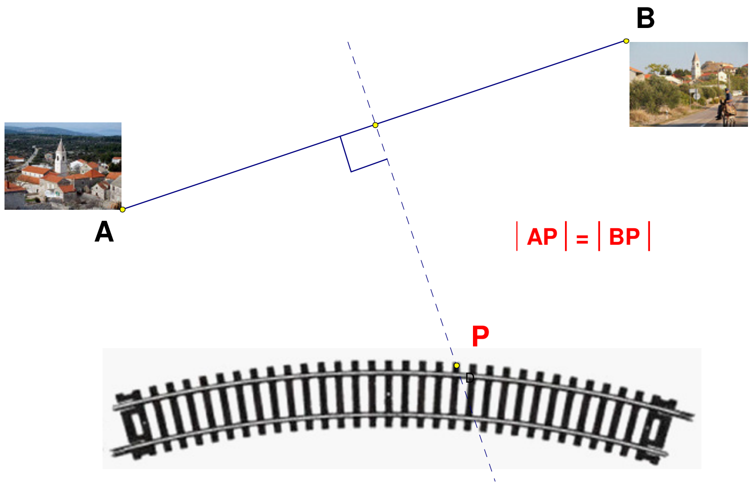
Zadatak 181 (Roxy, srednja škola)

Željeznička pruga ne prolazi kroz naselja A i B. Gdje treba izgraditi željezničku postaju tako da bude jednako udaljena od mjesta A i mjesta B?

Rješenje 181

Ponovimo!

Simetrala dužine je pravac okomit na dužinu te prolazi njezinim polovištem. Ta svojstva uvjetuju da je svaka točka na simetrali jednako udaljena od rubnih točaka dužine.



Točke koje su jednako udaljene od A i B nalaze se na simetrali dužine $\overline{AB}$. Dakle, postaja mora biti na mjestu gdje simetrala dužine $\overline{AB}$ siječe prugu.

Vježba 181

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 182 (Ante, tehnička škola)

Odredi parametar $m \in R$ uz uvjet da sva tri pravca $x + y - 9 = 0$, $2 \cdot x + 5 \cdot y - 39 = 0$ i $m \cdot x + 7 \cdot y - 3 = 0$ prolaze istom točkom.

Rješenje 182

Ponovimo!

Parametar

Vladimir Anić, Ivo Goldstein, Rječnik stranih riječi, Novi Liber, Zagreb, 2002.

Veličina, obično realna varijabla, čije vrijednosti služe za razlikovanje elemenata nekog skupa točaka funkcija, jednadžbi ili drugih matematičkih objekata.

Bratoljub Klaić, Rječnik stranih riječi, Nakladni zavod MH, Zagreb, 1983.

Veličina o kojoj ovisi funkcija ili oblik krivulje.

Najprije odredimo presjek pravaca $x + y - 9 = 0$ i $2 \cdot x + 5 \cdot y - 39 = 0$ tako da riješimo sustav jednadžba.

$$\left.\begin{array}{l} x+y-9=0 \\ 2\cdot x+5\cdot y-39=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=9 \\ 2\cdot x+5\cdot y=39 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+y=9 \;/\cdot(-2) \\ 2\cdot x+5\cdot y=39 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -2\cdot x-2\cdot y=-18 \\ 2\cdot x+5\cdot y=39 \end{array}\right\} \Rightarrow 3\cdot y=21 \Rightarrow 3\cdot y=21 \;/:3 \Rightarrow y=7.$$

Računamo x.

$$\left.\begin{array}{l} y=7 \\ x+y=9 \end{array}\right\} \Rightarrow x+7=9 \Rightarrow x=9-7 \Rightarrow x=2.$$

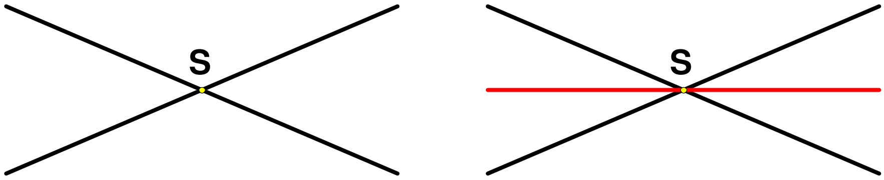
Sjecište pravaca je točka

$$S(x,\ y)=S(2,\ 7).$$

Budući da i pravac m · x + 7 · y – 3 = 0 mora prolaziti tom točkom, njezine koordinate uvrstit ćemo u jednadžbu pravca.

$$\left.\begin{matrix} S(x,\ y)=S(2,\ 7) \\ m\cdot x+7\cdot y-3=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow\ 2\cdot m+7\cdot 7-3=0\ \Rightarrow\ 2\cdot m+49-3=0\ \Rightarrow\ 2\cdot m=-49+3\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot m=-46\ \Rightarrow\ 2\cdot m=-46\ /:2\ \Rightarrow\ m=-23.$$



Vježba 182

Odredi parametar $m\in R$ uz uvjet da sva tri pravca x + y – 9 = 0, 2 · x + 5 · y – 39 = 0 i m · x + 6 · y – 52 = 0 prolaze istom točkom.

Rezultat: m = 5.

Zadatak 183 (Lana, maturantica)

Da bi pravac y = k · x + 1.5 dijelio pravokutnik $\{(x,\ y): 0\le x\le 2\ ,\ 0\le y\le 1\}$ na dva dijela jednakih površina konstanta k mora iznositi:

$$A.\ 2\qquad B.\ 1\qquad C.\ -1\qquad D.\ 0.5\qquad E.\ -0.5$$

Rješenje 183

Ponovimo!

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Jednadžba pravca oblika

$$y=k\cdot x+l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.
Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\ne 0\ ,\ n\ne 1.$$

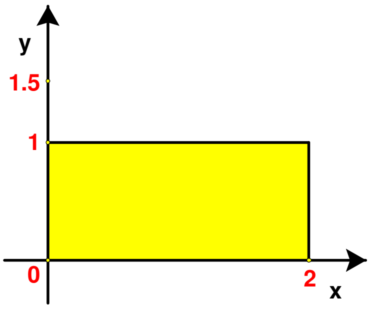
Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri stranice.
Paralelogrami su četverokuti kojima su po dvije nasuprotne stranice usporedne (paralelne).
Pravokutnik je paralelogram koji ima barem jedan pravi kut (pravi kut ima 90º).
Ploština pravokutnika izračunava se po formuli:

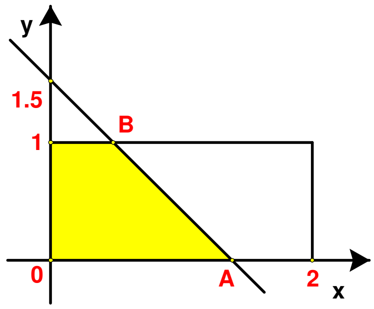
$$P=a\cdot b,$$

gdje su a i b duljine njegovih stranica.
Trapez je četverokut kojemu su dvije suprotne stranice usporedne (paralelne). Usporedne stranice zovu se osnovice, a druge dvije zovu se kraci trapeza.
Ploština trapeza izračunava se po formuli

$$P=\frac{a+c}{2}\cdot v,$$

gdje je a donja osnovica, c gornja osnovica, v visina trapeza.





Pravokutnik na slici ima površinu

$$P = 2 \cdot 1 \Rightarrow P = 2.$$

Pravac y = k · x + 1.5 dijeli ga na dva trapeza jednakih površina (svaki površine 1). Najprije odredimo presjek pravca y = k · x + 1.5 s:

- osi x

$$\left.\begin{array}{l} y = 0 \\ y = k \cdot x + 1.5 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = k \cdot x + 1.5 \Rightarrow k \cdot x + 1.5 = 0 \Rightarrow k \cdot x = -1.5 \Rightarrow k \cdot x = -1.5 \; / \cdot \frac{1}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1.5}{k} \Rightarrow A(x, y) = A\left(-\frac{1.5}{k}, 0\right).$$

- pravcem y = 1

$$\left.\begin{array}{l} y = 1 \\ y = k \cdot x + 1.5 \end{array}\right\} \Rightarrow 1 = k \cdot x + 1.5 \Rightarrow k \cdot x + 1.5 = 1 \Rightarrow k \cdot x = 1 - 1.5 \Rightarrow k \cdot x = -0.5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k \cdot x = -0.5 \; / \cdot \frac{1}{k} \Rightarrow x = -\frac{0.5}{k} \Rightarrow B(x, y) = B\left(-\frac{0.5}{k}, 1\right).$$

Uočimo trapez 0AB1 čija je donja osnovica $a = -\frac{1.5}{k}$, gornja osnovica $c = -\frac{0.5}{k}$, visina v = 1 i površina P = 1. Dalje slijedi:

$$P = \frac{a + c}{2} \cdot v \Rightarrow 1 = \frac{-\frac{1.5}{k} - \frac{0.5}{k}}{2} \cdot 1 \Rightarrow 1 = \frac{-\frac{2}{k}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{-\frac{2}{k}}{2} \; / \cdot 2 \Rightarrow 2 = -\frac{2}{k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 = -\frac{2}{k} \; / \cdot \frac{k}{2} \Rightarrow k = -1.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 183

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 184 (Pixel, maturant)

Koliki je parametar a u jednadžbi x + a · y – 4 = 0, ako je duljina njegovog odsječka između pozitivnih koordinatnih osi jednaka $2 \cdot \sqrt{5}$?

$$A.\ 3 \qquad B.\ 1 \qquad C.\ 2 \qquad D.\ 4$$

Rješenje 184

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a \quad , \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90º). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete,

a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.

Pitagorin poučak

Trokut ABC je pravokutan ako i samo ako je kvadrat nad hipotenuzom jednak zbroju kvadrata nad katetama.

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

Jednadžba pravca oblika

$$A \cdot x + B \cdot y + C = 0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.

Ako su (m, 0) i (0, n) koordinate presjeka pravca s koordinatnim osima, onda pravac ima jednadžbu

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1.$$

Nju nazivamo segmentni oblik jednadžbe pravca.

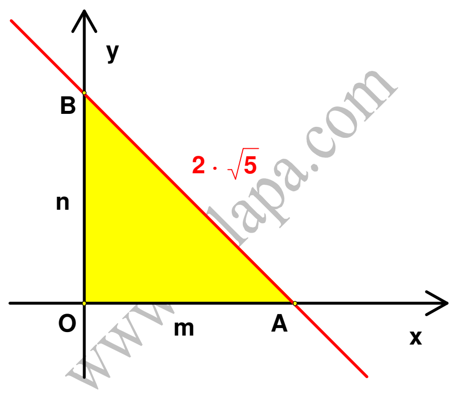
Ako točka T leži na x – osi ima koordinate T(x, 0).

Ako točka T leži na y – osi ima koordinate T(0, y).

Udaljenost točaka $A(x_1, y_1)$ i $B(x_2, y_2)$:

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

1.inačica



Sa slike vidi se:

$$|AB| = 2 \cdot \sqrt{5} \quad , \quad |OA| = m \quad , \quad |OB| = n$$

Preoblikujemo jednadžbu pravca u segmentni oblik.

$$x + a \cdot y - 4 = 0 \Rightarrow x + a \cdot y = 4 \Rightarrow x + a \cdot y = 4 \ / \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{a \cdot y}{4} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{\frac{4}{a}} = 1 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} m = 4 \\ n = \frac{4}{a} \end{array}\right\}.$$

Iz pravokutnog trokuta OAB uporabom Pitagorina poučka dobije se:

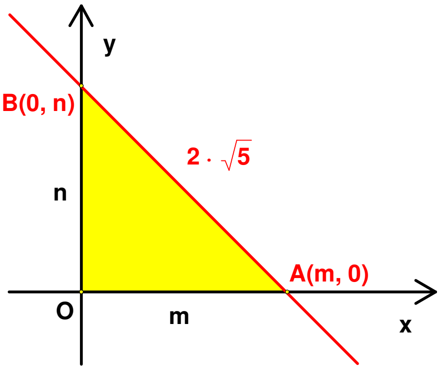
$$|AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 \Rightarrow \left(2 \cdot \sqrt{5}\right)^2 = m^2 + n^2 \Rightarrow 2^2 \cdot \left(\sqrt{5}\right)^2 = 4^2 + \left(\frac{4}{a}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot 5 = 16 + \frac{16}{a^2} \Rightarrow 20 = 16 + \frac{16}{a^2} \Rightarrow 20 - 16 = \frac{16}{a^2} \Rightarrow 4 = \frac{16}{a^2} \Rightarrow 4 = \frac{16}{a^2} \ / \cdot \frac{a^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a^2 = 4 \ / \sqrt{\ } \Rightarrow a = \sqrt{4} \Rightarrow a = 2.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica



Uočimo da zadani pravac siječe koordinatne osi u točkama A i B čije koordinate glase:

$$\left.\begin{array}{l} A\left(x_1,\ y_1\right)=A(m,\ 0) \\ B\left(x_2,\ y_2\right)=B(0,\ n) \end{array}\right\}.$$

Udaljenost između točaka A i B iznosi:

$$|AB|=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |AB|=2\cdot\sqrt{5} \\ A\left(x_1,\ y_1\right)=A(m,\ 0) \\ B\left(x_2,\ y_2\right)=B(0,\ n) \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\sqrt{5}=\sqrt{(0-m)^2+(n-0)^2} \Rightarrow 2\cdot\sqrt{5}=\sqrt{m^2+n^2} \Rightarrow 2\cdot\sqrt{5}=\sqrt{m^2+n^2}\ /^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(2\cdot\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{m^2+n^2}\right)^2 \Rightarrow 2^2\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2=4^2+\left(\frac{4}{a}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4\cdot 5=16+\frac{16}{a^2} \Rightarrow 20=16+\frac{16}{a^2} \Rightarrow 20-16=\frac{16}{a^2} \Rightarrow 4=\frac{16}{a^2} \Rightarrow 4=\frac{16}{a^2}\ /\cdot\frac{a^2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a^2=4\ /\sqrt{\ } \Rightarrow a=\sqrt{4} \Rightarrow a=2.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 184

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 185 (Branka, gimnazija)

Odredite koeficijent smjera pravca koji sa zadanim pravcem $y=x+l$, $l\in R$ zatvara kut od 45".

Rješenje 185

Ponovimo!

$$tg\,45^\circ=1 \quad , \quad \frac{a}{b}=1 \Rightarrow a=b \quad , \quad a\cdot b=0\ ,\ a\equiv 0 \Rightarrow a=0.$$

Jednadžba pravca oblika

$$y=k\cdot x+l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.
Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.
Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj $-x$ koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.
Kut između pravaca

$$y = k_1 \cdot x + l_1 \quad , \quad y = k_2 \cdot x + l_2$$

računa se iz formule

$$tg\,\varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|.$$

Zadani pravac $y = x + 1$ ima koeficijent smjera $k = 1$. Pravac $y = k_1 \cdot x + l_1$ ima koeficijent smjera k_1 i sa zadanim pravcem zatvara kut od 45".

$$tg\,\varphi = \left| \frac{k - k_1}{1 + k \cdot k_1} \right| \Rightarrow \begin{bmatrix} \varphi = 45^\circ \\ k = 1 \end{bmatrix} \Rightarrow tg\,45^\circ = \left| \frac{1 - k_1}{1 + 1 \cdot k_1} \right| \Rightarrow 1 = \left| \frac{1 - k_1}{1 + k_1} \right|.$$

Dobijemo dvije jednadžbe:

- $$\frac{1 - k_1}{1 + k_1} = -1 \Rightarrow \frac{1 - k_1}{1 + k_1} = -1 \,/ \cdot (1 + k_1) \Rightarrow 1 - k_1 = -(1 + k_1) \Rightarrow 1 - k_1 = -1 - k_1 \Rightarrow$$
  $$\Rightarrow 1 - k_1 = -1 - k_1 \Rightarrow 1 = -1. \text{ Nema smisla.}$$
- $$\frac{1 - k_1}{1 + k_1} = 1 \Rightarrow 1 - k_1 = 1 + k_1 \Rightarrow 1 - k_1 = 1 + k_1 \Rightarrow -k_1 = k_1 \Rightarrow -k_1 - k_1 = 0 \Rightarrow$$
  $$\Rightarrow -2 \cdot k_1 = 0 \Rightarrow k_1 = 0.$$

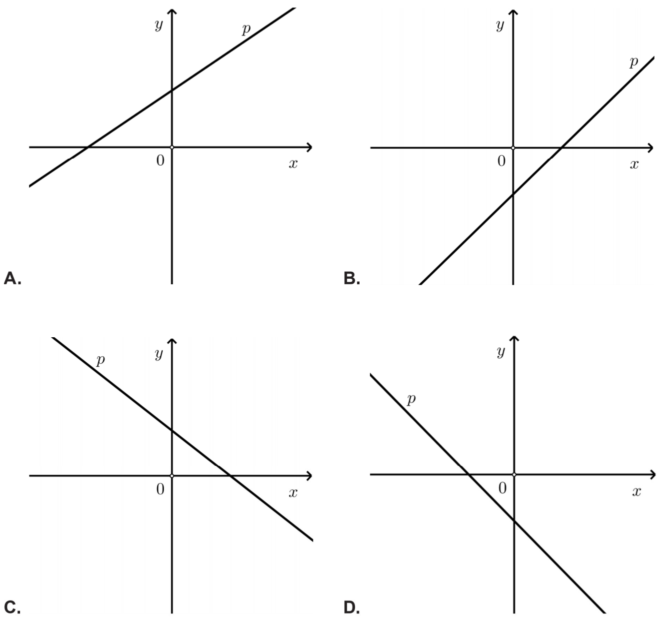
Vježba 185

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 186 (112, maturant)

Na kojoj je slici prikazan pravac zadan jednadžbom $A \cdot x + B \cdot y + 6 = 0$, $A > 0$, $B < 0$?



Rješenje 186

Ponovimo!

Jednadžba pravca oblika

$$A \cdot x + B \cdot y + C = 0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Jednadžba pravca oblika

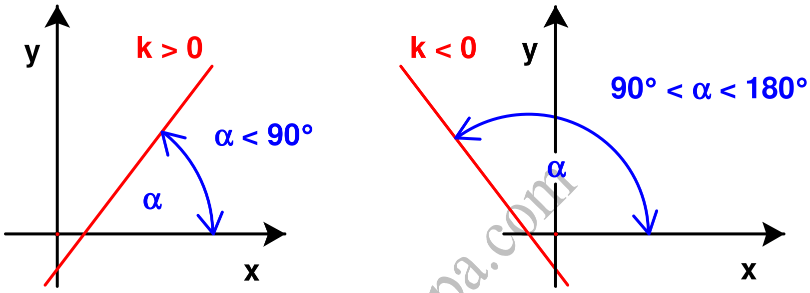
$$y = k \cdot x + l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.
Kut za koji treba u pozitivnom smjeru (smjer suprotan od gibanja kazaljke na satu) zarotirati pozitivni dio x – osi oko sjecišta pravca i osi x do pravca naziva se **prikloni kut** pravca. Njegov tangens jednak je koeficijentu smjera pravca, tj.

$$tg\,\alpha = k.$$

Za koeficijent smjera k vrijedi:

- k > 0 … pravac čini s pozitivnim smjerom osi x šiljasti kut (kut manji od 90º)
- k < 0 … pravac čini s pozitivnim smjerom osi x tupi kut (kut između 90º i 180º)

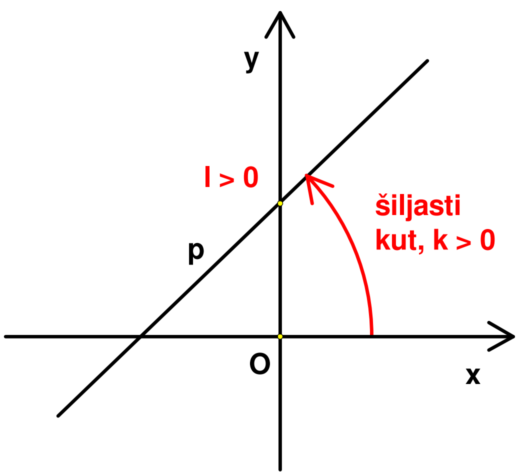


Preoblikujemo implicitni oblik jednadžbe pravca u eksplicitni.

$$A \cdot x + B \cdot y + 6 = 0 \;\Rightarrow\; B \cdot y = -A \cdot x - 6 \;\Rightarrow\; B \cdot y = -A \cdot x - 6 \;/\cdot \frac{1}{B} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; y = -\frac{A}{B} \cdot x - \frac{6}{B} \;\Rightarrow\; \left[\, y = k \cdot x + l \,\right] \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} k = -\frac{A}{B} \\ l = -\frac{6}{B} \end{matrix}\right\} \;\Rightarrow\; \left[\begin{matrix} \text{uvjeti} \\ A > 0 \\ B < 0 \end{matrix}\right] \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} k > 0 \\ l > 0 \end{matrix}\right\}.$$

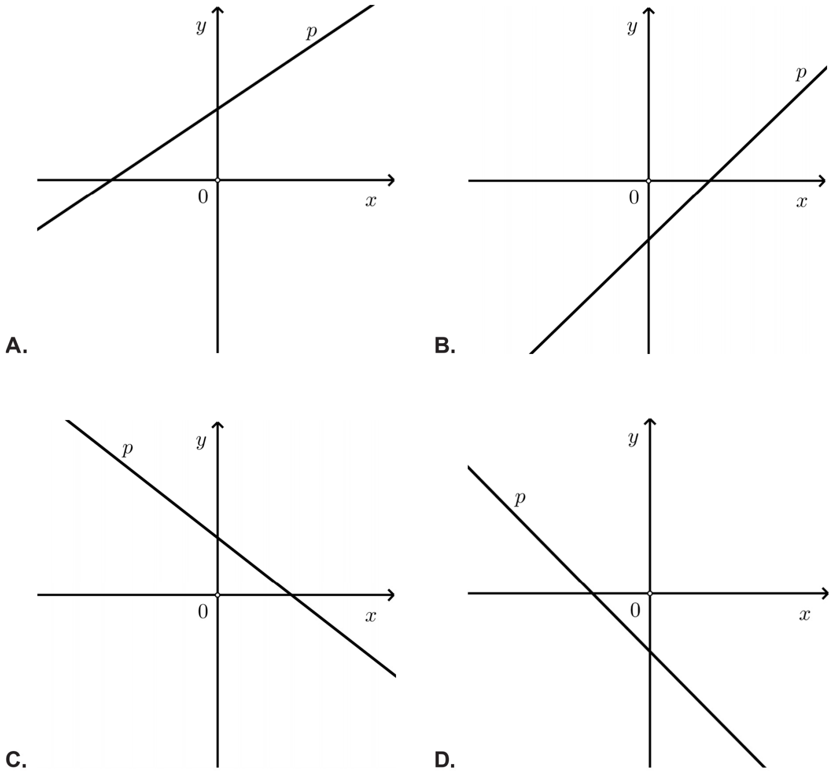
Koeficijent smjera k je pozitivan. Zato pravac zatvara šiljasti kut s pozitivnim smjerom x osi.
Odsječak na y osi je pozitivan.



Odgovor je pod A.

Vježba 186

Na kojoj je slici prikazan pravac zadan jednadžbom A · x + B · y + 6 = 0, A < 0, B < 0?



Rezultat: C.

Zadatak 187 (Roberta, srednja škola)

Zadan je pravac y = 2 · x – 3. Odredite jednadžbu simetričnog pravca obzirom na:

a) os y *b*) os x *c*) ishodište koordinatnog sustava

Rješenje 187

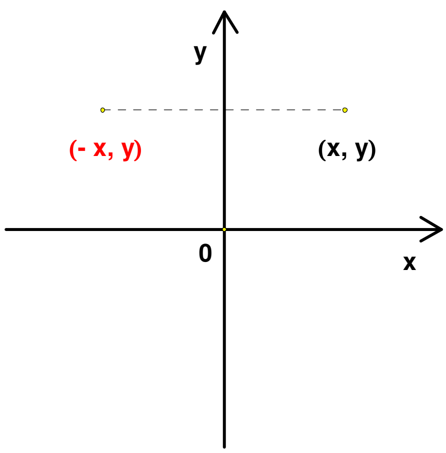
Ponovimo!

Jednadžba pravca oblika

$$y = k \cdot x + l$$

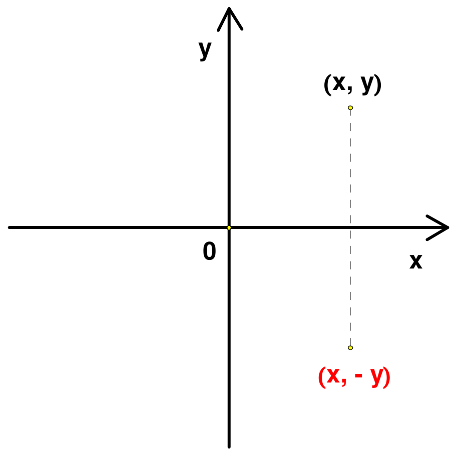
naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.

a)



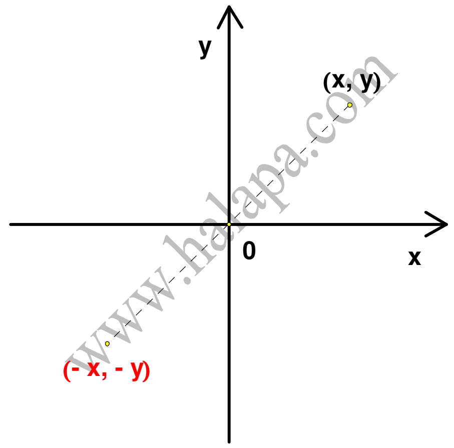
$$y = 2 \cdot x - 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{zamjena} \\ x \to -x \end{bmatrix} \Rightarrow y = 2 \cdot (-x) - 3 \Rightarrow y = -2 \cdot x - 3.$$

b)



$$y = 2 \cdot x - 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{zamjena} \\ y \to -y \end{bmatrix} \Rightarrow -y = 2 \cdot x - 3 \Rightarrow -y = 2 \cdot x - 3 \,/ \cdot (-1) \Rightarrow y = -2 \cdot x + 3.$$

c)



$$y = 2 \cdot x - 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{zamjene} \\ y \to -y \\ x \to -x \end{bmatrix} \Rightarrow -y = 2 \cdot (-x) - 3 \Rightarrow -y = -2 \cdot x - 3 \Rightarrow -y = -2 \cdot x - 3 \,/ \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 2 \cdot x + 3.$$

Vježba 187

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 188 (Mira, gimnazija)

Površina kvadrata, kome jedan par paralelnih stranica leži na pravcima y = x + 5 i y = x + 3, iznosi:

$$A. \sqrt{2} \qquad B. \, 2 \qquad C. \, 4 \qquad D. \, 5$$

Rješenje 188

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2 = a.$$

Jednadžba pravca oblika

$$y = k \cdot x + l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.
Uvjet usporednosti (paralelnosti):
Ako su pravci dani eksplicitnim jednadžbama $y = k_1 \cdot x + l_1$, $y = k_2 \cdot x + l_2$, tada su usporedni ako i samo ako je

$$k_1 = k_2.$$

Jednadžba pravca oblika

$$A \cdot x + B \cdot y + C = 0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Udaljenost točke od pravca
Udaljenost d točke $T(x_0, y_0)$ i pravca p ... $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$ dana je formulom

$$d = \frac{\left| A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C \right|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

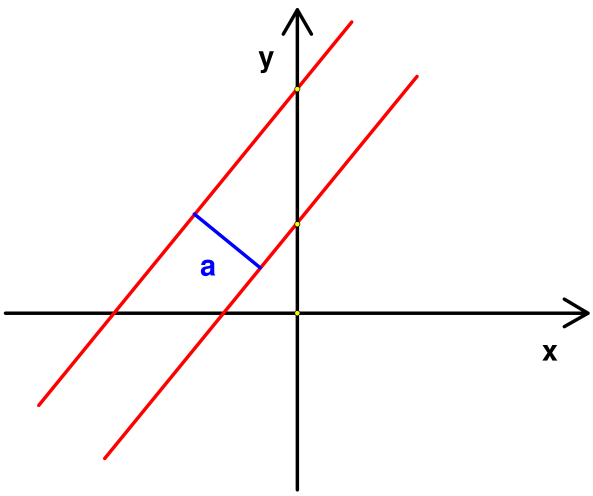
$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.
Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.
Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri dužine. Konveksni četverokuti su četverokuti kojima su svi kutovi manji od 180°.
Kvadrat je četverokut kojemu su sve stranice sukladne, a dijagonale međusobno sukladne i okomite.
Površina kvadrata duljine stranice a izračunava se po formuli

$$P = a^2.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$



Moramo odrediti udaljenost između zadanih pravaca. U tu svrhu odaberemo na bilo kojem pravcu bilo koju točku. Na primjer,

$$y = x + 3 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{po volji} \\ x = 0 \end{bmatrix} \Rightarrow y = 0 + 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow T(x, y) = T(0, 3).$$

Jednadžbu pravca y = x + 5 napišemo u implicitnom obliku.

$$y=x+5 \Rightarrow x+5=y \Rightarrow x-y+5=0 \Rightarrow \left.\begin{matrix} x-y+5=0 \\ A=1\ ,\ B=-1\ ,\ C=5 \end{matrix}\right\}.$$

Udaljenost a točke T od pravca x – y + 5 = 0 iznosi:

$$\left.\begin{matrix} T(x_\circ, y_\circ)=T(0,3) \\ A=1\ ,\ B=-1\ ,\ C=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[a=\frac{|A\cdot x_\circ+B\cdot y_\circ+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} \right] \Rightarrow a=\frac{|1\cdot 0+(-1)\cdot 3+5|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=\frac{|0-3+5|}{\sqrt{1+1}} \Rightarrow a=\frac{|2|}{\sqrt{2}} \Rightarrow a=\frac{2}{\sqrt{2}}.$$

Površina kvadrata je

$$P=a^2 \Rightarrow P=\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 \Rightarrow P=\frac{2^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2} \Rightarrow P=\frac{4}{2} \Rightarrow P=\frac{4}{2} \Rightarrow P=2.$$

Vježba 188

Površina kvadrata, kome jedan par paralelnih stranica leži na pravcima y = x + 6 i y = x + 4, iznosi:

$$A.\ \sqrt{2} \qquad B.\ 2 \qquad C.\ 4 \qquad D.\ 5$$

Rezultat: B.

Zadatak 189 (Ljiljana, ekonomska škola)

Pravci y – 2 · x – 3 · a = 0, y – a · x – 5 = 0 sijeku se u točki s apscisom 2. Konstanta a iznosi

$$A.\ -1 \qquad B.\ 0 \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 2$$

Rješenje 189

Ponovimo!

$$\left.\begin{matrix} a=b \\ c=d \end{matrix}\right\} \Rightarrow a+c=b+d.$$

Jednadžba pravca oblika

$$A\cdot x+B\cdot y+C=0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\left.\begin{matrix} y-2\cdot x-3\cdot a=0 \\ y-a\cdot x-5=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{uvjet} \\ x=2 \end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{matrix} y-2\cdot 2-3\cdot a=0 \\ y-2\cdot a-5=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y-4-3\cdot a=0 \\ y-2\cdot a-5=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} y-3\cdot a=4 \\ y-2\cdot a=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{matrix} y-3\cdot a=4\ /\cdot(-1) \\ y-2\cdot a=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} -y+3\cdot a=-4 \\ y-2\cdot a=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=1.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

Riješimo sustav po nepoznanici x.

$$\left.\begin{matrix} y-2\cdot x-3\cdot a=0 \\ y-a\cdot x-5=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y-2\cdot x=3\cdot a \\ y-a\cdot x=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{matrix} y-2\cdot x=3\cdot a\ /\cdot(-1) \\ y-a\cdot x=5 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{rmatrix} -y+2\cdot x=-3\cdot a \\ y-a\cdot x=5 \end{rmatrix} \Rightarrow 2\cdot x-a\cdot x=-3\cdot a+5 \Rightarrow (2-a)\cdot x=5-3\cdot a \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{uvjet} \\ x=2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2-a)\cdot 2=5-3\cdot a \Rightarrow 4-2\cdot a=5-3\cdot a \Rightarrow -2\cdot a+3\cdot a=5-4 \Rightarrow a=1.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 189

Pravci y – 2 · x – 3 · a = 0, y – a · x – 5 = 0 sijeku se u točki s apscisom 1. Konstanta a iznosi

$A.\ 0 \qquad B.\ 1 \qquad C.\ 1.5 \qquad D.\ 2.5$

Rezultat: C.

Zadatak 190 (Branko, ekonomska škola)

Pravac prolazi točkom T(– 2, – 3), a s osi x čini kut od 135º. Odredite mu jednadžbu.

Rješenje 190

Ponovimo!

Jednadžba pravca oblika

$$A\cdot x+B\cdot y+C=0$$

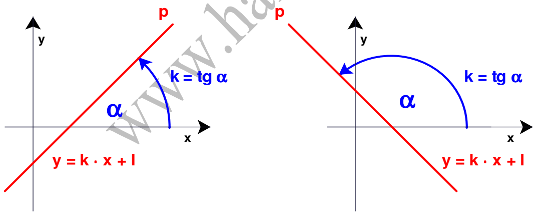
naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Jednadžba pravca oblika

$$y=k\cdot x+l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.

Prikloni kut pravca je kut za koji treba u pozitivnom smjeru zarotirati pozitivni dio x – osi oko presjeka pravca i osi do pravca p. Njegov tangens jednak je koeficijentu smjera pravca, tj.

$$\text{tg } \alpha = k.$$



Koeficijent smjera pravca je

$$k=tg\,\alpha \Rightarrow \left[\alpha=135^\circ\right] \Rightarrow k=tg\,135^\circ \Rightarrow$$  $$\Rightarrow k=-1.$$

Budući da pravac prolazi točkom T, njezine koordinate uvrstit ćemo u jednadžbu pravca i izračunati odsječak l na y osi.

$$\left.\begin{matrix} T(x,\ y)=T(-2,-3) \\ k=-1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\ y=k\cdot x+l\ \right] \Rightarrow -3=-1\cdot(-2)+l \Rightarrow -3=2+l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2+l=-3 \Rightarrow l=-3-2 \Rightarrow l=-5.$$

Jednadžba pravca glasi:

$$y=k\cdot x+l \Rightarrow \begin{bmatrix} k=-1 \\ l=-5 \end{bmatrix} \Rightarrow y=-x-5 \Rightarrow x+y+5=0.$$

Vježba 190

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 191 (Ljilja, maturantica)

Dvije stranice paralelograma leže na pravcima 3 · x – y = 0 i x + 2 · y – 7 = 0, a sjecište dijagonala je točka S(5, 4). Ostale dvije stranice leže na pravcima:

$$A.\ 3\cdot x-y-19=0,\ x+2\cdot y-18=0 \qquad B.\ 3\cdot x-y-22=0,\ x+2\cdot y-19=0$$
$$C.\ 3\cdot x-y-18=0,\ x+2\cdot y-19=0 \qquad D.\ 6\cdot x+2\cdot y=0,\ 2\cdot x+4\cdot y-19=0$$
$$E.\ x-2\cdot y=0,\ x+2\cdot y-7=0$$

Rješenje 191

Ponovimo!

Jednadžba pravca oblika

$$A\cdot x+B\cdot y+C=0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Jednadžba pravca oblika

$$y=k\cdot x+l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.

Uvjet usporednosti (paralelnosti):
Ako su pravci dani eksplicitnim jednadžbama $y = k_1 \cdot x + l_1$, $y = k_2 \cdot x + l_2$, tada su usporedni ako i samo ako je

$$k_1=k_2.$$

Jednadžba pravca zadanog koeficijentom smjera k i točkom $T(x_1, y_1)$ glasi

$$y-y_1=k\cdot\left(x-x_1\right).$$

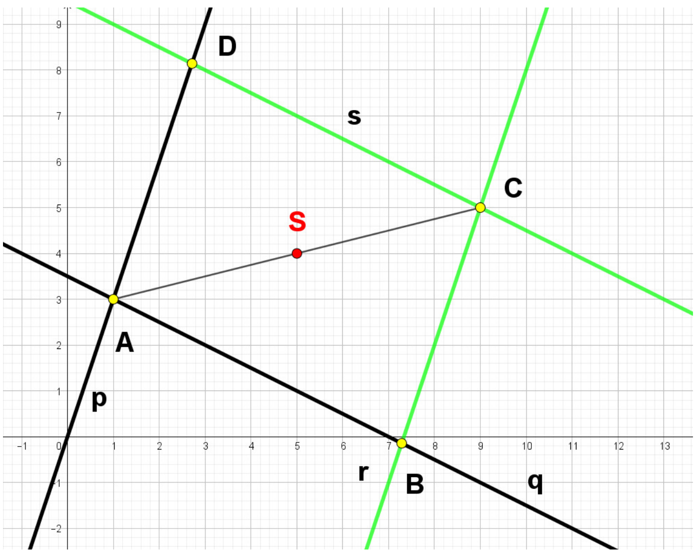
Koordinate polovišta P dužine $\overline{AB}$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ su

$$P\left(x,\ y\right)=P\left(\frac{x_1+x_2}{2},\ \frac{y_1+y_2}{2}\right).$$

Pravac točkama $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $x_1 \neq x_2$, ima jednadžbu:

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\cdot\left(x-x_1\right).$$

Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri dužine. Konveksni četverokuti su četverokuti kojima su svi kutovi manji od 180°.
Plošna dijagonala je dužina koja spaja dva nesusjedna vrha nekog mnogokuta.
Paralelogrami su četverokuti kojima su po dvije nasuprotne stranice usporedne (paralelne).
Dijagonale se raspolavljaju.



Jednadžbe zadanih pravaca napišemo u eksplicitnom obliku kako bismo odredili koeficijente smjera.

Prvi pravac

$$3\cdot x-y=0 \Rightarrow -y=-3\cdot x \Rightarrow -y=-3\cdot x \ /\cdot(-1) \Rightarrow y=3\cdot x \Rightarrow k_1=3.$$

Drugi pravac

$$x+2\cdot y-7=0 \Rightarrow 2\cdot y=-x+7 \Rightarrow 2\cdot y=-x+7 \ /\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}\cdot x+\frac{7}{2} \Rightarrow k_2=-\frac{1}{2}.$$

Budući da pravci nisu usporedni, naći ćemo njihov presjek, točku A. Riješimo sljedeći sustav:

$$\left.\begin{matrix} y=3\cdot x \\ y=-\frac{1}{2}\cdot x+\frac{7}{2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow 3\cdot x=-\frac{1}{2}\cdot x+\frac{7}{2} \Rightarrow 3\cdot x=-\frac{1}{2}\cdot x+\frac{7}{2} \ /\cdot 2 \Rightarrow 6\cdot x=-x+7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6\cdot x+x=7 \Rightarrow 7\cdot x=7 \Rightarrow 7\cdot x=7 \ /:7 \Rightarrow x=1.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{matrix} x=1 \\ y=3\cdot x\end{matrix}\right\} \Rightarrow y=3\cdot 1 \Rightarrow y=3.$$

Koordinate točke A su:

$$A(x,\ y)=A(1,\ 3).$$

Točka S je sjecište dijagonala paralelograma ABCD. Budući da je S polovište, središte dijagonale $\overline{AC}$, lako odredimo koordinate vrha C.

$$\left.\begin{matrix} A(x_1,\ y_1)=A(1,\ 3) \\ S(x_\circ,\ y_\circ)=S(5,\ 4) \\ C(x_2,\ y_2)=C(x,\ y)\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\begin{matrix} x_\circ=\frac{x_1+x_2}{2} \\ y_\circ=\frac{y_1+y_2}{2}\end{matrix}\right] \Rightarrow \left.\begin{matrix} 5=\frac{1+x}{2} \\ 4=\frac{3+y}{2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 5=\frac{1+x}{2} \ /\cdot 2 \\ 4=\frac{3+y}{2} \ /\cdot 2\end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} 1+x=10 \\ 3+y=8\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=10-1 \\ y=8-3\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x=9 \\ y=5\end{matrix}\right\} \Rightarrow C(x,\ y)=C(9,\ 5).$$

Pomoću točke C odredit ćemo pravce na kojima leže ostale dvije stranice paralelograma.

- Pravac prolazi točkom C, paralelan je s pravcem y = 3 · x pa imaju jednake koeficijente smjera.

$$\left.\begin{matrix} C(x_1,\ y_1)=C(9.\ 5) \\ k=k_1=3\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\ y-y_1=k\cdot(x-x_1)\ \right] \Rightarrow y-5=3\cdot(x-9) \Rightarrow y-5=3\cdot x-27 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3\cdot x+y-5+27=0 \Rightarrow -3\cdot x+y+22=0 \Rightarrow -3\cdot x+y+22=0 \ /\cdot(-1) \Rightarrow \boxed{3\cdot x-y-22=0}.$$

- Pravac prolazi točkom C, paralelan je s pravcem $y=-\frac{1}{2}\cdot x+\frac{7}{2}$ pa imaju jednake koeficijente smjera.

$$\left.\begin{matrix} C(x_1,\ y_1)=C(9.\ 5) \\ k=k_2=-\frac{1}{2}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[\ y-y_1=k\cdot(x-x_1)\ \right] \Rightarrow y-5=-\frac{1}{2}\cdot(x-9) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y-5=-\frac{1}{2}\cdot(x-9) \ /\cdot 2 \Rightarrow 2\cdot y-10=-(x-9) \Rightarrow 2\cdot y-10+x-9=0 \Rightarrow \boxed{x+2\cdot y-19=0}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 191

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 192 (Davor, gimnazija)

Površina pravokutnika ABCD s vrhovima A(– 1, – 2), B(4, – 2), C(4, 1), D(– 1, 1) prepolovljena je pravcem 2 · x + m · y – 8 = 0. Vrijednost parametra m je:

$$A. -2 \qquad B. -6 \qquad C. -10 \qquad D. -4$$

Rješenje 192

Ponovimo!

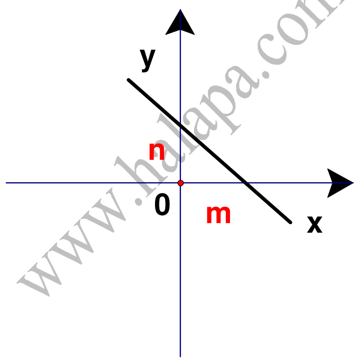
Četverokut je dio ravnine omeđen sa četiri dužine. Konveksni četverokuti su četverokuti kojima su svi kutovi manji od 180°.
Paralelogrami su četverokuti kojima su po dvije nasuprotne stranice usporedne (paralelne).
Pravokutnik je paralelogram koji ima barem jedan pravi kut (pravi kut ima 90º).
Jednadžba pravca oblika

$$A \cdot x + B \cdot y + C = 0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Ako su (m, 0) i (0, n) koordinate presjeka pravca s koordinatnim osima, onda pravac ima jednadžbu

$$\frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1.$$

Nju nazivamo segmentni oblik jednadžbe pravca.

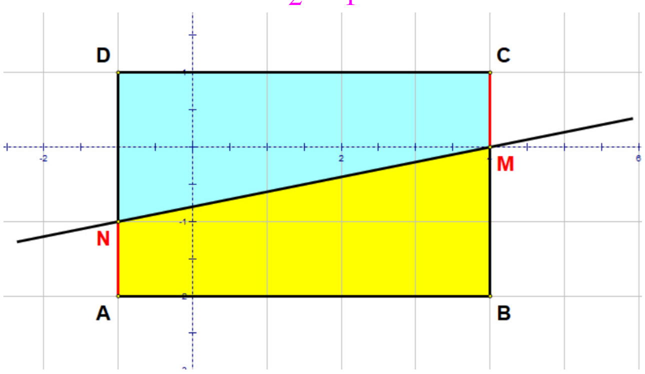


Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Pravac točkama A(x_1, y_1) , B(x_2, y_2) , $x_1 \neq x_2$, ima jednadžbu:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot \left(x - x_1\right).$$



1.inačica

Prevedemo li jednadžbu zadanog pravca u segmentni oblik naći ćemo sjecište pravca i x osi u točki M(4, 0).

$$2 \cdot x + m \cdot y - 8 = 0 \Rightarrow 2 \cdot x + m \cdot y = 8 \Rightarrow 2 \cdot x + m \cdot y = 8 \ / \cdot \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{2 \cdot x}{8} + \frac{m \cdot y}{8} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot x}{8} + \frac{m \cdot y}{8} = 1 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{\frac{8}{m}} = 1 \Rightarrow \text{pravac siječe x os u točki } M(4, 0).$$

Da bi površina pravokutnika bila prepolovljena pravac suprotnu stranicu pravokutnika mora sjeći u točki N(– 1, – 1). Koordinate točke N uvrstimo u jednadžbu pravca i izračunamo m.

$$\left.\begin{matrix} N(x, y) = N(-1, -1) \\ 2 \cdot x + m \cdot y - 8 = 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 2 \cdot (-1) + m \cdot (-1) - 8 = 0 \Rightarrow -2 - m - 8 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 - m - 8 = 0 \ / \cdot (-1) \Rightarrow 2 + m + 8 = 0 \Rightarrow 10 + m = 0 \Rightarrow m = -10.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

Ponovno odredimo točke M(4, 0) i N(– 1, – 1). Jednadžba pravca kroz točke M i N je upravo jednadžba oblika $\frac{x}{4} + \frac{y}{\frac{8}{m}} = 1.$

$$\left.\begin{matrix} M(x_1, y_1) = M(4, 0) \\ N(x_2, y_2) = N(-1, -1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left[y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) \right] \Rightarrow y - 0 = \frac{-1 - 0}{-1 - 4} \cdot (x - 4) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{5} \cdot (x - 4) \Rightarrow y = \frac{1}{5} \cdot (x - 4) \ / \cdot 5 \Rightarrow 5 \cdot y = x - 4 \Rightarrow -x + 5 \cdot y = -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x + 5 \cdot y = -4 \ / \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{-\frac{4}{5}} = 1.$$

Usporedbom dobije se:

$$\left.\begin{matrix} \frac{x}{4} + \frac{y}{-\frac{4}{5}} = 1 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{\frac{8}{m}} = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow -\frac{4}{5} = \frac{8}{m} \Rightarrow -\frac{4}{5} = \frac{8}{m} \ / \cdot \left(-\frac{5 \cdot m}{4}\right) \Rightarrow m = -10.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 192

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 193 (Pero, maturant)

Ako pravci $x - y - 1 = 0$, $4 \cdot x - 3 \cdot y - 6 = 0$ i $y = m \cdot x - 4$ prolaze istom točkom, onda je m jednako:

A. -1 *B.* 2 *C.* -2 *D.* 3

Rješenje 193

Ponovimo!

Jednadžba pravca oblika

$$A \cdot x + B \cdot y + C = 0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Jednadžba pravca oblika

$$y = k \cdot x + l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.
Nađemo presjek prva dva pravca (riješimo sustav).

$$\left.\begin{array}{l} x - y - 1 = 0 \\ 4 \cdot x - 3 \cdot y - 6 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - y = 1 \\ 4 \cdot x - 3 \cdot y = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x - y = 1 \; / \cdot (-3) \\ 4 \cdot x - 3 \cdot y = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} -3 \cdot x + 3 \cdot y = -3 \\ 4 \cdot x - 3 \cdot y = 6 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 3.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{array}{l} x = 3 \\ x - y = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 3 - y = 1 \Rightarrow -y = 1 - 3 \Rightarrow -y = -2 \Rightarrow -y = -2 \; / \cdot (-1) \Rightarrow y = 2.$$

Presjek je točka

$$T(x, y) = T(3, 2).$$

Koordinate sjecišta T istodobno moraju zadovoljavati i treći pravac $y = m \cdot x - 4$.

$$\left.\begin{array}{l} T(x, y) = T(3, 2) \\ y = m \cdot x - 4 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 = 3 \cdot m - 4 \Rightarrow -3 \cdot m = -4 - 2 \Rightarrow -3 \cdot m = -6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3 \cdot m = -6 \; / : (-3) \Rightarrow m = 2.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 193

Odmor!

Rezultat: …

Zadatak 194 (Mira, maturantica)

Kolika je udaljenost između pravaca zadanih jednadžbama $y = \frac{3}{4} \cdot x + 6$ i $y = \frac{3}{4} \cdot x - 9$?

$A.\ 10 \qquad B.\ 12 \qquad C.\ 15 \qquad D.\ 20$

Rješenje 194

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} \cdot b = a \quad , \quad a + \frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c} \quad , \quad \frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b}.$$

Jednadžba pravca oblika

$$A \cdot x + B \cdot y + C = 0$$

naziva se implicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, opći oblik jednadžbe pravca.
Jednadžba pravca oblika

$$y = k \cdot x + l$$

naziva se eksplicitni oblik jednadžbe pravca ili kraće, eksplicitna jednadžba pravca. Broj k naziva se koeficijent smjera pravca. Broj l nazivamo odsječak pravca na osi y.
Uvjet usporednosti (paralelnosti):
Ako su pravci dani eksplicitnim jednadžbama $y = k_1 \cdot x + l_1$, $y = k_2 \cdot x + l_2$, tada su usporedni ako i samo ako je

$$k_1 = k_2.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

Udaljenost točke od pravca

Udaljenost d točke $T(x_0, y_0)$ i pravca p ... $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$ dana je formulom

$$d = \frac{|A \cdot x_\circ + B \cdot y_\circ + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Udaljenost paralelnih pravaca $y = k \cdot x + l_1$ i $y = k \cdot x + l_2$, pri čemu su k, l_1, l_2 realni brojevi, jednaka je:

$$d = \frac{|l_2 - l_1|}{\sqrt{1 + k^2}}.$$

1.inačica

Pravci su usporedni jer imaju jednake koeficijente smjera.

Plan rada

Na jednom pravcu odaberemo točku po volji i izračunamo njezinu udaljenost od drugog pravca.

Na primjer, na pravcu $y = \frac{3}{4} \cdot x + 6$ odaberemo neku točku.

$$x = 4 \;\Rightarrow\; \left[y = \frac{3}{4} \cdot x + 6 \right] \;\Rightarrow\; y = \frac{3}{4} \cdot 4 + 6 \;\Rightarrow\; y = \frac{3}{4} \cdot 4 + 6 \;\Rightarrow\; y = 9 \;\Rightarrow\; T(x, y) = T(4, 9).$$

Treba naći udaljenost točke T od drugog pravca. Jednadžbu tog pravca napišemo u implicitnom obliku.

$$y = \frac{3}{4} \cdot x - 9 \;\Rightarrow\; y = \frac{3}{4} \cdot x - 9 \; / \cdot 4 \;\Rightarrow\; 4 \cdot y = 3 \cdot x - 36 \;\Rightarrow\; 3 \cdot x - 36 = 4 \cdot y \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; 3 \cdot x - 4 \cdot y - 36 = 0.$$

Tražena udaljenost je:

$$\left. \begin{array}{l} T(x_\circ, y_\circ) = T(4, 9) \\ 3 \cdot x - 4 \cdot y - 36 = 0 \\ A = 3 \;,\; B = -4 \;,\; C = -36 \end{array} \right\} \;\Rightarrow\; \left[d = \frac{|A \cdot x_\circ + B \cdot y_\circ + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right] \;\Rightarrow$$

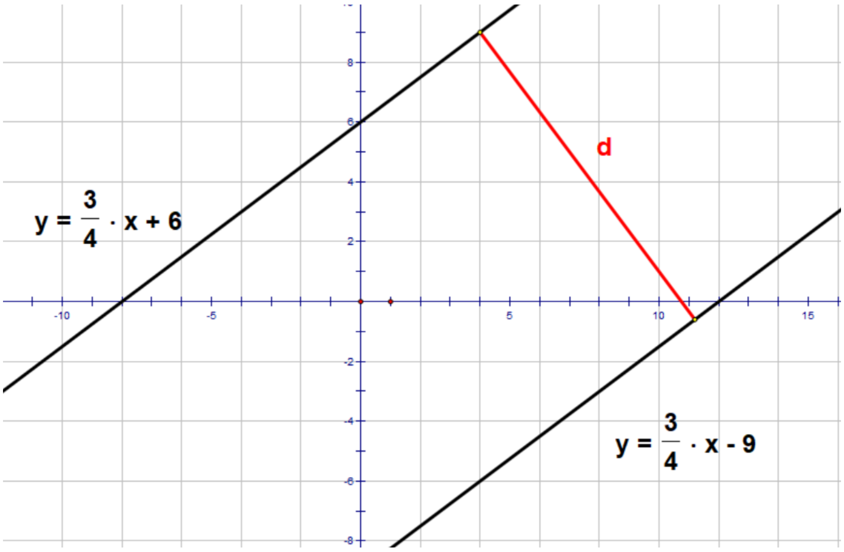
$$\Rightarrow\; d = \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 9 - 36|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \;\Rightarrow\; d = \frac{|12 - 36 - 36|}{\sqrt{9 + 16}} \;\Rightarrow\; d = \frac{|-60|}{\sqrt{25}} \;\Rightarrow\; d = \frac{60}{5} \;\Rightarrow\; d = 12.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{3}{4} \cdot x + 6 \;,\; k = \frac{3}{4} \;,\; l_1 = 6 \\ y = \frac{3}{4} \cdot x - 9 \;,\; k = \frac{3}{4} \;,\; l_2 = -9 \end{array} \right\} \;\Rightarrow\; \left[d = \frac{|l_2 - l_1|}{\sqrt{1 + k^2}} \right] \;\Rightarrow\; d = \frac{|-9 - 6|}{\sqrt{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2}} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow d=\frac{|-15|}{\sqrt{1+\frac{9}{16}}} \Rightarrow d=\frac{15}{\sqrt{\frac{25}{16}}} \Rightarrow d=\frac{15}{\frac{5}{4}} \Rightarrow d=\frac{60}{5} \Rightarrow d=12.$$



Odgovor je pod B.

Vježba 194

Odmor!

Rezultat: …