

Zadatak 001 (Sanja, osnovna škola)

Kažemo li da je Ivica 21 godinu stariji od Alena, ili da je Ivica četiri puta stariji od Alena, rekli smo istu stvar. Koliko godina ima Ivica, a koliko Alen?

Rješenje 001

1. inačica

Neka Alen ima x godina.

Izjava "Ivica je 21 godinu stariji od Alena" zapisuje se: $x + 21$.

Izjava "Ivica je četiri puta stariji od Alena" zapisuje se: $4x$.

Budući da je to ista stvar, vrijedi:

$$4x = x + 21.$$

Rješavamo linearnu jednadžbu tako da nepoznanicu x "prebacimo" na lijevu stranu i pri tome pazimo na predznak:

$$4x - x = 21 \Rightarrow 3x = 21 \quad / : 3 \Rightarrow x = 7.$$

Alen ima 7 godina, a Ivica 28 godina.

2. inačica

Alen ima x godina. Ivica je četiri puta stariji pa ima $4x$ godina. On je od Alena stariji za $4x - x = 3x$ godina, a to iznosi 21 godinu. Znači da je:

$$3x = 21 \quad / : 3 \Rightarrow x = 7.$$

Alen ima 7 godina, a Ivica 28 godina.

Vježba 001

Kažemo li da je Ivica 10 godina stariji od Alena, ili da je Ivica tri puta stariji od Alena, rekli smo istu stvar. Koliko godina ima Ivica, a koliko Alen?

Rezultat: Alen ima 5 godina, a Ivica 15 godina.

Zadatak 002 (Marija, osnovna škola)

Maja je dala za cipele 200 kn i još polovicu cijene tih cipela. Koliko koštaju cipele?

Rješenje 002

1. inačica

Maja je dala za cipele 200 kn i još polovicu cijene tih cipela. Znači da je 200 kn polovica cijene, a onda je cijena dva puta veća, 400 kn.

Cijena cipela je 400 kn.

2. inačica

Neka je x cijena cipela. Tada rečenica "Maja je dala za cipele 200 kn i još polovicu cijene tih cipela." prevedena na matematički jezik izgleda ovako:

$$x = \frac{1}{2}x + 200 \Rightarrow x - \frac{1}{2}x = 200 \Rightarrow \frac{1}{2}x = 200$$

Ako polovica cijene cipela iznosi 200 kn, onda cipele stoje 2 puta više: $2 \cdot 200 \text{ kn} = 400 \text{ kn}$.

Provjera:

$$400 = 200 + \frac{1}{2} \cdot 400 \Rightarrow 400 = 200 + 200 \Rightarrow 400 = 400$$

Vježba 002

Ivan je dao za cipele 250 kn i još polovicu cijene tih cipela. Koliko koštaju cipele?

Rezultat: 500 kn.

Zadatak 003 (Sanja, osnovna škola)

U lijevom džepu Maja je imala 22 kn više nego u desnom. Kada iz lijevog džepa premjesti u desni 20 kn, onda u desnom džepu ima 3 puta više kuna. Koliko je bilo kuna u svakom džepu?

Rješenje 003

Neka je Maja u desnom džepu imala x kn, onda je u lijevom imala 22 kn više, dakle, $x + 22$. Pregledno prikazimo tablicom:

| | lijevi džep | desni džep |
|---|----------------------------|------------|
| Početno stanje | $x + 22$ | x |
| Iz lijevog džepa premjestimo 20 kn u desni džep | $x + 22 - 20$ | $x + 20$ |
| Novo stanje | $x + 2$ | $x + 20$ |
| U desnom džepu ima tri puta više kuna. | $3 \cdot (x + 2) = x + 20$ | |

Sada lako riješimo jednadžbu:

$$3 \cdot (x + 2) = x + 20 \Rightarrow 3x + 6 = x + 20 \Rightarrow 3x - x = 20 - 6 \Rightarrow 2x = 14 \quad / : 2 \Rightarrow x = 7.$$

U lijevom džepu je bilo 29 kn, a u desnom 7 kn.

Vježba 003

U lijevom džepu Maja je imala 8 kn više nego u desnom. Kada iz lijevog džepa premjesti u desni 9 kn, onda u desnom džepu ima 2 puta više kuna. Koliko je bilo kuna u svakom džepu?

Rezultat: Lijevo džep: 19 kn, desni džep: 11 kn.

Zadatak 004 (Kristina, osnovna škola)

Nadi sve cijele brojeve x , takve da je sljedeći izraz također cijeli broj:

$$\frac{3x + 25}{x}.$$

Rješenje 004

Brojnik podijelimo s nazivnikom da dobijemo količnik (kvocijent) i ostatak:

$$\frac{3x + 25}{x} = 3 + \frac{25}{x},$$

tražimo sve cijele brojeve x za koje je razlomak $\frac{25}{x}$ također cijeli broj. Budući da je

$$25 = 1 \cdot 25 = 5 \cdot 5 = -1 \cdot (-25) = (-5) \cdot (-5),$$

to je $x \in \{-25, -5, -1, 1, 5, 25\}$.

Vježba 004

Nadi sve cijele brojeve x , takve da je sljedeći izraz također cijeli broj:

$$\frac{2x + 35}{x}.$$

Rezultat: $x = -35, -7, -5, -1, 1, 5, 7, 35$.

Zadatak 005 (Ivan, osnovna škola)

Zbroj tri uzastopna prirodna broja iznosi 24. Odredi te brojeve!

Rješenje 005

Prirodni brojevi rastu za 1. Ako je n prirodan broj, broj koji slijedi poslije njega je $n + 1$. Budući da imamo tri uzastopna prirodna broja pisat ćemo:

$$n, n + 1, n + 2.$$

Njihov zbroj je 24:

$$n + n + 1 + n + 2 = 24 \Rightarrow 3n + 3 = 24 \Rightarrow 3n = 24 - 3 \Rightarrow 3n = 21 \text{ / : } 3 \Rightarrow n = 7.$$

Brojevi su 7, 8, 9.

Vježba 005

Zbroj tri uzastopna prirodna broja iznosi 36. Odredi te brojeve!

Rezultat: 11, 12, 13.

Zadatak 006 (Tea, osnovna škola)

U dva džepa Ivan je imao ukupno 40 kn. Ako u desni džep premjesti iz lijevoga 2 kn ostane mu u svakom džepu jednak iznos. Koliko je kuna bilo u desnom, a koliko u lijevom džepu?

Rješenje 006

Pretpostavimo da je u lijevom džepu bilo x kn. Tada je u desnom bilo $40 - x$.

Lijevi džep: x

Desni džep: $40 - x$

Iz lijevog džepa su 2 kn uzete i premještene u desni:

Lijevi džep: $x - 2$

Desni džep: $40 - x + 2$

Sada je u oba džepa bio isti iznos:

$$x - 2 = 40 - x + 2 \Rightarrow x + x = 40 + 2 + 2 \Rightarrow 2x = 44 \text{ / : } 2 \Rightarrow x = 22.$$

U lijevom džepu je bilo 22 kn, a u desnom 18 kn.

Vježba 006

U dva džepa Ivan je imao ukupno 42 kn. Ako u desni džep premjesti iz lijevoga 4 kn ostane mu u svakom džepu jednak iznos. Koliko je kuna bilo u desnom, a koliko u lijevom džepu?

Rezultat: Lijevi džep: 25 kn, desni džep: 17 kn.

Zadatak 007 (Klara, osnovna škola)

Pod kupaonice ima dimenzije 3 m x 2 m. Koliko je potrebno pločica dimenzije 25 cm x 25 cm da bi se pod kupaonice popločilo?

Rješenje 007

1. inačica

Izračunamo površinu kupaonice: $P_1 = 3 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$. Nađemo površinu jedne pločice

(prije toga pretvorimo centimetre u metre, 1 cm = 0.01 m):

$$P_2 = 0.25 \text{ m} \cdot 0.25 \text{ m} = 0.0625 \text{ m}^2.$$

Tada je broj pločica:

$$n = \frac{P_1}{P_2} = \frac{6 \text{ m}^2}{0.0625 \text{ m}^2} = 96.$$

Potrebno je 96 pločica.

2. inačica

Izračunamo koliko treba pločica za 1 m². Budući da je površina jedne pločice $P = 0.25 \text{ m} \cdot 0.25 \text{ m} = 0.0625 \text{ m}^2$, onda za 1 m² treba:

$$n = \frac{1 \text{ m}^2}{0.0625 \text{ m}^2} = 16.$$

Ako za 1 m^2 treba 16 pločica, onda će za 6 m^2 trebati, 6 puta više, 96 pločica.

Vježba 007

Pod kupaonice ima dimenzije $6 \text{ m} \times 8 \text{ m}$. Koliko je potrebno pločica dimenzije $25 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ da bi se pod kupaonice popločilo?

Rezultat: 768.

Zadatak 008 (Zrinka, osnovna škola)

Broj 121 rastavi na dva pribrojnika tako da drugi podijeljen s prvim daje količnik 2 i ostatak 4.

Rješenje 008

Podijelimo li, na primjer, broj 43 brojem 8:

$$\begin{array}{r} 43:8 = 5 \\ 3 \end{array}$$

dobit ćemo količnik 5 i ostatak 3. Tu činjenicu možemo ovako zapisati:

$$43 = 8 \cdot 5 + 3.$$

Ako broj y dijelimo brojem x pa dobijemo količnik q i ostatak r , možemo zapisati na sljedeći način:

$$y = x \cdot q + r.$$

Postavimo sada sustav jednažbi!

Budući da broj 121 rastavljamo na dva pribrojnika, označimo prvi pribrojnik slovom x , a drugi slovom y . Tada je:

$$x + y = 121.$$

Rečenicu "... tako da drugi podijeljen s prvim daje količnik 2 i ostatak 4." zapisujemo ovako:

$$y = 2 \cdot x + 4.$$

Dobili smo sustav dvije linearne jednažbe s dvije nepoznanice:

$$\begin{cases} x + y = 121 \\ y = 2 \cdot x + 4. \end{cases}$$

Riješit ćemo ga metodom supstitucije. Iz druge jednažbe vrijednost za y uvrštavamo u prvu jednažbu:

$$\begin{cases} x + y = 121 \\ y = 2 \cdot x + 4 \end{cases} \Rightarrow x + 2x + 4 = 121 \Rightarrow x + 2x = 121 - 4 \Rightarrow 3x = 117 \quad /:3 \Rightarrow x = 39.$$

Vrijednost za y dobijemo iz jednažbe:

$$y = 2 \cdot x + 4 \Rightarrow y = 2 \cdot 39 + 4 \Rightarrow y = 78 + 4 = 82.$$

Pribojnici su 39 i 82.

Vježba 008

Broj 121 rastavi na dva pribrojnika tako da drugi podijeljen s prvim daje količnik 2 i ostatak 10.

Rezultat: Pribojnici su 37 i 84.

Zadatak 009 (Zrinka, osnovna škola)

Dva se broja razlikuju za 27. Povećamo li veći broj za 6 manji će se broj prema većem odnositi kao 1 : 4. Koji su to brojevi?

Rješenje 009

Ako veći broj označimo slovom x , a manji slovom y , tada se rečenica "Dva se broja razlikuju za 27." zapisuje na sljedeći način:

$$x - y = 27.$$

Kako ćemo zapisati izreku "Povećamo li veći broj za 6..."? Zapisat ćemo ovako:

$$x + 6.$$

Rečenicu "Povećamo li veći broj za 6 manji će se broj prema većem odnositi kao 1 : 4." zapisat ćemo kao razmjer:

$$y : (x + 6) = 1 : 4.$$

Tako smo dobili sustav dvije linearne jednačbe s dvije nepoznanice.

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 27 \\ y : (x + 6) = 1 : 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 27 \\ 4 \cdot y = 1 \cdot (x + 6) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 27 \\ 4y = x + 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - y = 27 \\ -x + 4y = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow [\text{metoda suprotnih koeficijenata}] \Rightarrow 3y = 33 \quad /:3 \Rightarrow y = 11.$$

Broj x dobije se iz jednačbe:

$$x - y = 27 \Rightarrow x - 11 = 27 \Rightarrow x = 27 + 11 = 38.$$

To su brojevi 38 i 11.

Vježba 009

Dva se broja razlikuju za 27. Povećamo li veći broj za 12 manji će se broj prema većem odnositi kao 1 : 4. Koji su to brojevi?

Rezultat: To su brojevi 40 i 13.

Zadatak 010 (Jelena, osnovna škola)

Za 3 kg jabuka i 2.5 kg bresaka plaćeno je 41 kn, a za 4 kg jabuka i 2 kg bresaka 40 kn. Koliko se mora platiti za 5 kg jabuka i 4 kg bresaka?

Rješenje 010

Neka je x cijena 1 kg jabuka. Za 3 kg jabuka plati se $3 \cdot x$ kn.

Neka je y cijena 1 kg bresaka. Za 2.5 kg bresaka plati se $2.5 \cdot y$ kn.

Rečenicu "Za 3 kg jabuka i 2.5 kg bresaka plaćeno je 41 kn," pišemo u obliku jednačbe:

$$3x + 2.5y = 41.$$

Drugu rečenicu "... a za 4 kg jabuka i 2 kg bresaka 40 kn." zapisujemo novom jednačbom:

$$4x + 2y = 40.$$

Sustav jednačbi:

$$\begin{cases} 3x + 2.5y = 41 \\ 4x + 2y = 40 \end{cases}$$

riješimo metodom suprotnih koeficijenata:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2.5y = 41 \\ 4x + 2y = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 2.5y = 41 \quad / \cdot 4 \\ 4x + 2y = 40 \quad / \cdot (-3) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 12x + 10y = 164 \\ -12x - 6y = -120 \end{array} \right\} \Rightarrow 4y = 44 \quad /:4 \Rightarrow y = 11.$$

Sada se x dobije iz druge jednačbe:

$$4x + 2y = 40 \quad /:2 \Rightarrow 2x + y = 20 \Rightarrow 2x + 11 = 20 \Rightarrow 2x = 20 - 11 \Rightarrow 2x = 9 \quad /:2 \Rightarrow x = 4.5.$$

Cijena 1 kg jabuka je 4.5 kn, a 1 kg bresaka 11 kn.

Izračunajmo koliko moramo platiti za 5 kg jabuka i 4 kg bresaka:

$$5 \cdot 4.5 + 4 \cdot 11 = 22.5 + 44 = 66.50.$$

Platit ćemo 66.50 kn.

Vježba 010

Za 3 kg jabuka i 2.5 kg bresaka plaćeno je 27 kn, a za 4 kg jabuka i 2 kg bresaka 28 kn. Koliko se mora platiti za 5 kg jabuka i 4 kg bresaka?

Rezultat: Platit ćemo 44 kn.

Zadatak 011 (Nikolina, osnovna škola)

U voćnjaku je 20 stabala voćaka: jabuka, krušaka i šljiva. Polovica stabala su jabuke, četvrtina kruške. Koliko ima stabala šljiva u voćnjaku?

Rješenje 011

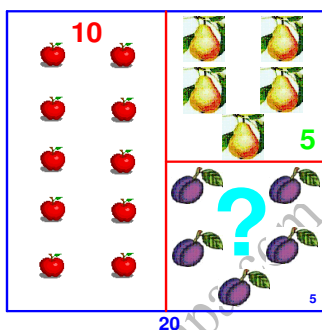
U voćnjaku ima 20 stabala, a polovica su jabuke. Znači da jabuka ima $20 : 2 = 10$.

U voćnjaku ima 20 stabala, a četvrtina su kruške. Znači da krušaka ima $20 : 4 = 5$.

Ostatak voćaka su šljive. Ako od ukupnog broja stabala voćaka oduzmemo broj stabala jabuka i krušaka, dobit ćemo broj stabala šljiva. Pišemo:

$$20 - (20 : 2 + 20 : 4) = x \Rightarrow 20 - (10 + 5) = x \Rightarrow 20 - 15 = x \Rightarrow 5 = x \Rightarrow x = 5.$$

U voćnjaku ima 5 stabala šljiva.



Vježba 011

U voćnjaku je 40 stabala voćaka: jabuka, krušaka i šljiva. Polovica stabala su jabuke, četvrtina kruške. Koliko ima stabala šljiva u voćnjaku?

Rezultat: 10.

Zadatak 012 (Lady GaGa, osnovna škola)

Pri izgradnji željezničke pruge Lejla je napravila tri tunela ☺. Duljina 1. i 2. tunela zajedno iznosi 440 m, duljina 1. i 3. tunela 1350 m, a duljina 2. i 3. tunela 1520 m. Kolika je duljina svakog tunela?

Rješenje 012

1. inačica



Lejlini tuneli



Zbroj duljina prvog i drugog tunela zajedno je 440 m.

Zbroj duljina prvog i trećeg tunela zajedno je 1350 m.

Zbroj duljina drugog i trećeg tunela zajedno je 1520 m. Ukupan zbroj iznosi:

$$440 m + 1350 m + 1520 m = 3310 m.$$

Uočimo da je u tom zbroju duljina svakog tunela uračunata dva puta. Rezultat podijelimo sa 2 i dobijemo zbroj duljina sva tri tunela.

$$3310 m : 2 = 1655 m.$$

Prvi tunel

- Zbroj duljina sva tri tunela je 1655 m.

Zbroj duljina drugog i trećeg tunela zajedno je 1520 m. Duljina prvog tunela jednaka je:

$$1655 m - 1520 m = 135 m.$$

Drugi tunel

- Zbroj duljina sva tri tunela je 1655 m.

Zbroj duljina prvog i trećeg tunela zajedno je 1350 m. Duljina drugog tunela jednaka je:

$$1655 \text{ m} - 1350 \text{ m} = 305 \text{ m}.$$

Treći tunel

- Zbroj duljina sva tri tunela je 1655 m.

Zbroj duljina prvog i drugog tunela zajedno je 440 m. Duljina trećeg tunela jednaka je:

$$1655 \text{ m} - 440 \text{ m} = 1215 \text{ m}.$$

2. inačica

Prvi tunel

Zbrojimo duljine prvog i drugog tunela te prvog i trećeg tunela.

$$440 \text{ m} + 1350 \text{ m} = 1790 \text{ m}.$$

Zbroj duljina drugog i trećeg tunela zajedno je 1520 m.

Oduzimanjem tih duljina dobije se dvostruka duljina prvog tunela.

$$1790 \text{ m} - 1520 \text{ m} = 270 \text{ m}.$$

Duljina prvog tunela iznosi:

$$270 \text{ m} : 2 = 135 \text{ m}.$$

Drugi tunel

Zbroj duljina prvog i drugog tunela zajedno je 440 m.

Duljina prvog tunela iznosi 135 m.

Duljina drugog tunela je:

$$440 \text{ m} - 135 \text{ m} = 305 \text{ m}.$$

Treći tunel

Zbroj duljina prvog i trećeg tunela zajedno je 1350 m.

Duljina prvog tunela iznosi 135 m.

Duljina trećeg tunela je:

$$1350 \text{ m} - 135 \text{ m} = 1215 \text{ m}.$$

Vježba 012

Pri izgradnji željezničke pruge Lejla je napravila tri tunela ☺. Duljina 1. i 2. tunela zajedno iznosi 400 m, duljina 1. i 3. tunela 800 m, a duljina 2. i 3. tunela 900 m. Kolika je duljina svakog tunela?

Rezultat: 150 m, 250 m, 650 m.