Zadatak 321 (Tomislav, gimnazija)

Razlika kvadrata dvaju uzastopnih neparnih brojeva djeljiva je s 8. Dokaži!

Rješenje 321

Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2.$$

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Cijeli brojevi jesu brojevi:

$$..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...$$

Oni čine skup cijelih brojeva koji označavamo slovom Z, a zapisujemo kao

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\} \quad \text{ili} \quad Z = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, ...\}.$$

Neposredni prethodnik cijelog broja je broj prije zadanog broja.
Neposredni prethodnik broja n je broj n – 1.
Neposredni sljedbenik cijelog broja je broj nakon zadanog broja.
Neposredni sljedbenik broja n je broj n + 1.
Prirodni brojevi dijele se na parne i neparne brojeve. Parni brojevi su oni brojevi koji su djeljivi sa 2, a neparni su oni koji nisu djeljivi sa 2.
Da je neki prirodan broj m neparan znači da se može napisati u obliku

$$m = 2 \cdot (\text{neki prirodan broj}) - 1 \quad , \quad m = 2 \cdot k - 1 \ , \ k \in N.$$

Ili

$$m = 2 \cdot (\text{neki prirodan broj}) + 1 \quad , \quad m = 2 \cdot k + 1 \ , \ k \in N.$$

1.inačica

Neka su 2 · n – 1 i 2 · n + 1 dva uzastopna neparna broja. Prema uvjetu zadatka slijedi:

$$(2 \cdot n+1)^2 - (2 \cdot n-1)^2 = (2 \cdot n)^2 + 2 \cdot 2 \cdot n \cdot 1 + 1^2 - \left((2 \cdot n)^2 - 2 \cdot 2 \cdot n \cdot 1 + 1^2\right) =$$

$$= 4 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 1 - \left(4 \cdot n^2 - 4 \cdot n + 1\right) = 4 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 1 - 4 \cdot n^2 + 4 \cdot n - 1 =$$

$$= 4 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 1 - 4 \cdot n^2 + 4 \cdot n - 1 = 4 \cdot n + 4 \cdot n = 8 \cdot n = 8 \cdot n.$$

2.inačica

Neka su 2 · n – 1 i 2 · n + 1 dva uzastopna neparna broja. Prema uvjetu zadatka slijedi:

$$(2 \cdot n+1)^2 - (2 \cdot n-1)^2 = \left((2 \cdot n+1) - (2 \cdot n-1)\right) \cdot \left((2 \cdot n+1) + (2 \cdot n-1)\right) =$$

$$= (2 \cdot n + 1 - 2 \cdot n + 1) \cdot (2 \cdot n + 1 + 2 \cdot n - 1) = (2 \cdot n + 1 - 2 \cdot n + 1) \cdot (2 \cdot n + 1 + 2 \cdot n - 1) =$$

$$= (1+1) \cdot (2 \cdot n + 2 \cdot n) = 2 \cdot 4 \cdot n = 8 \cdot n = 8 \cdot n.$$

3.inačica

Neka su 2 · n + 1 i 2 · n + 3 dva uzastopna neparna broja. Prema uvjetu zadatka slijedi:

$$(2 \cdot n+3)^2 - (2 \cdot n+1)^2 = \left((2 \cdot n+3) - (2 \cdot n+1)\right) \cdot \left((2 \cdot n+3) + (2 \cdot n+1)\right) =$$

$$= (2 \cdot n + 3 - 2 \cdot n - 1) \cdot (2 \cdot n + 3 + 2 \cdot n + 1) = (2 \cdot n + 3 - 2 \cdot n - 1) \cdot (4 \cdot n + 4) =$$

$$= (3-1) \cdot (4 \cdot n + 4) = 2 \cdot (4 \cdot n + 4) = 2 \cdot 4 \cdot (n+1) = 8 \cdot (n+1) = 8 \cdot (n+1).$$

4.inačica

Neka su 2 · n + 1 i 2 · n + 3 dva uzastopna neparna broja. Prema uvjetu zadatka slijedi:

$$(2 \cdot n+3)^2 - (2 \cdot n+1)^2 = (2 \cdot n)^2 + 2 \cdot 2 \cdot n \cdot 3 + 3^2 - \left((2 \cdot n)^2 + 2 \cdot 2 \cdot n \cdot 1 + 1^2\right) =$$

$$= 4 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 9 - \left(4 \cdot n^2 + 4 \cdot n + 1\right) = 4 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 9 - 4 \cdot n^2 - 4 \cdot n - 1 =$$

$$= 4 \cdot n^2 + 12 \cdot n + 9 - 4 \cdot n^2 - 4 \cdot n - 1 = 12 \cdot n + 9 - 4 \cdot n - 1 = 8 \cdot n + 8 = 8 \cdot (n+1) = 8 \cdot (n+1).$$

Vježba 321

Razlika dvaju uzastopnih neparnih brojeva djeljiva je s 2. Dokaži!

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 322 (Mario, gimnazija)

Dokaži da za realne brojeve a ≥ 0, b ≥ 0 i c ≥ 0 vrijedi nejednakost $(a+b-c) \cdot (b+c-a) \cdot (c+a-b) \le a \cdot b \cdot c.$

Rješenje 322

Ponovimo!

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b) \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

$$\left.\begin{array}{l} a \le b \ , \ a, b \ge 0 \\ c \le d \ , \ c, d \ge 0 \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot c \le b \cdot d \quad , \quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n.$$

$$\sqrt{a^2} \le \sqrt{b^2} \Rightarrow a \le b \ , \ a, b \ge 0.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Uočimo da vrijede nejednakosti.

$$\left.\begin{array}{l} a^2 - (b-c)^2 \le a^2 \\ b^2 - (a-c)^2 \le b^2 \\ c^2 - (b-a)^2 \le c^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (a-(b-c)) \cdot (a+(b-c)) \le a^2 \\ (b-(a-c)) \cdot (b+(a-c)) \le b^2 \\ (c-(b-a)) \cdot (c+(b-a)) \le c^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} (a-b+c) \cdot (a+b-c) \le a^2 \\ (b-a+c) \cdot (b+a-c) \le b^2 \\ (c-b+a) \cdot (c+b-a) \le c^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (c+a-b) \cdot (a+b-c) \le a^2 \\ (b+c-a) \cdot (a+b-c) \le b^2 \\ (c+a-b) \cdot (b+c-a) \le c^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{pomnožimo} \\ \text{nejednakosti} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (c+a-b) \cdot (a+b-c) \cdot (b+c-a) \cdot (a+b-c) \cdot (c+a-b) \cdot (b+c-a) \le a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a+b-c)^2 \cdot (b+c-a)^2 \cdot (c+a-b)^2 \le a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left((a+b-c) \cdot (b+c-a) \cdot (c+a-b)\right)^2 \le (a \cdot b \cdot c)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left((a+b-c) \cdot (b+c-a) \cdot (c+a-b)\right)^2 \le (a \cdot b \cdot c)^2 \ / \sqrt{\ } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a+b-c) \cdot (b+c-a) \cdot (c+a-b) \le a \cdot b \cdot c.$$

Vježba 322

Dokaži da za realne brojeve a ≥ 0, b ≥ 0 i c ≥ 0 vrijedi nejednakost $(a+b-c) \cdot (a-b-c) \cdot (b-a-c) \le a \cdot b \cdot c.$

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 323 (Antonio, gimnazija)

Vrijednost brojevnog izraza $x^3-3\cdot x^2+3\cdot x-1$ za $x=1-10^{-3}$ jednaka je:

$$A.\ -10^{-9} \qquad B.\ -10^{6} \qquad C.\ -10^{9} \qquad D.\ 10^{3}-1$$

Rješenje 323

Ponovimo!

$$a^3-3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2-b^3=(a-b)^3 \quad , \quad (-a)^3=-a^3 \quad , \quad \left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}.$$

$$x^3-3\cdot x^2+3\cdot x-1=(x-1)^3=\left[\ x=1-10^{-3}\ \right]=\left(1-10^{-3}-1\right)^3=\left(1-10^{-3}-1\right)^3=$$

$$\left(-10^{-3}\right)^3=-\left(10^{-3}\right)^3=-10^{-9}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 323

Vrijednost brojevnog izraza $x^3-3\cdot x^2+3\cdot x-1$ za $x=1-10^{3}$ jednaka je:

$$A.\ -10^{-9} \qquad B.\ -10^{6} \qquad C.\ -10^{9} \qquad D.\ 10^{3}-1$$

Rezultat: C.

Zadatak 324 (Jadranka, srednja škola)

Ako je a realan broj različit od 1 i $x=(a+1)\cdot\left(a^2+1\right)\cdot\left(a^4+1\right)\cdot\left(a^8+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)$, tada je:

$$A.\ x=a^{31}+1 \qquad B.\ x=a^{32}+1 \qquad C.\ x=\frac{a^{32}-1}{a-1} \qquad D.\ x=\frac{a^{32}+1}{a+1}$$

Rješenje 324

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad (a-b)\cdot(a+b)=a^2-b^2 \quad , \quad \left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m}.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

$$x=(a+1)\cdot\left(a^2+1\right)\cdot\left(a^4+1\right)\cdot\left(a^8+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{(a+1)\cdot\left(a^2+1\right)\cdot\left(a^4+1\right)\cdot\left(a^8+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{(a+1)\cdot\left(a^2+1\right)\cdot\left(a^4+1\right)\cdot\left(a^8+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{1}\cdot\frac{a-1}{a-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{(a-1)\cdot(a+1)\cdot\left(a^2+1\right)\cdot\left(a^4+1\right)\cdot\left(a^8+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{\left(a^2-1\right)\cdot\left(a^2+1\right)\cdot\left(a^4+1\right)\cdot\left(a^8+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{\left(\left(a^{2}\right)^{2}-1\right)\cdot\left(a^{4}+1\right)\cdot\left(a^{8}+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{\left(a^{4}-1\right)\cdot\left(a^{4}+1\right)\cdot\left(a^{8}+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1}\ \Rightarrow\ x=\frac{\left(\left(a^{4}\right)^{2}-1\right)\cdot\left(a^{8}+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{\left(a^{8}-1\right)\cdot\left(a^{8}+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1}\ \Rightarrow\ x=\frac{\left(\left(a^{8}\right)^{2}-1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{\left(a^{16}-1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)}{a-1}\ \Rightarrow\ x=\frac{\left(a^{16}\right)^{2}-1}{a-1}\ \Rightarrow\ x=\frac{a^{32}-1}{a-1}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 324

Ako je a realan broj različit od – 1 i $x=(a-1)\cdot\left(a^{2}+1\right)\cdot\left(a^{4}+1\right)\cdot\left(a^{8}+1\right)\cdot\left(a^{16}+1\right)$, tada je:

$A.\ x=a^{31}+1$ $\qquad B.\ x=a^{32}+1$ $\qquad C.\ x=\frac{a^{32}+1}{a-1}$ $\qquad D.\ x=\frac{a^{32}-1}{a+1}$

Rezultat: D.

Zadatak 325 (1B, TUPŠ)

Nastavničko vijeće broji 152 člana. Koliko nastavnika treba biti na sjednici Nastavničkog vijeća:
a) ako je potrebna **natpolovična** većina
b) ako je potrebna **dvotrećinska** većina?

Rješenje 325

Ponovimo!

$$\frac{n}{1}=n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

a)

Ako skup broji n članova natpolovična većina je barem kvocijent $\frac{n}{2}$ uvećan za 1. Prema tome, natpolovična većina je barem kvocijent $\frac{152}{2}$ uvećan za 1, tj.

$$\frac{152}{2}+1=\frac{152}{2}+1=\frac{76}{1}+1=76+1=77.$$

b)

Ako skup broji n članova dvotrećinska većina je barem kvocijent $\frac{2 \cdot n}{3}$ uvećan za 1. Prema tome, dvotrećinska većina je barem kvocijent $\frac{2 \cdot 152}{3}$ uvećan za 1, tj.

$$\frac{2 \cdot 152}{3}+1=\frac{304}{3}+1=101+1=102.$$

Vježba 325

Nastavničko vijeće broji 150 članova. Koliko nastavnika treba biti na sjednici Nastavničkog vijeća, ako je potrebna **natpolovična** većina?

Rezultat: Barem 76.

Zadatak 326 (1B, TUPŠ)

Sat ide naprijed $\frac{7}{12}$ minuta na sat. Koliko će biti naprijed poslije 6 dana?

Rješenje 326

Ponovimo!

$$1 \ dan = 24 \ h \quad , \quad 1 \ h = 60 \ \text{min} \quad , \quad 1 \ \text{min} = 60 \ s \quad , \quad 1 \ h = 3600 \ s \quad , \quad n = \frac{n}{1}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

Budući da ura ide naprijed svaki sat $\frac{7}{12}$ minuta, za 6 dana ići će naprijed:

$$6 \cdot 24 \cdot \frac{7}{12} \ \text{min} = 6 \cdot \frac{24}{1} \cdot \frac{7}{12} \ \text{min} = 6 \cdot \frac{24}{1} \cdot \frac{7}{12} \ \text{min} = 6 \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{7}{1} \ \text{min} = 6 \cdot 2 \cdot 7 \ \text{min} = 84 \ \text{min} =$$

$$= 60 \ \text{min} + 24 \ \text{min} = 1 \ h + 24 \ \text{min} = 1 \ h \ 24 \ \text{min}.$$

2.inačica

Sat ide naprijed $\frac{7}{12}$ minuta što preračunato u sekunde iznosi:

$$\frac{7}{12} \ \text{min} = \frac{7}{12} \cdot 60 \ s = \frac{7}{12} \cdot \frac{60}{1} \ s = \frac{7}{12} \cdot \frac{60}{1} \ s = \frac{7}{1} \cdot \frac{5}{1} \ s = 7 \cdot 5 \ s = 35 \ s.$$

Budući da ura ide naprijed svaki sat 35 s, za 6 dana ići će naprijed:

$$6 \cdot 24 \cdot 35 \ s = 5040 \ s = 3600 \ s + 1440 \ s = 3600 \ s + 24 \cdot 60 \ s = 1 \ h + 24 \cdot 1 \ \text{min} = 1 \ h + 24 \ \text{min} = 1 \ h \ 24 \ \text{min}.$$

Vježba 326

Sat ide naprijed $\frac{7}{12}$ minuta na sat. Koliko će biti naprijed poslije 3 dana?

Rezultat: 42 min.

Zadatak 327 (4A, TUPŠ)

Koliko je: $5\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}+14\cdot 2^{2009}$?

Rješenje 327

Ponovimo!

$$a^{n+m}=a^{n}\cdot a^{m} \quad , \quad a^{1}=a \quad , \quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$5\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}+14\cdot 2^{2009}=5\cdot 2^{2009}\cdot 2^{1}-3\cdot 2^{2009}\cdot 2^{2}+14\cdot 2^{2009}=$$

$$=5\cdot 2^{2009}\cdot 2-3\cdot 2^{2009}\cdot 4+14\cdot 2^{2009}=5\cdot 2^{2009}\cdot 2-3\cdot 2^{2009}\cdot 4+14\cdot 2^{2009}=$$

$$=2^{2009}\cdot(5\cdot 2-3\cdot 4+14)=2^{2009}\cdot(10-12+14)=2^{2009}\cdot 12=2^{2009}\cdot 4\cdot 3=$$

$$=2^{2009}\cdot 2^{2}\cdot 3=2^{2011}\cdot 3=3\cdot 2^{2011}.$$

2.inačica

$$5\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}+14\cdot 2^{2009}=5\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}+7\cdot 2\cdot 2^{2009}=$$

$$=5\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}+7\cdot 2^{1}\cdot 2^{2009}=5\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}+7\cdot 2^{2010}=$$

$$=12\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}=6\cdot 2\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}=6\cdot 2^{1}\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}=$$

$$=6\cdot 2^{2011}-3\cdot 2^{2011}=3\cdot 2^{2011}.$$

Vježba 327

Koliko je: $14\cdot 2^{2009}+5\cdot 2^{2010}-3\cdot 2^{2011}$?

Rezultat: $3\cdot 2^{2011}.$

Zadatak 328 (4A, TUPŠ)

Prašak za pranje prodaje se u pakiranju A, B i C. Mase pakiranja i njihove cijene dane su u tablici.

Pakiranje	A	B	C
Masa pakiranja	1 kg	5 kg	12 kg
Cijena pakiranja	9.80 kn	34.30 kn	68.00 kn

a) Kolika je ušteda ako se kupi jedno pakiranje B umjesto pet pakiranja A?
b) Kupujemo 28 kg praška za pranje. Koliko komada pojedinog pakiranja treba kupiti da bismo platili najmanji iznos?

Rješenje 328

Ponovimo!

$$1\cdot a=a\cdot 1=a.$$

a)

Za pet pakiranja A plati se:

$$5\cdot A \;.......\; 5\cdot 1\ kg \;.......\; 5\cdot 9.80\ kg=49.00\ kg.$$

Za jedno pakiranje B plati se:

$$1\cdot B \;.......\; 1\cdot 5\ kg \;.......\; 1\cdot 34.30\ kg=34.30\ kg.$$

Ušteda iznosi:

$$49.00\ kn-34.30\ kn=14.70\ kn.$$

b)

Najprije izračunamo cijenu 1 kg svakog pakiranja praška.

Pakiranje	**A** 	**B** 	**C** 
Masa pakiranja	1 kg	5 kg	12 kg
Cijena pakiranja	9.80 kn	34.30 kn	68.00 kn
Cijena 1 kg	9.80 kn	$\frac{34.30}{5} = 6.86\ kn$	$\frac{68.00}{12} = 5.67\ kn$

Uočimo da je najjeftiniji prašak za pranje u pakiranju C jer za 1 kg plati se samo 5.67 kn.
Zato ćemo kupiti 2 pakiranja C (ukupne mase 24 kg) i 4 pakiranja A (ukupne mase 4 kg) jer je tada ušteda najveća.

Pakiranje A, 1kg	4 komada	4 kg	$4 \cdot 9.80$ kn = **39.20 kn**
Pakiranje C, 12 kg	2 komada	24 kg	$2 \cdot 68.00$ kn = **136.00 kn**
		Ukupno:	**175.20 kn**

Vježba 328

Prašak za pranje prodaje se u pakiranju A, B i C. Mase pakiranja i njihove cijene dane su u tablici.

Pakiranje	A	B	C
Masa pakiranja	1 kg	5 kg	12 kg
Cijena pakiranja	9.80 kn	34.30 kn	68.00 kn

Koliko ćemo platiti ako kupimo 7 pakiranja A, 3 pakiranja B i 2 pakiranja C?

Rezultat: 307.50 kn.

Zadatak 329 (4A, TUPŠ)

Izračunajte $4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2}$ i rezultat napišite kao razlomak.

Rješenje 329

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m} \quad , \quad b \cdot \frac{a}{b} = a \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

$$4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2} = \left(2^2\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\left(3^3\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-2} = 2^{2 \cdot \frac{3}{2}} \cdot \left(3^{3 \cdot \frac{1}{3}}\right)^{-2} = 2^3 \cdot \left(3^1\right)^{-2} = 2^3 \cdot 3^{-2} =$$

$$= 2^3 \cdot \frac{1}{3^2} = 8 \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

Vježba 329

Izračunajte $4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{-\frac{1}{3}}\right)^{2}$ i rezultat napišite kao razlomak.

Rezultat: $\frac{8}{9}$.

Zadatak 330 (4A, TUPŠ)

Nazivnik razlomka za 40 je veći od brojnika. Skraćivanjem razlomka dobije se $\frac{2}{7}$. Odredite broj s kojim je razlomak skraćen.

Rješenje 330

Ponovimo!

Kako zapisati da je broj a za n veći od broja b?

$$a - n = b \quad , \quad a = b + n \quad , \quad a - b = n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Neka je x brojnik traženog razlomka. Budući da je nazivnik za 40 veći od njega, zapisujemo: x + 40. Prema uvjetu zadatka napišemo jednadžbu:

$$\frac{x}{x+40} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{x}{x+40} = \frac{2}{7} \ / \cdot 7 \cdot (x+40) \Rightarrow 7 \cdot x = 2 \cdot (x+40) \Rightarrow 7 \cdot x = 2 \cdot x + 80 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7 \cdot x - 2 \cdot x = 80 \Rightarrow 5 \cdot x = 80 \Rightarrow 5 \cdot x = 80 \ / : 5 \Rightarrow x = 16.$$

Traženi razlomak glasi:

$$\frac{x}{x+40} = \frac{16}{16+40} = \frac{16}{56}.$$

Sada je:

$$\frac{16}{56} = \frac{16:8}{56:8} = \frac{2}{7}.$$

Razlomak je skraćen brojem 8.

Vježba 330

Nazivnik razlomka za 4 je veći od brojnika. Skraćivanjem razlomka dobije se $\frac{5}{6}$. Odredite broj s kojim je razlomak skraćen.

Rezultat: 4.

Zadatak 331 (Leon, srednja škola)

Racionaliziraj nazivnik u razlomku $\frac{6}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}$.

Rješenje 331

Ponovimo!

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

$$\frac{6}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{3 \cdot 5}} = \frac{6}{\sqrt{15}} = \begin{bmatrix} \text{proširimo} \\ \text{razlomak s } \sqrt{15} \end{bmatrix} = \frac{6}{\sqrt{15}} \cdot \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}} = \frac{6 \cdot \sqrt{15}}{\left(\sqrt{15}\right)^2} =$$

$$= \frac{6 \cdot \sqrt{15}}{15} = \frac{6 \cdot \sqrt{15}}{15} = \frac{2 \cdot \sqrt{15}}{5}.$$

Vježba 331

Racionaliziraj nazivnik u razlomku $\frac{9}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}$.

Rezultat: $\frac{3 \cdot \sqrt{15}}{5}$.

Zadatak 332 (Leon, srednja škola)

Racionaliziraj nazivnik u razlomku $\frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a}}$.

Rješenje 332

Ponovimo!

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad \frac{n}{1} = n \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}.$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

1.inačica

$$\frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\left(\sqrt{a}\right)^2 \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\left(\sqrt{a}\right)^{2} \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}}{1} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}.$$

2.inačica

$$\frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \left[\begin{array}{l} \text{proširimo} \\ \text{razlomak s } \sqrt{a} \end{array}\right] = \frac{a \cdot \sqrt{b}}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{a \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{a}}{\left(\sqrt{a}\right)^2} = \frac{a \cdot \sqrt{b \cdot a}}{a} =$$

$$= \frac{a \cdot \sqrt{b \cdot a}}{a} = \frac{\sqrt{a \cdot b}}{1} = \sqrt{a \cdot b}.$$

Vježba 332

Racionaliziraj nazivnik u razlomku $\frac{b \cdot \sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.

Rezultat: $\sqrt{a \cdot b}$.

Zadatak 333 (Leon, srednja škola)

Pojednostavni: $\frac{\sqrt{x} + 1}{1 + \sqrt{x} + x} : \frac{1}{x^2 - \sqrt{x}}$.

Rješenje 333

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^4 = a^2.$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)\cdot\left(a^2 + a\cdot b + b^2\right) \quad , \quad (a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c \quad , \quad a\cdot b + a\cdot c = a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n} = \frac{a}{b} \;,\; n \neq 0 \;,\; n \neq 1.$$

$$\frac{\sqrt{x}+1}{1+\sqrt{x}+x} : \frac{1}{x^2-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}\cdot\frac{x^2-\sqrt{x}}{1} = \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}\cdot\frac{\left(\sqrt{x}\right)^4-\sqrt{x}}{1} =$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}\cdot\frac{\sqrt{x}\cdot\left(\left(\sqrt{x}\right)^3-1\right)}{1} = \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}\cdot\frac{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot\left(\left(\sqrt{x}\right)^2+\sqrt{x}+1\right)}{1} =$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}\cdot\frac{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{1} = \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}\cdot\frac{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)\cdot\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{1} =$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1}{1}\cdot\frac{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)}{1} = \left(\sqrt{x}+1\right)\cdot\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}-1\right) = \sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}+1\right)\cdot\left(\sqrt{x}-1\right) =$$

$$= \sqrt{x}\cdot\left(\left(\sqrt{x}\right)^2-1\right) = \sqrt{x}\cdot(x-1).$$

Vježba 333

Pojednostavni: $\left(x^2-\sqrt{x}\right) : \frac{1+\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+1}$.

Rezultat: $\sqrt{x}\cdot(x-1)$.

Zadatak 334 (4A, 4B, TUPŠ)

Koliki je rezultat umnoška $\left(\sqrt{3}-1\right)^2\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)^2$?

$A.\ \sqrt{3}-1 \qquad B.\ \sqrt{3}+1 \qquad C.\ 4 \qquad D.\ 8$

Rješenje 334

Ponovimo!

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2 \quad , \quad (a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2 \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a.$$

$$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2 \quad , \quad a^n\cdot b^n = (a\cdot b)^n \quad , \quad (a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c \quad , \quad a\cdot b + a\cdot c = a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\left(\sqrt{3}-1\right)^2\cdot\left(\sqrt{3}+1\right)^2 = \left(\left(\sqrt{3}\right)^2 - 2\cdot\sqrt{3}+1\right)\cdot\left(\left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\cdot\sqrt{3}+1\right) =$$

$$= \left(3-2\cdot\sqrt{3}+1\right)\cdot\left(3+2\cdot\sqrt{3}+1\right) = \left(4-2\cdot\sqrt{3}\right)\cdot\left(4+2\cdot\sqrt{3}\right) =$$

$$= 2 \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right) \cdot 2 \cdot \left(2 + \sqrt{3}\right) = 4 \cdot \left(2 - \sqrt{3}\right) \cdot \left(2 + \sqrt{3}\right) = 4 \cdot \left(2^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2\right) =$$

$$= 4 \cdot (4 - 3) = 4 \cdot 1 = 4.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

$$\left(\sqrt{3} - 1\right)^2 \cdot \left(\sqrt{3} + 1\right)^2 = \left(\left(\sqrt{3}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{3} + 1\right) \cdot \left(\left(\sqrt{3}\right)^2 + 2 \cdot \sqrt{3} + 1\right) =$$

$$= \left(3 - 2 \cdot \sqrt{3} + 1\right) \cdot \left(3 + 2 \cdot \sqrt{3} + 1\right) = \left(4 - 2 \cdot \sqrt{3}\right) \cdot \left(4 + 2 \cdot \sqrt{3}\right) =$$

$$= 4^2 - \left(2 \cdot \sqrt{3}\right)^2 = 16 - 2^2 \cdot \left(\sqrt{3}\right)^2 = 16 - 4 \cdot 3 = 16 - 12 = 4.$$

Odgovor je pod C.

3.inačica

$$\left(\sqrt{3} - 1\right)^2 \cdot \left(\sqrt{3} + 1\right)^2 = \left(\left(\sqrt{3} - 1\right) \cdot \left(\sqrt{3} + 1\right)\right)^2 = \left(\left(\sqrt{3}\right)^2 - 1^2\right)^2 = (3 - 1)^2 = 2^2 = 4.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 334

Koliki je rezultat umnoška $\left(1 - \sqrt{3}\right)^2 \cdot \left(1 + \sqrt{3}\right)^2$?

$A.\ \sqrt{3} - 1 \qquad B.\ \sqrt{3} + 1 \qquad C.\ 4 \qquad D.\ 8$

Rezultat: C.

Zadatak 335 (Jozo, hobby matematičar ☺)

Koliki je rezultat dijeljenja: $\left(81^{-2^{-2}}\right) : \left(81^{(-2)^{-2}}\right)$?

$A.\ 3^{-2} \qquad B.\ 3^{-8} \qquad C.\ 3^{-5} \qquad D.\ 3^{8} \qquad E.\ 1$

Rješenje 335

Ponovimo!

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a^n : a^m = a^{n-m} \quad , \quad \frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n} \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}.$$

$$b \cdot \frac{a}{b} = a.$$

1.inačica

$$\left(81^{-2^{-2}}\right) : \left(81^{(-2)^{-2}}\right) = \left(81^{-\frac{1}{2^2}}\right) : \left(81^{\frac{1}{(-2)^2}}\right) = \left(81^{-\frac{1}{4}}\right) : \left(81^{\frac{1}{4}}\right) = 81^{-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}} =$$

$$= 81^{-\frac{2}{4}} = \left(\left(3^4\right)^{-\frac{2}{4}}\right) = 3^{-2}.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

$$\left(81^{-2^{-2}}\right):\left(81^{(-2)^{-2}}\right)=\left(81^{-\frac{1}{2^{2}}}\right):\left(81^{\frac{1}{(-2)^{2}}}\right)=\left(81^{-\frac{1}{4}}\right):\left(81^{\frac{1}{4}}\right)=$$

$$=\left(81^{-\frac{1}{4}}\right):\left(81^{\frac{1}{4}}\right)=\left(\left(3^{4}\right)^{-\frac{1}{4}}\right):\left(\left(3^{4}\right)^{\frac{1}{4}}\right)=3^{-1}:3^{1}=3^{-1-1}=3^{-2}.$$

Odgovor je pod A.

3.inačica

$$\left(81^{-2^{-2}}\right):\left(81^{(-2)^{-2}}\right)=81^{-2^{-2}-(-2)^{-2}}=81^{-\frac{1}{2^{2}}-\frac{1}{(-2)^{2}}}=81^{-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}}=81^{-\frac{2}{4}}=$$

$$=\left(3^{4}\right)^{-\frac{2}{4}}=3^{-2}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 335

Koliki je rezultat dijeljenja: $\left(81^{(-2)^{-2}}\right):\left(81^{-2^{-2}}\right)$?

$A.\ 3^{2}$ $\qquad B.\ 3^{8}$ $\qquad C.\ 3^{5}$ $\qquad D.\ 3^{8}$ $\qquad E.\ 1$

Rezultat: A.

Zadatak 336 (4A, 4B, TUPŠ)

Izračunajte: $\left(\frac{3}{10}-\frac{2}{5}\right):\left(\frac{7}{20}-\frac{4}{10}\right).$

$A.\ \frac{1}{2}$ $\qquad B.\ -2$ $\qquad C.\ \frac{1}{20}$ $\qquad D.\ 2$

Rješenje 336

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}\quad,\quad \frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}=\frac{-a}{b}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

$$\left(\frac{3}{10}-\frac{2}{5}\right):\left(\frac{7}{20}-\frac{4}{10}\right)=\frac{3-4}{10}:\frac{7-8}{20}=\frac{-1}{10}:\frac{-1}{20}=\frac{-1}{10}\cdot\frac{-20}{1}=\frac{20}{10}=\frac{20}{10}=2.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 336

Izračunajte: $\left(\frac{7}{20}-\frac{4}{10}\right):\left(\frac{3}{10}-\frac{2}{5}\right).$

$A.\ \frac{1}{2}$ $\qquad B.\ -2$ $\qquad C.\ \frac{1}{20}$ $\qquad D.\ 2$

Rezultat: A.

Zadatak 337 (Miro, gimnazija)

Tri broja x, y, z zadovoljavaju relaciju $y^2 = x \cdot z$. Dokazati da je

$$(x+y+z)\cdot(x-y+z)=x^2+y^2+z^2.$$

Rješenje 337

Ponovimo!

$$a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad (a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2.$$

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2.$$

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

1.inačica

$$(x+y+z)\cdot(x-y+z)=x^2-x\cdot y+x\cdot z+y\cdot x-y^2+y\cdot z+z\cdot x-z\cdot y+z^2=$$

$$=x^2-x\cdot y+x\cdot z+y\cdot x-y^2+y\cdot z+z\cdot x-z\cdot y+z^2=x^2+x\cdot z-y^2+z\cdot x+z^2=$$

$$=x^2+2\cdot x\cdot z-y^2+z^2=\left[\,y^2=x\cdot z\,\right]=x^2+2\cdot y^2-y^2+z^2=x^2+y^2+z^2.$$

2.inačica

$$(x+y+z)\cdot(x-y+z)=(x+z+y)\cdot(x+z-y)=((x+z)+y)\cdot((x+z)-y)=$$

$$=(x+z)^2-y^2=x^2+2\cdot x\cdot z+z^2-y^2=\left[\,y^2=2\cdot x\cdot z\,\right]=$$

$$=x^2+2\cdot y^2+z^2-y^2=x^2+y^2+z^2.$$

Vježba 337

Tri broja x, y, z zadovoljavaju relaciju $z^2 = x \cdot y$. Dokazati da je

$$(x+y+z)\cdot(x+y-z)=x^2+y^2+z^2.$$

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 338 (Antun, srednja škola)

Racionaliziraj razlomak $\sqrt{\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3}}$.

Rješenje 338

Ponovimo!

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad , \quad a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\sqrt{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3}}=\frac{\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}}}{\sqrt{3}}=\left[\begin{array}{l}\text{racionalizacija}\\ \text{nazivnika}\end{array}\right]=\frac{\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}}}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{3\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)}}{3}=\frac{\sqrt{3\cdot\sqrt{6}+3\cdot\sqrt{2}}}{3}.$$

Vježba 338

Racionaliziraj razlomak $\sqrt{\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}}$.

Rezultat: $\dfrac{\sqrt{\sqrt{10}+\sqrt{6}}}{2}$.

Zadatak 339 (Antun, srednja škola)

Racionaliziraj razlomak $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Rješenje 339

Ponovimo!

$$a^1=a \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a\cdot b} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot n}{b\cdot n} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\left[\begin{array}{l}\text{racionalizacija}\\ \text{nazivnika}\end{array}\right]=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\cdot\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}}{3}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{15}}{3}.$$

Vježba 339

Racionaliziraj razlomak $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$.

Rezultat: $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2}$.

Zadatak 340 (BMX, gimnazija)

Koji je najmanji prirodni broj veći od 1, koji pri dijeljenju sa svakim jednoznamenkastim brojem, osim jedinice, daje ostatak 1?

Rješenje 340

Ponovimo!

Skup prirodnih brojeva označavamo slovom N, a zapisujemo

$$N=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots\ ,\ n-1,\ n,\ n+1,\ \ldots\}.$$

Brojevi koji imaju samo jednu znamenku zovu se jednoznamenkasti brojevi.
To su: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Za prirodan broj a kažemo da je djeljiv s prirodnim brojem b ako postoji prirodan broj q tako da vrijedi

$$a=q\cdot b.$$

Broj q zovemo količnikom brojeva a i b i pišemo

$$\frac{a}{b}=q \quad \text{ili} \quad a:b=q.$$

Za cijeli broj a i prirodan broj b postoje jedinstveni cijeli brojevi q i r takvi da je

$$a=b\cdot q+r \;\text{ i }\; 0\le r<b,\; q \text{ je količnik, } r \text{ je ostatak}.$$

Prema uvjetu zadatka traženi broj trebao bi biti oblika

$$2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9+1.$$

Budući da su brojevi 2, 3, 4 i 6 sadržani u umnošku brojeva 5, 7, 8 i 9, traženi je broj umnožak brojeva 5, 7, 8 i 9 uvećan za 1.

$$n=5\cdot 7\cdot 8\cdot 9+1 \;\Rightarrow\; n=2521.$$

Vježba 340

Koji je najmanji prirodni broj veći od 1, koji pri dijeljenju sa 4, 5 i 7 daje ostatak 1?

Rezultat: 141.