} \cdot 2 + 3 \cdot 2^{2015} = 2^{2015} \cdot (5 \cdot 2 + 3) =$$

$$= 2^{2015} \cdot (10 + 3) = 2^{2015} \cdot 13 = 13 \cdot 2^{2015}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 350

Koliko je $5 \cdot 2^{2016} + 3 \cdot 2^{2015}$?

$A.\ 11 \cdot 2^{2015}$ $\quad B.\ 13 \cdot 2^{2015}$ $\quad C.\ 3 \cdot 2^{2017}$ $\quad D.\ 7 \cdot 2^{2017}$

Rezultat: B.

Zadatak 351 (4B – dm, TUPŠ)

Pakiranje A sadrži 8 paketića papirnatih maramica i košta 14 kn. Pakiranje B sadrži 20 istih paketića papirnatih maramica i košta 30 kn. Obitelj za tri dana potroši dva paketića papirnatih maramica. Koliko će kuna obitelj uštedjeti za 360 dana ako redovito kupuje pakiranja B papirnatih maramica umjesto pakiranja A?

$A.\ 60\ kn$ $\quad B.\ 90\ kn$ $\quad C.\ 120\ kn$ $\quad D.\ 150\ kn$

Rješenje 351

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b}, \quad n \neq 0, \quad n \neq 1.$$

Obitelj za tri dana potroši dva paketića papirnatih maramica, a za 360 dana potrošit će

$$\frac{360}{3} \cdot 2 = 240$$

paketića.

Pakiranje A sadrži 8 paketića papirnatih maramica i košta 14 kn pa će 240 paketića koštati

$$\frac{240}{8} \cdot 14\ kn = 420\ kn.$$

Pakiranje B sadrži 20 paketića papirnatih maramica i košta 30 kn pa će 240 paketića koštati

$$\frac{240}{20} \cdot 30\ kn = 360\ kn.$$

Ako obitelj redovito kupuje pakiranje B papirnatih maramica uštedjet će

$$420\ kn - 360\ kn = 60\ kn.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 351

Pakiranje A sadrži 8 paketića papirnatih maramica i košta 15 kn. Pakiranje B sadrži 20 istih paketića papirnatih maramica i košta 30 kn. Obitelj za tri dana potroši dva paketića papirnatih maramica. Koliko će kuna obitelj uštedjeti za 360 dana ako redovito kupuje pakiranja B papirnatih maramica umjesto pakiranja A?

$A.\ 60\ kn$ $\quad B.\ 90\ kn$ $\quad C.\ 120\ kn$ $\quad D.\ 150\ kn$

Rezultat: B.

Zadatak 352 (4B – dm, TUPŠ)

Nakon dobivene telefonske narudžbe osoblju restorana bile su potrebne 3 minute da pripreme lazanje, 12 minuta da ih ispeku te 2 minute da ih upakiraju i predaju dostavljaču. Kojom je prosječnom brzinom dostavljač vozio ako je za 30 minuta od telefonske narudžbe dostavio lazanje na adresu udaljenu 6 km od restorana?

$$A.\ 27.7\ \frac{km}{h} \qquad B.\ 33.3\ \frac{km}{h} \qquad C.\ 46.1\ \frac{km}{h} \qquad D.\ 51.6\ \frac{km}{h}$$

Rješenje 352

Ponovimo!

$$1\ h = 60\ \min \quad , \quad 1\ \min = \frac{1}{60}\ h \quad , \quad n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Prosječna brzina v je količnik prijeđenog puta s i proteklog vremena t.

$$v = \frac{s}{t}.$$

Utrošeno vrijeme za pripremu lazanja je 17 min.

$$\left.\begin{array}{r} 3\ \min\ \text{priprema lazanja} \\ 12\ \min\ \text{pečenje lazanja} \\ 2\ \min\ \text{pakiranje lazanja} \end{array}\right\} \Rightarrow 3\ \min + 12\ \min + 2\ \min = 17\ \min.$$

Dostavljaču je ostalo 13 min za dostavu lazanja na adresu udaljenu 6 km od restorana.

$$30\ \min - 17\ \min = 13\ \min.$$

Prosječna brzina dostavljača iznosi:

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow \begin{bmatrix} s = 6\ km \\ t = 13\ \min \end{bmatrix} \Rightarrow v = \frac{6\ km}{13\ \min} \Rightarrow v = \frac{\frac{6}{1}\ km}{\frac{13}{60}\ h} \Rightarrow v = \frac{360}{13}\ \frac{km}{h} \Rightarrow v = 27.7\ \frac{km}{h}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 352

Nakon dobivene telefonske narudžbe osoblju restorana bile su potrebne 3 minute da pripreme lazanje, 11 minuta da ih ispeku te 3 minute da ih upakiraju i predaju dostavljaču. Kojom je prosječnom brzinom dostavljač vozio ako je za 30 minuta od telefonske narudžbe dostavio lazanje na adresu udaljenu 6 km od restorana?

$$A.\ 27.7\ \frac{km}{h} \qquad B.\ 33.3\ \frac{km}{h} \qquad C.\ 46.1\ \frac{km}{h} \qquad D.\ 51.6\ \frac{km}{h}$$

Rezultat: A.

Zadatak 353 (Antonija, ekonomska škola)

Broj a jednak je 10. Kada se a umanji za 1 i potom kubira, dobije se broj b. Koliko iznosi trećina broja b?

$$A.\ 216 \qquad B.\ 243 \qquad C.\ 265 \qquad D.\ 291$$

Rješenje 353

Ponovimo!

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Neka je x traženi broj. Iz uvjeta zadatka dobije se:

$$x = \frac{1}{3} \cdot b \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot (a-1)^3 \Rightarrow [\ a = 10\ ] \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot (10-1)^3 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot 9^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot 729 \Rightarrow x = \frac{1}{3} \cdot 729 \Rightarrow x = 243.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 353

Broj a jednak je 7. Kada se a umanji za 1 i potom kubira, dobije se broj b. Koliko iznosi trećina broja b?

A. 72 *B.* 81 *C.* 90 *D.* 96

Rezultat: A.

Zadatak 354 (Max, gimnazija)

Ako za duljine stranica trokuta vrijedi a < b < c tada je $a < \frac{a+b+c}{3}$. Dokažite!

Rješenje 354

Ponovimo!

$$\left. \begin{matrix} a < b \\ c < d \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + c < b + d \quad , \quad a < b \ , \ c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$$

$$a < b < c \Rightarrow \left. \begin{matrix} a < b \\ a < c \\ a = a \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{zbrojimo} \\ \text{nejednakosti} \\ \text{i jednakost} \end{bmatrix} \Rightarrow a + a + a < b + c + a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 \cdot a < a + b + c \Rightarrow 3 \cdot a < a + b + c \ / \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow a < \frac{a+b+c}{3}.$$

Vježba 354

Ako za duljine stranica trokuta vrijedi a < b < c tada je $c > \frac{a+b+c}{3}$. Dokažite!

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 355 (Max, gimnazija)

Dokazati da je broj 1331 kub prirodnog broja.

Rješenje 355

Ponovimo!

$$a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3 = (a+b)^3 \quad , \quad a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a+b)^2.$$

$$1331 = 1000 + 300 + 30 + 1 = 1000 + 3 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1 =$$

$$= 10^3 + 3 \cdot 10^2 \cdot 1 + 3 \cdot 10 \cdot 1^2 + 1^3 = (10+1)^3 = 11^3.$$

Vježba 355

Dokazati da je broj 121 kvadrat prirodnog broja.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 356 (Max, gimnazija)

Dokažite da je broj $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ iracionalan.

Rješenje 356

Ponovimo!

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a.$$

Racionalan broj je broj koji se može predočiti kao razlomak s cjelobrojnim brojnikom i nazivnikom.
Zbroj, razlika, umnožak, količnik racionalnih brojeva je racionalan broj.
Skup racionalnih brojeva

$$Q=\left\{\frac{a}{b} : a\in Z \ , \ b\in N\right\}.$$

Iracionalni brojevi su oni brojevi koje ne možemo zapisati u obliku razlomaka. To su na primjer:

$$\sqrt{2} \ , \ \sqrt{3} \ , \ \sqrt{5} \ , \ \sqrt{6} \ , \ \sqrt{7} \ldots$$

Pretpostavimo da je broj $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ racionalan broj.

$$\sqrt{3}-\sqrt{2}=q \ , \ q\in Q$$

Dalje slijedi:

$$\sqrt{3}-\sqrt{2}=q \Rightarrow \sqrt{3}=q+\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{3}=q+\sqrt{2} \ /^2 \Rightarrow \left(\sqrt{3}\right)^2=\left(q+\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3=q^2+2\cdot q\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2 \Rightarrow 3=q^2+2\cdot q\cdot\sqrt{2}+2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q^2+2\cdot q\cdot\sqrt{2}+2=3 \Rightarrow 2\cdot q\cdot\sqrt{2}=3-q^2-2 \Rightarrow 2\cdot q\cdot\sqrt{2}=1-q^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot q\cdot\sqrt{2}=1-q^2 \ /\cdot\frac{1}{2\cdot q} \Rightarrow \sqrt{2}=\frac{1-q^2}{2\cdot q}.$$

Na lijevoj strani jednakosti je iracionalan broj $\sqrt{2}$.
Na desnoj strani jednakosti je racionalan broj

$$\frac{1-q^2}{2\cdot q}\in Q.$$

To nije moguće! Naša pretpostavka je bila kriva!
Dakle, broj $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ je iracionalan.

Vježba 356

Dokažite da je broj $\sqrt{5}-\sqrt{2}$ iracionalan.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 357 (1C, TUPŠ)

Izračunaj: $418\cdot 318+582\cdot 682+418\cdot 682+582\cdot 318.$

Rješenje 357

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Pribrojnike pregrupiramo na ovaj način:

$$418 \cdot 318 + 582 \cdot 682 + 418 \cdot 682 + 582 \cdot 318 = 418 \cdot 318 + 418 \cdot 682 + 582 \cdot 682 + 582 \cdot 318 =$$

$$= (418 \cdot 318 + 418 \cdot 682) + (582 \cdot 682 + 582 \cdot 318) = (418 \cdot 318 + 418 \cdot 682) + (582 \cdot 682 + 582 \cdot 318) =$$

$$= 418 \cdot (318 + 682) + 582 \cdot (682 + 318) = 418 \cdot 1000 + 582 \cdot 1000 =$$

$$= 418 \cdot 1000 + 582 \cdot 1000 = (418 + 582) \cdot 1000 = 1000 \cdot 1000 = 1000\,000 = 10^6.$$

2.inačica

Pribrojnike pregrupiramo na ovaj način:

$$418 \cdot 318 + 582 \cdot 682 + 418 \cdot 682 + 582 \cdot 318 = 418 \cdot 318 + 582 \cdot 318 + 582 \cdot 682 + 418 \cdot 682 =$$

$$= (418 \cdot 318 + 582 \cdot 318) + (582 \cdot 682 + 418 \cdot 682) = (418 \cdot 318 + 582 \cdot 318) + (582 \cdot 682 + 418 \cdot 682) =$$

$$= (418 + 582) \cdot 318 + (582 + 418) \cdot 682 = 1000 \cdot 318 + 1000 \cdot 682 = 1000 \cdot 318 + 1000 \cdot 682 =$$

$$= 1000 \cdot (318 + 682) = 1000 \cdot 1000 = 1000\,000 = 10^6.$$

Vježba 357

Izračunaj: $417 \cdot 318 + 583 \cdot 682 + 417 \cdot 682 + 583 \cdot 318.$

Rezultat: $1000\,000 = 10^6.$

Zadatak 358 (Tony, gimnazija)

Ako je $a > 0$ i $b > 0$ onda je $\frac{a^3 + b^3}{2} \ge \left(\frac{a+b}{2}\right)^3.$

Rješenje 358

Ponovimo!

$$a^2 \ge 0 \; , \; a \in R \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad a \ge b \; , \; c > 0 \; \Rightarrow \; a \cdot c \ge b \cdot c.$$

$$a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad a \ge b \; \Rightarrow \; a + c \ge b + c \quad , \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n.$$

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot \left(a^2 - a \cdot b + b^2\right) \quad , \quad (a+b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \ne 0 \; , \; n \ne 1.$$

Uočimo da vrijedi:

$$(a-b)^2 \ge 0 \; \Rightarrow \; a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \ge 0 \; \Rightarrow \; a^2 - a \cdot b - a \cdot b + b^2 \ge 0 \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; a^2 - a \cdot b + b^2 \ge a \cdot b \; \Rightarrow \; \begin{bmatrix} \text{pomnožimo sa} \\ a + b > 0 \end{bmatrix} \; \Rightarrow \; a^2 - a \cdot b + b^2 \ge a \cdot b \; / \cdot \, (a+b) \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; (a+b) \cdot \left(a^2 - a \cdot b + b^2\right) \ge a \cdot b \cdot (a+b) \; \Rightarrow \; a^3 + b^3 \ge a^2 \cdot b + a \cdot b^2 \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; a^3 + b^3 \ge a^2 \cdot b + a \cdot b^2 \; / \cdot \, 3 \; \Rightarrow \; 3 \cdot \left(a^3 + b^3\right) \ge 3 \cdot \left(a^2 \cdot b + a \cdot b^2\right) \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; 3 \cdot a^3 + 3 \cdot b^3 \ge 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 \; \Rightarrow \; \begin{bmatrix} \text{pribrojimo} \\ a^3 + b^3 \end{bmatrix} \; \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot a^3+3\cdot b^3\ge 3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2 \quad / + a^3+b^3 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot a^3+3\cdot b^3+a^3+b^3\ge 3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+a^3+b^3 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot a^3+4\cdot b^3\ge a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3 \quad \Rightarrow \quad 4\cdot\left(a^3+b^3\right)\ge (a+b)^3 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot\left(a^3+b^3\right)\ge (a+b)^3 \quad / \cdot \frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad \frac{a^3+b^3}{2}\ge \frac{(a+b)^3}{8} \quad \Rightarrow \quad \frac{a^3+b^3}{2}\ge \left(\frac{a+b}{2}\right)^3.$$

Vježba 358

Ako je $a>0$ i $b>0$ onda je $a^3+b^3\ge 2\cdot\left(\frac{a+b}{2}\right)^3$.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 359 (Tony, gimnazija)

Ako su a, b i c duljine stranica trokuta tada je $a\cdot b\cdot c\ge (a+b-c)\cdot(a+c-b)\cdot(b+c-a)$.

Rješenje 359

Ponovimo!

$$\left.\begin{array}{l} a\ge b \\ c\ge d \end{array}\right\} \Rightarrow a\cdot c\ge b\cdot d \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b).$$

$$a^2\ge b^2 \quad \Rightarrow \quad a\ge b \ , \ a\ge 0 \ , \ b\ge 0 \quad , \quad a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m}.$$

$$\sqrt{a^2}=a \ , \ a\ge 0 \quad , \quad a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.
Svaka stranica trokuta manja je od zbroja preostalih dviju stranica.

$$\left.\begin{array}{l} a<b+c \\ b<a+c \\ c<a+b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} b+c-a>0 \\ a+c-b>0 \\ a+b-c>0 \end{array}\right\}.$$

Uočimo da vrijede nejednakosti:

$$\left.\begin{array}{l} a^2\ge a^2-(b-c)^2 \\ b^2\ge b^2-(c-a)^2 \\ c^2\ge c^2-(a-b)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a^2\ge (a-(b-c))\cdot(a+(b-c)) \\ b^2\ge (b-(c-a))\cdot(b+(c-a)) \\ c^2\ge (c-(a-b))\cdot(c+(a-b)) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a^2\ge (a-b+c)\cdot(a+b-c) \\ b^2\ge (b-c+a)\cdot(b+c-a) \\ c^2\ge (c-a+b)\cdot(c+a-b) \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{pomnožimo} \\ \text{nejednkosti} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2\cdot b^2\cdot c^2\ge (a-b+c)\cdot(a+b-c)\cdot(b-c+a)\cdot(b+c-a)\cdot(c-a+b)\cdot(c+a-b) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a\cdot b\cdot c)^2\ge (a+b-c)^2\cdot(a+c-b)^2\cdot(b+c-a)^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a\cdot b\cdot c)^2\ge ((a+b-c)\cdot(a+c-b)\cdot(b+c-a))^2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(a\cdot b\cdot c\right)^2 \geq \left(\left(a+b-c\right)\cdot\left(a+c-b\right)\cdot\left(b+c-a\right)\right)^2 \;/\sqrt{\;} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{\left(a\cdot b\cdot c\right)^2} \geq \sqrt{\left(\left(a+b-c\right)\cdot\left(a+c-b\right)\cdot\left(b+c-a\right)\right)^2} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; a\cdot b\cdot c \geq \left(a+b-c\right)\cdot\left(a+c-b\right)\cdot\left(b+c-a\right).$$

Vježba 359

Ako su a, b i c duljine stranica trokuta tada je $\dfrac{a\cdot b\cdot c}{\left(a+b-c\right)\cdot\left(a+c-b\right)\cdot\left(b+c-a\right)} \geq 1.$

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 360 (Anamarija, gimnazija)

Odredi cijele brojeve x i y za koje vrijedi jednakost $\dfrac{5}{x} = \dfrac{y}{3}.$

Rješenje 360

Ponovimo!

Cijeli brojevi jesu brojevi:

$$\ldots,\, -5,\, -4,\, -3,\, -2,\, -1,\, 0,\, 1,\, 2,\, 3,\, 4,\, 5,\, \ldots$$

Oni čine skup cijelih brojeva koji označavamo slovom Z, a zapisujemo kao

$$Z = \left\{\ldots,\, -3,\, -2,\, -1,\, 0,\, 1,\, 2,\, 3,\, \ldots\right\} \quad \text{ili} \quad Z = \left\{0,\, 1,\, -1,\, 2,\, -2,\, 3,\, -3,\, \ldots\right\}.$$

$$\frac{5}{x} = \frac{y}{3} \;\Rightarrow\; \frac{5}{x} = \frac{y}{3} \;/\cdot 3\cdot x \;\Rightarrow\; 15 = x\cdot y \;\Rightarrow\; x\cdot y = 15 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \text{pozitivni brojevi} \\ x=1 \;,\; y=15 \\ x=3 \;,\; y=5 \\ x=5 \;,\; y=3 \\ x=15 \;,\; y=1 \end{array}\right\} \text{ i } \left.\begin{array}{l} \text{negativni brojevi} \\ x=-1 \;,\; y=-15 \\ x=-3 \;,\; y=-5 \\ x=-5 \;,\; y=-3 \\ x=-15 \;,\; y=-1 \end{array}\right\}.$$

Vježba 360

Odredi cijele brojeve x i y za koje vrijedi jednakost $\dfrac{5}{x} = \dfrac{y}{2}.$

Rezultat:

$\left(x,\, y\right) = \left(1,\, 10\right)$, $\left(x,\, y\right) = \left(2,\, 5\right)$, $\left(x,\, y\right) = \left(5,\, 2\right)$, $\left(x,\, y\right) = \left(10,\, 1\right)$

$\left(x,\, y\right) = \left(-1,\, -10\right)$, $\left(x,\, y\right) = \left(-2,\, -5\right)$, $\left(x,\, y\right) = \left(-5,\, -2\right)$, $\left(x,\, y\right) = \left(-10,\, -1\right).$