

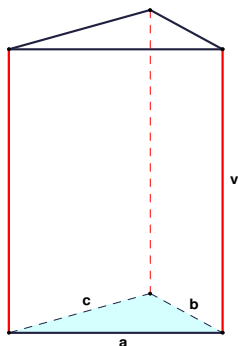
Zadatak 001 (Marta, osnovna škola)

Bridovi baze uspravne trostrane prizme imaju duljine $a = 3$ cm, $b = 4$ cm, $c = 5$ cm, a njezina visina je $v = 8$ cm. Koliki su obujam i oplošje prizme?

Rješenje 001

Volumen prizme s bazom B i visinom v iznosi:

$$V = B \cdot v.$$



Površinu baze računamo Heronovom formulo (jer su zadane sve tri stranice trokuta):

$$B = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}, \text{ gdje je } s = \frac{a+b+c}{2}.$$

$$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3+4+5}{2} = 6 \text{ cm.}$$

$$B = \sqrt{6 \cdot (6-3) \cdot (6-4) \cdot (6-5)} = \sqrt{6 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}^2.$$

$$V = B \cdot v = 6 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^3.$$

Oplošje prizme sastoji se od dvije baze i pobočja koje čini n paralelograma:

$$O = 2 \cdot B + P,$$

$$O = 2 \cdot B + a \cdot v + b \cdot v + c \cdot v = 2 \cdot B + v \cdot (a + b + c) =$$

$$= 2 \cdot 6 \text{ cm}^2 + 8 \text{ cm} \cdot (3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) =$$

$$= 12 \text{ cm}^2 + 8 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2 + 96 \text{ cm}^2 = 108 \text{ cm}^2.$$

Vježba 001

Bridovi baze uspravne trostrane prizme imaju duljine $a = 13$ cm, $b = 4$ cm, $c = 15$ cm, a njezina visina je $v = 8$ cm. Koliki su obujam i oplošje prizme?

Rezultat: $V = 192 \text{ cm}^3$, $O = 304 \text{ cm}^2$.

Zadatak 002 (Tanja, osnovna škola)

Kotao ima oblik polukugle unutarnjeg promjera duljine 1 m. Koliko litara sadrži taj kotao?

Rješenje 002

Budući da je promjer 1 m, polumjer će biti upola manji.

$$2r = 1 \text{ m}, \quad r = 0.5 \text{ m} = 5 \text{ dm}, \quad V = ?$$

Volumen kugle računa se formulom:

$$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi.$$

Kotao ima oblik polukugle pa je njegov volumen jednak polovini volumena kugle:

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{2}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{2}{3} \cdot (5 \text{ dm})^3 \cdot \pi = \frac{2}{3} \cdot 125 \text{ dm}^3 \cdot 3.14 = \frac{250 \cdot 3.14}{3} \text{ dm}^3 = 261.667 \text{ dm}^3.$$

Budući da 1 dm³ sadrži 1 l, volumen kotla bit će:

$$V = 261.667 \text{ l.}$$

Vježba 002

Kotao ima oblik polukugle unutarnjeg promjera duljine 2 m. Koliko litara sadrži taj kotao?

Rezultat: 2093.333 l.

Zadatak 003 (Maja, osnovna škola)

Oplošje kvadra je $O = 484 \text{ cm}^2$, a bridovi $a = 10 \text{ cm}$, $b = 9 \text{ cm}$. Koliki je obujam kvadra?

Rješenje 003

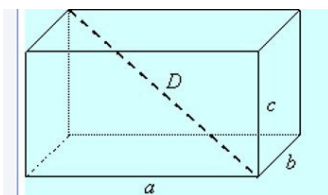
Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Kvadar duljina stranica a , b i c ima:

- oplošje $O = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$
- obujam $V = a \cdot b \cdot c$.



1. inačica

Iz formule za oplošje kvadra izračunamo duljinu treće stranice c :

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \Rightarrow 484 = 2 \cdot (10 \cdot 9 + 10 \cdot c + 9 \cdot c) \Rightarrow 484 = 2 \cdot (90 + 19 \cdot c) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2 \cdot (90 + 19 \cdot c) = 484 \Rightarrow 2 \cdot (90 + 19 \cdot c) = 484 \quad /: 2 \Rightarrow 90 + 19 \cdot c = 242 \Rightarrow 19 \cdot c = 242 - 90 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 19 \cdot c = 152 \Rightarrow 19 \cdot c = 152 \quad /: 19 \Rightarrow c = 8 \Rightarrow c = 8 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Obujam V kvadra iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = 10 \text{ cm} \\ b = 9 \text{ cm} \\ c = 8 \text{ cm} \\ V = a \cdot b \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow V = 10 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} \Rightarrow 720 \text{ cm}^3.$$

2. inačica

Iz formule za oplošje kvadra izračunamo duljinu treće stranice c :

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) \Rightarrow 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = O \Rightarrow 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c) = O \quad /: 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = \frac{O}{2} \Rightarrow a \cdot c + b \cdot c = \frac{O}{2} - a \cdot b \Rightarrow c \cdot (a+b) = \frac{O}{2} - a \cdot b \Rightarrow \\ &\Rightarrow c \cdot (a+b) = \frac{O}{2} - a \cdot b \quad /: \frac{1}{a+b} \Rightarrow c = \frac{\frac{O}{2} - a \cdot b}{a+b} \Rightarrow c = \frac{\frac{484 \text{ cm}^2}{2} - 10 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm}}{10 \text{ cm} + 9 \text{ cm}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow c = \frac{242 \text{ cm}^2 - 90 \text{ cm}^2}{19 \text{ cm}} \Rightarrow c = \frac{152 \text{ cm}^2}{19 \text{ cm}} \Rightarrow c = 8 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Obujam V kvadra iznosi:

$$\left. \begin{array}{l} a = 10 \text{ cm} \\ b = 9 \text{ cm} \\ c = 8 \text{ cm} \\ V = a \cdot b \cdot c \end{array} \right\} \Rightarrow V = 10 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} \Rightarrow 720 \text{ cm}^3.$$

Vježba 003

Oplošje kvadra je $O = 38 \text{ cm}^2$, a bridovi $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$. Koliki je obujam kvadra?

Rezultat: 12 cm^3 .

www.halapa.com