

Zadatak 361 (Petra, gimnazija)

Zbroj dvaju pozitivnih brojeva jednak je zbroju njihovih recipročnih vrijednosti. Koliki je umnožak tih brojeva?

Rješenje 361

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b.$$

Neka su x i y dva pozitivna broja. Tada je:

$$\begin{aligned} x + y = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &\Rightarrow x + y = \frac{y + x}{x \cdot y} \Rightarrow x + y = \frac{x + y}{x \cdot y} \Rightarrow x + y = \frac{x + y}{x \cdot y} / \cdot \frac{1}{x + y} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 1 = \frac{1}{x \cdot y} \Rightarrow 1 = \frac{1}{x \cdot y} / \cdot x \cdot y \Rightarrow x \cdot y = 1. \end{aligned}$$

Vježba 361

Razlika dvaju različitih pozitivnih brojeva jednaka je razlici njihovih recipročnih vrijednosti. Koliki je umnožak tih brojeva?

Rezultat: -1 .

Zadatak 362 (1A, HTT)

Čemu je, nakon sređivanja, jednak izraz $(2 \cdot x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2)$?

- A. $2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 11 \cdot x + 6$ B. $2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 13 \cdot x + 6$
 C. $2 \cdot x^3 - x^2 - 11 \cdot x - 6$ D. $2 \cdot x^3 - x^2 + 13 \cdot x - 6$

Rješenje 362

Ponovimo!

$$a^1 = a, \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Množenje zagrada

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d.$$

1. inačica

Najprije množimo članove prve dvije zgrade.

$$\begin{aligned} (2 \cdot x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2) &= (2 \cdot x^2 - x - 6 \cdot x + 3) \cdot (x + 2) = (2 \cdot x^2 - 7 \cdot x + 3) \cdot (x + 2) = \\ &= 2 \cdot x^3 - 7 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 4 \cdot x^2 - 14 \cdot x + 6 = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 11 \cdot x + 6. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

2. inačica

Najprije množimo članove zadnje dvije zgrade.

$$\begin{aligned} (2 \cdot x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 2) &= (2 \cdot x - 1) \cdot (x^2 - 3 \cdot x + 2 \cdot x - 6) = (2 \cdot x - 1) \cdot (x^2 - x - 6) = \\ &= 2 \cdot x^3 - x^2 - 2 \cdot x^2 + x - 12 \cdot x + 6 = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 11 \cdot x + 6. \end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 362

Čemu je, nakon sređivanja, jednak izraz $(x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (2 \cdot x - 1)$?

- A. $2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 - 11 \cdot x + 6$ B. $2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 13 \cdot x + 6$
 C. $2 \cdot x^3 - x^2 - 11 \cdot x - 6$ D. $2 \cdot x^3 - x^2 + 13 \cdot x - 6$

Rezultat: A.

Zadatak 363 (1A, HTT)

Čemu je jednako a ako je $S = \frac{1}{2} \cdot (a+b)$?

Rješenje 363

Ponovimo!
Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) &\Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot S = a+b \Rightarrow -a = b - 2 \cdot S \Rightarrow \\ &\Rightarrow -a = b - 2 \cdot S \cdot (-1) \Rightarrow a = -b + 2 \cdot S \Rightarrow a = 2 \cdot S - b. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) &\Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot b \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot b \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot S = a+b \Rightarrow -a = b - 2 \cdot S \Rightarrow \\ &\Rightarrow -a = b - 2 \cdot S \cdot (-1) \Rightarrow a = -b + 2 \cdot S \Rightarrow a = 2 \cdot S - b. \end{aligned}$$

3. inačica

$$\begin{aligned} S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) &\Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot a + \frac{1}{2} \cdot b \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot b - S \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot a = \frac{1}{2} \cdot b - S \cdot (-2) \Rightarrow a = -b + 2 \cdot S \\ &\Rightarrow a = 2 \cdot S - b. \end{aligned}$$

Vježba 363

Čemu je jednako b ako je $S = \frac{1}{2} \cdot (a+b)$?

Rezultat: $b = 2 \cdot S - a$.

Zadatak 364 (Tin, srednja škola)

Izračunaj vrijednost izraza: $\frac{1 + 4.5 \cdot \frac{1}{3}}{(2 \cdot 0.1 - 4) \cdot 0.125}$.

Rješenje 364

Ponovimo!

Konačni decimalni broj piše se u obliku razlomka tako da se u brojniku napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivniku se napiše dekadaska jedinica s onoliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka iza decimalne točke).

Primjeri:

$$0.7 = \frac{7}{10} \quad , \quad 0.27 = \frac{27}{100} \quad , \quad 3.13 = \frac{313}{100} \quad , \quad 29.031 = \frac{29031}{1000} \quad , \quad 0.029 = \frac{29}{1000}.$$

Skratiti razlomak znači podijeliti brojnik i nazivnik razlomka istim cijelim brojem različitim od nule i jedinice.

Primjeri:

$$\frac{4}{10} = \frac{4 : 2}{10 : 2} = \frac{2}{5} \quad , \quad \frac{24}{36} = \frac{24 : 12}{36 : 12} = \frac{2}{3} \quad , \quad \frac{40}{60} = \frac{40 : 20}{60 : 20} = \frac{2}{3} \quad , \quad \frac{21}{49} = \frac{21 : 7}{49 : 7} = \frac{3}{7}.$$

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\begin{aligned} \frac{1+4.5 \cdot \frac{1}{3}}{(2:0.1-4) \cdot 0.125} &= \frac{1+\frac{45}{10} \cdot \frac{1}{3}}{\left(2:\frac{1}{10}-4\right) \cdot \frac{125}{1000}} = \frac{1+\frac{45}{10} \cdot \frac{1}{3}}{\left(2:\frac{1}{10}-4\right) \cdot \frac{125}{1000}} = \frac{1+\frac{9}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\left(2:\frac{1}{10}-4\right) \cdot \frac{1}{8}} = \frac{1+\frac{9}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\left(2:\frac{1}{10}-4\right) \cdot \frac{1}{8}} = \\ &= \frac{1+\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1}}{\left(2:\frac{1}{10}-4\right) \cdot \frac{1}{8}} = \frac{1+\frac{3}{2}}{\left(2:\frac{1}{10}-4\right) \cdot \frac{1}{8}} = \frac{\frac{1}{1}+\frac{3}{2}}{\left(\frac{2}{1}:\frac{1}{10}-\frac{4}{1}\right) \cdot \frac{1}{8}} = \frac{\frac{2+3}{2}}{\left(\frac{2}{1} \cdot \frac{10}{1}-\frac{4}{1}\right) \cdot \frac{1}{8}} = \frac{\frac{5}{2}}{\left(\frac{20}{1}-\frac{4}{1}\right) \cdot \frac{1}{8}} = \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{\frac{16}{1} \cdot \frac{1}{8}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{16}{1} \cdot \frac{1}{8}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{1}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{2}{2}} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Vježba 364

Izračunaj vrijednost izraza: $\frac{(2 \cdot 0.1 - 4) \cdot 0.125}{1 + 4.5 \cdot \frac{1}{3}}$.

Rezultat: $\frac{4}{5}$.

Zadatak 365 (Maja, gimnazija)

Koji je rezultat sređivanja izraza $\left[1 + \frac{4 \cdot a}{(2 \cdot a - 1)^2}\right] : \frac{16 \cdot a^4 - 1}{2 \cdot a + 1}$ za $a \neq \pm \frac{1}{2}$?

A. $\frac{1}{(2 \cdot a - 1)^3}$ B. $\frac{1}{(2 \cdot a - 1)^2 \cdot (2 \cdot a + 1)}$ C. $\frac{2 \cdot a + 1}{(2 \cdot a - 1)^3}$ D. $\left(\frac{2 \cdot a + 1}{2 \cdot a - 1}\right)^2$

Rješenje 365

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 - b^2) \cdot (a^2 + b^2) = (a-b) \cdot (a+b) \cdot (a^2 + b^2), \quad a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b).$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{4 \cdot a}{(2 \cdot a - 1)^2}\right] : \frac{16 \cdot a^4 - 1}{2 \cdot a + 1} &= \frac{(2 \cdot a - 1)^2 + 4 \cdot a}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{16 \cdot a^4 - 1} = \\ &= \frac{4 \cdot a^2 - 4 \cdot a + 1 + 4 \cdot a}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{(4 \cdot a^2 - 1) \cdot (4 \cdot a^2 + 1)} = \frac{4 \cdot a^2 - 4 \cdot a + 1 + 4 \cdot a}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{(4 \cdot a^2 - 1) \cdot (4 \cdot a^2 + 1)} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{4 \cdot a^2 + 1}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{(4 \cdot a^2 - 1) \cdot (4 \cdot a^2 + 1)} = \frac{4 \cdot a^2 + 1}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{(4 \cdot a^2 - 1) \cdot (4 \cdot a^2 + 1)} = \frac{1}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{4 \cdot a^2 - 1} = \\
&= \frac{1}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{(2 \cdot a - 1) \cdot (2 \cdot a + 1)} = \frac{1}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{2 \cdot a + 1}{(2 \cdot a - 1) \cdot (2 \cdot a + 1)} = \frac{1}{(2 \cdot a - 1)^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot a - 1} = \\
&= \frac{1}{(2 \cdot a - 1)^3}.
\end{aligned}$$

Odgovor je pod A.

Vježba 365

Koji je rezultat sređivanja izraza $\left[1 + \frac{4 \cdot a}{(2 \cdot a - 1)^2} \right] : \frac{4 \cdot a^2 + 1}{2 \cdot a - 1}$ za $a \neq \frac{1}{2}$?

A. $\frac{1}{2 \cdot a - 1}$ B. $\frac{1}{2 \cdot a + 1}$ C. $\frac{2 \cdot a + 1}{2 \cdot a - 1}$ D. $\frac{2 \cdot a - 1}{2 \cdot a + 1}$

Rezultat: A.

Zadatak 366 (Ana, srednja škola)

Skrati razlomak: $\frac{a - 2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} + b}{a - b}$.

Rješenje 366

Ponovimo!

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}, \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2, \quad a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b).$$

$$\begin{aligned}
\frac{a - 2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} + b}{a - b} &= \frac{\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - 2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} + \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 - \left(b^{\frac{1}{2}}\right)^2} = \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)} = \\
&= \frac{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2}{\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)} = \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}.
\end{aligned}$$

Vježba 366

Skrati razlomak: $\frac{a - b}{a - 2 \cdot a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} + b}$.

Rezultat: $\frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}$.

Zadatak 367 (Tina, srednja škola)

Dokažite da ako je $a + b + c = 0$, tada vrijedi $a \cdot (a + c) = b \cdot (b + c)$.

Rješenje 367

Iz jednakosti

$$a + b + c = 0$$

dobije se

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + c = -b \\ b + c = -a \end{array} \right\}$$

pa vrijedi:

- lijeva strana identiteta iznosi

$$a \cdot (a + c) = a \cdot (-b) = -a \cdot b$$

- desna strana identiteta iznosi

$$b \cdot (b + c) = b \cdot (-a) = -a \cdot b.$$

Očito je da su lijeva i desna strana jednake te vrijedi dana jednakost.

Vježba 367

Dokažite da ako je $a + b + c = 0$, tada vrijedi $b \cdot (b + a) = c \cdot (c + a)$.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 368 (Ines, gimnazija)

Pojednostavni dani dvojni razlomak
$$\frac{a - \frac{a \cdot (b^2 - a)}{b^2}}{1 - \frac{b^2 - a}{b^2}}$$
.

Rješenje 368

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}, \quad a^1 = a, \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$\begin{aligned} \frac{a - \frac{a \cdot (b^2 - a)}{b^2}}{1 - \frac{b^2 - a}{b^2}} &= \frac{\frac{a}{1} - \frac{a \cdot (b^2 - a)}{b^2}}{\frac{1}{1} - \frac{b^2 - a}{b^2}} = \frac{\frac{a \cdot b^2 - a \cdot (b^2 - a)}{b^2}}{\frac{b^2 - (b^2 - a)}{b^2}} = \frac{\frac{a \cdot b^2 - a \cdot (b^2 - a)}{b^2}}{\frac{b^2 - b^2 + a}{b^2}} = \frac{\frac{a \cdot b^2 - a \cdot (b^2 - a)}{b^2}}{\frac{a}{b^2}} = \\ &= \frac{a \cdot b^2 - a \cdot (b^2 - a)}{b^2 - (b^2 - a)} = \frac{a \cdot b^2 - a \cdot b^2 + a^2}{b^2 - b^2 + a} = \frac{a \cdot b^2 - a \cdot b^2 + a^2}{b^2 - b^2 + a} = \frac{a^2}{a} = \frac{a^2}{a} = a. \end{aligned}$$

Vježba 368

Pojednostavni dani dvojni razlomak $\frac{1 - \frac{b^2 - a}{b^2}}{a - \frac{b^2 - a}{b^2}}$.

Rezultat: $\frac{1}{a}$.

Zadatak 369 (Ines, gimnazija)

Pojednostavni dani dvojni razlomak $\frac{a}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}$.

Rješenje 369

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot (b + a \cdot c) = a \cdot (b + c).$$

$$\begin{aligned} \frac{a}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a}}} &= \frac{a}{a + \frac{1}{\frac{a+1}{a}}} = \frac{a}{a + \frac{1}{\frac{a^2+1}{a}}} = \frac{a}{a + \frac{1}{\frac{a^2+1}{a}}} = \frac{a}{a + \frac{a}{a^2+1}} = \frac{a}{\frac{a}{1} + \frac{a}{a^2+1}} = \frac{a}{\frac{a \cdot (a^2+1) + a}{a^2+1}} = \\ &= \frac{\frac{a}{1}}{\frac{a \cdot (a^2+1) + a}{a^2+1}} = \frac{a \cdot (a^2+1)}{a \cdot (a^2+1) + a} = \frac{a \cdot (a^2+1)}{a^3 + a + a} = \frac{a \cdot (a^2+1)}{a^3 + 2 \cdot a} = \frac{a \cdot (a^2+1)}{a \cdot (a^2+2)} = \frac{a \cdot (a^2+1)}{a \cdot (a^2+2)} = \frac{a^2+1}{a^2+2}. \end{aligned}$$

Vježba 369

Pojednostavni dani dvojni razlomak $\frac{a^2}{a + \frac{1}{a + \frac{1}{a}}}$.

Rezultat: $\frac{a \cdot (a^2 + 1)}{a^2 + 2}$.

Zadatak 370 (Gaby, srednja škola)

Pojednostavni $\frac{2 \cdot x^2 + 6}{5 \cdot y^3} : \frac{3 \cdot x^2 + 9}{10 \cdot y^4}$.

$$\frac{3^{n+1} - 3^{n-1}}{3^{n-1} + 3^{n+2}} = \frac{3^{n-1} \cdot 3^2 - 3^{n-1}}{3^{n-1} + 3^{n-1} \cdot 3^3} = \frac{3^{n-1} \cdot (3^2 - 1)}{3^{n-1} \cdot (1 + 3^3)} = \frac{3^{n-1} \cdot (3^2 - 1)}{3^{n-1} \cdot (1 + 3^3)} = \frac{3^2 - 1}{1 + 3^3} = \frac{9 - 1}{1 + 27} =$$

$$= \frac{8}{28} = \frac{8}{28} = \frac{2}{7}.$$

Vježba 371

Pojednostavni: $\frac{3^{n-1} + 3^{n+2}}{3^{n+1} - 3^{n-1}}$.

Rezultat: $\frac{7}{2}$.

Zadatak 372 (Marija, gimnazija)

Koji je rezultat sređivanja izraza $\left(\frac{t}{t-1} + \frac{t}{t+1} - \frac{2 \cdot t}{t^2 - 1} \right) : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1}$, gdje je $t \neq \pm 1$?

A. $\frac{t \cdot (t+1)}{2}$ B. $\frac{t \cdot (t-1)}{2}$ C. $\frac{2}{t \cdot (t+1)}$ D. $\frac{2}{t \cdot (t-1)}$

Rješenje 372

Ponovimo!

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b) \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\left(\frac{t}{t-1} + \frac{t}{t+1} - \frac{2 \cdot t}{t^2 - 1} \right) : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} = \left(\frac{t}{t-1} + \frac{t}{t+1} - \frac{2 \cdot t}{(t-1) \cdot (t+1)} \right) : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} =$$

$$= \frac{t \cdot (t+1) + t \cdot (t-1) - 2 \cdot t}{(t-1) \cdot (t+1)} : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} = \frac{t^2 + t + t^2 - t - 2 \cdot t}{(t-1) \cdot (t+1)} : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} =$$

$$= \frac{t^2 + t + t^2 - t - 2 \cdot t}{(t-1) \cdot (t+1)} : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} = \frac{t^2 + t^2 - 2 \cdot t}{(t-1) \cdot (t+1)} : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} = \frac{2 \cdot t^2 - 2 \cdot t}{(t-1) \cdot (t+1)} : \frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} =$$

$$= \frac{2 \cdot t \cdot (t-1)}{(t-1) \cdot (t+1)} : \frac{4}{(t+1)^2} = \frac{2 \cdot t \cdot (t-1)}{(t-1) \cdot (t+1)} : \frac{4}{(t+1)^2} = \frac{2 \cdot t}{t+1} : \frac{4}{(t+1)^2} = \frac{2 \cdot t}{t+1} \cdot \frac{(t+1)^2}{4} =$$

$$= \frac{2 \cdot t}{t+1} \cdot \frac{(t+1)^2}{4} = \frac{2 \cdot t}{1} \cdot \frac{t+1}{4} = \frac{2 \cdot t}{1} \cdot \frac{t+1}{4} = \frac{t}{1} \cdot \frac{t+1}{2} = \frac{t \cdot (t+1)}{2}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 372

Koji je rezultat sređivanja izraza $\frac{4}{t^2 + 2 \cdot t + 1} : \left(\frac{t}{t-1} + \frac{t}{t+1} - \frac{2 \cdot t}{t^2 - 1} \right)$, gdje je $t \neq \pm 1$?

$$A. \frac{t \cdot (t+1)}{2} \quad B. \frac{t \cdot (t-1)}{2} \quad C. \frac{2}{t \cdot (t+1)} \quad D. \frac{2}{t \cdot (t-1)}$$

Rezultat: C.

Zadatak 373 (Anto, srednja škola)

Koliki je rezultat zbrajanja $\frac{1}{3-a} + \frac{2}{3 \cdot a}$?

$$A. \frac{3}{3-2 \cdot a} \quad B. \frac{2}{3-a} \quad C. \frac{a+2}{a \cdot (3-a)} \quad D. \frac{a+6}{3 \cdot a \cdot (3-a)}$$

Rješenje 373

Ponovimo!

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\frac{1}{3-a} + \frac{2}{3 \cdot a} = \frac{3 \cdot a + 2 \cdot (3-a)}{3 \cdot a \cdot (3-a)} = \frac{3 \cdot a + 6 - 2 \cdot a}{3 \cdot a \cdot (3-a)} = \frac{a+6}{3 \cdot a \cdot (3-a)}.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 373

Koliki je rezultat zbrajanja $\frac{1}{3-a} + \frac{2}{3 \cdot a}$?

$$A. \frac{2 \cdot a + 3}{3-2 \cdot a} \quad B. \frac{2 \cdot a + 3}{3-a} \quad C. \frac{2 \cdot a + 3}{3 \cdot a \cdot (3-a)} \quad D. \frac{2 \cdot a - 3}{3 \cdot a \cdot (3-a)}$$

Rezultat: C.

Zadatak 374 (Ana, gimnazija)

Pojednostavni : $(x+y-1)^2 - 2 \cdot (1-x-y) + 1$.

Rješenje 374

Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

$$\begin{aligned} (x+y-1)^2 - 2 \cdot (1-x-y) + 1 &= \left[\begin{array}{l} \text{iz druge zagrade} \\ \text{izlučimo } -1 \end{array} \right] = (x+y-1)^2 + 2 \cdot (x+y-1) + 1 = \\ &= ((x+y-1)+1)^2 = (x+y-1+1)^2 = (x+y-1+1)^2 = (x+y)^2. \end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned} (x+y-1)^2 - 2 \cdot (1-x-y) + 1 &= x^2 + y^2 + (-1)^2 + 2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot x \cdot (-1) + 2 \cdot y \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot x + 2 \cdot y + 1 = \\ &= x^2 + y^2 + 1 + 2 \cdot x \cdot y - 2 \cdot x - 2 \cdot y - 2 + 2 \cdot x + 2 \cdot y + 1 = x^2 + y^2 + 1 + 2 \cdot x \cdot y - 2 \cdot x - 2 \cdot y - 2 + 2 \cdot x + 2 \cdot y + 1 = \\ &= x^2 + y^2 + 1 + 2 \cdot x \cdot y - 2 + 1 = x^2 + y^2 + 1 + 2 \cdot x \cdot y - 2 + 1 = x^2 + y^2 + 2 \cdot x \cdot y = \end{aligned}$$

$$= x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 = (x + y)^2.$$

Vježba 374

Pojednostavni: $(x + y - 2)^2 - 2 \cdot (2 - x - y) + 1$.

Rezultat: $(x + y - 1)^2$.

Zadatak 375 (Marko, strukovna škola)

Želimo li izračunati broj 8^8 , potencirat ćemo broj 4^4 eksponentom:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

Rješenje 375

Ponovimo!

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}.$$

Obje potencije transformirat ćemo na istu bazu, 2.

$$\left. \begin{aligned} 8^8 &= (2^3)^8 = 2^{3 \cdot 8} = 2^{24} \\ 4^4 &= (2^2)^4 = 2^{2 \cdot 4} = 2^8 \end{aligned} \right\}.$$

Sada se vidi da potenciju 2^8 , tj. 4^4 treba potencirati eksponentom 3.

$$(2^8)^3 = 2^{8 \cdot 3} = 2^{24}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 375

Želimo li izračunati broj 125^8 , potencirat ćemo broj 25^4 eksponentom:

A. 2 B. 3 C. 4 D. 8

Rezultat: B.

Zadatak 376 (Ivana, gimnazija)

Izračunajte: $\frac{x-2}{x^2+2 \cdot x} + \frac{x+2}{x^2-2 \cdot x} - \frac{4 \cdot x}{x^2-4}$.

Rješenje 376

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b).$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad (a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2.$$

$$\frac{x-2}{x^2+2 \cdot x} + \frac{x+2}{x^2-2 \cdot x} - \frac{4 \cdot x}{x^2-4} = \left[\begin{array}{l} \text{u nazivniku prvog razlomka izlučimo } x, \\ \text{u nazivniku drugog razlomka izlučimo } x, \\ \text{u nazivniku trećeg razlomka je razlika kvadrata} \end{array} \right] =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x-2}{x \cdot (x+2)} + \frac{x+2}{x \cdot (x-2)} - \frac{4 \cdot x}{(x-2) \cdot (x+2)} = \left[\begin{array}{l} \text{najmanji zajednički nazivnik je} \\ x \cdot (x+2) \cdot (x-2) \end{array} \right] = \\
&= \frac{(x-2)^2 + (x+2)^2 - 4 \cdot x^2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{x^2 - 4 \cdot x + 4 + x^2 + 4 \cdot x + 4 - 4 \cdot x^2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \\
&= \frac{x^2 - 4 \cdot x + 4 + x^2 + 4 \cdot x + 4 - 4 \cdot x^2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{x^2 + 4 + x^2 + 4 - 4 \cdot x^2}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{-2 \cdot x^2 + 8}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \\
&= \frac{-2 \cdot (x^2 - 4)}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{-2 \cdot (x-2) \cdot (x+2)}{x \cdot (x+2) \cdot (x-2)} = \frac{-2 \cdot \cancel{(x-2)} \cdot \cancel{(x+2)}}{x \cdot \cancel{(x+2)} \cdot \cancel{(x-2)}} = -\frac{2}{x}.
\end{aligned}$$

Vježba 376

Izračunajte: $\frac{4 \cdot x}{x^2 - 4} - \frac{x-2}{x^2 + 2 \cdot x} - \frac{x+2}{x^2 - 2 \cdot x}$.

Rezultat: $\frac{2}{x}$.

Zadatak 377 (Marija, strukovna škola)

Pojednostavnite izraz: $\frac{c^2 - a \cdot b - a \cdot c + b \cdot c}{b+c}$.

Rješenje 377

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1. inačica

$$\begin{aligned}
\frac{c^2 - a \cdot b - a \cdot c + b \cdot c}{b+c} &= \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{array} \right] = \frac{(c^2 - a \cdot c) + (-a \cdot b + b \cdot c)}{b+c} = \frac{c \cdot (c-a) + b \cdot (-a+c)}{b+c} = \\
&= \frac{c \cdot (c-a) + b \cdot (c-a)}{b+c} = \left[\begin{array}{l} \text{u brojniku} \\ \text{izlučimo } c-a \end{array} \right] = \frac{(c-a) \cdot (c+b)}{b+c} = \frac{(c-a) \cdot (b+c)}{b+c} = \frac{(c-a) \cdot \cancel{(b+c)}}{\cancel{(b+c)}} = c-a.
\end{aligned}$$

2. inačica

$$\begin{aligned}
\frac{c^2 - a \cdot b - a \cdot c + b \cdot c}{b+c} &= \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{array} \right] = \frac{(c^2 + b \cdot c) + (-a \cdot b - a \cdot c)}{b+c} = \frac{c \cdot (c+b) - a \cdot (b+c)}{b+c} = \\
&= \frac{c \cdot (b+c) - a \cdot (b+c)}{b+c} = \left[\begin{array}{l} \text{u brojniku} \\ \text{izlučimo } b+c \end{array} \right] = \frac{(b+c) \cdot (c-a)}{b+c} = \frac{\cancel{(b+c)} \cdot (c-a)}{\cancel{(b+c)}} = c-a.
\end{aligned}$$

Vježba 377

Pojednostavnite izraz: $\frac{a \cdot b + a \cdot c - c^2 - b \cdot c}{b+c}$.

Rezultat: $a - c$.

Zadatak 378 (Marija, strukovna škola)

Matematički se zakon gravitacije može izraziti formulom $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$. Čemu je jednak r ?

$$A. r = \sqrt{\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F}} \quad B. r = \sqrt{\frac{m_1 \cdot m_2}{G \cdot F}} \quad C. r = \frac{F}{\sqrt{G \cdot m_1 \cdot m_2}} \quad D. r = \frac{\sqrt{G \cdot m_1 \cdot m_2}}{F}$$

Rješenje 378

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \Rightarrow F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \cdot r^2 \Rightarrow F \cdot r^2 = G \cdot m_1 \cdot m_2 \Rightarrow F \cdot r^2 = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \frac{1}{F} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F} \Rightarrow r^2 = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F} \cdot \sqrt{} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{F}}$$

Vježba 378

Matematički se zakon gravitacije može izraziti formulom $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$.

Čemu je jednak m_1 ?

$$A. m_1 = \frac{F \cdot r^2}{G \cdot m_2} \quad B. m_1 = \frac{F \cdot m_2}{G \cdot r} \quad C. m_1 = \frac{G \cdot m_2}{F \cdot r^2} \quad D. m_1 = \frac{G \cdot r^2}{F \cdot m_2}$$

Rezultat: A.

Zadatak 379 (Ivanka, srednja škola)

Ako je $\frac{a}{K-1} = 2$, koliko je K ?

$$A. K = \frac{a+1}{2} \quad B. K = \frac{a+2}{2} \quad C. K = \frac{a-1}{2} \quad D. K = \frac{a-2}{2}$$

Rješenje 379

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1}, \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}, \quad a = b \Rightarrow b = a, \quad \frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

1. inačica

$$\frac{a}{K-1} = 2 \Rightarrow \frac{a}{K-1} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{K-1}{a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{K-1}{a} = \frac{1}{2} \cdot a \Rightarrow K-1 = \frac{a}{2} \Rightarrow K = \frac{a}{2} + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K = \frac{a}{2} + \frac{1}{1} \Rightarrow K = \frac{a+2}{2}$$

Odgovor je pod C.

2. inačica

$$\frac{a}{K-1} = 2 \Rightarrow \frac{a}{K-1} = 2 \cdot (K-1) \Rightarrow a = 2 \cdot (K-1) \Rightarrow 2 \cdot (K-1) = a \Rightarrow 2 \cdot K - 2 = a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot K - 2 = a \Rightarrow 2 \cdot K = a + 2 \Rightarrow 2 \cdot K = a + 2 \cdot 2 \Rightarrow K = \frac{a+2}{2}$$

Odgovor je pod C.

3. inačica

$$\frac{a}{K-1} = 2 \Rightarrow \frac{a}{K-1} = 2 \cdot (K-1) \Rightarrow a = 2 \cdot (K-1) \Rightarrow a = 2 \cdot K - 2 \Rightarrow -2 \cdot K = -2 - a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot K = -a - 2 \Rightarrow -2 \cdot K = -a - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow K = \frac{a+2}{2}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 379

Ako je $\frac{a}{K+1} = 2$, koliko je K ?

A. $K = \frac{a+1}{2}$ B. $K = \frac{a+2}{2}$ C. $K = \frac{a-1}{2}$ D. $K = \frac{a-2}{2}$

Rezultat: D.

Zadatak 380 (Kika, srednja škola)

Izračunaj: $\left[\frac{4 \cdot (a+b)}{(a-b)^3} - \frac{1}{a^2 - b^2} \right] \cdot \left[\frac{a^2}{3 \cdot a + b} + \frac{b^2}{a + 3 \cdot b} \right]$.

Rješenje 380

Ponovimo!

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b), \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}, \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d},$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n, \quad \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \quad (a+b)^3 = a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{4 \cdot (a+b)}{(a-b)^3} - \frac{1}{a^2 - b^2} \right] \cdot \left[\frac{a^2}{3 \cdot a + b} + \frac{b^2}{a + 3 \cdot b} \right] = \left[\frac{4 \cdot (a+b)}{(a-b)^3} - \frac{1}{(a-b) \cdot (a+b)} \right] \cdot \left[\frac{a^2}{3 \cdot a + b} + \frac{b^2}{a + 3 \cdot b} \right] = \\ & = \left[\begin{array}{l} \text{zajednički nazivnik od} \\ (a-b)^3 \text{ i } (a-b) \cdot (a+b) \\ \text{je } (a-b)^3 \cdot (a+b) \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{l} \text{zajednički nazivnik od} \\ (3 \cdot a + b) \text{ i } (a + 3 \cdot b) \\ \text{je } (3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b) \end{array} \right] = \\ & = \frac{4 \cdot (a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)^3 \cdot (a+b)} \cdot \frac{a^2 \cdot (a+3 \cdot b) + b^2 \cdot (3 \cdot a + b)}{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)} = \\ & = \frac{(2 \cdot (a+b))^2 - (a-b)^2}{(a-b)^3 \cdot (a+b)} \cdot \frac{a^2 \cdot (a+3 \cdot b) + b^2 \cdot (3 \cdot a + b)}{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)} = \\ & = \frac{(2 \cdot (a+b) - (a-b)) \cdot (2 \cdot (a+b) + (a-b))}{(a-b)^3 \cdot (a+b)} \cdot \frac{a^2 \cdot (a+3 \cdot b) + b^2 \cdot (3 \cdot a + b)}{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)} = \\ & = \frac{(2 \cdot a + 2 \cdot b - a + b) \cdot (2 \cdot a + 2 \cdot b + a - b)}{(a-b)^3 \cdot (a+b)} \cdot \frac{a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3}{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)} = \\ & = \frac{(a+3 \cdot b) \cdot (3 \cdot a + b)}{(a-b)^3 \cdot (a+b)} \cdot \frac{a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + b^3}{(3 \cdot a + b) \cdot (a + 3 \cdot b)} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(a+3\cdot b)\cdot(3\cdot a+b)}{(a-b)^3\cdot(a+b)} \cdot \frac{a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3}{(3\cdot a+b)\cdot(a+3\cdot b)} = \frac{1}{(a-b)^3\cdot(a+b)} \cdot \frac{a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3}{1} = \\
&= \frac{a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3}{(a-b)^3\cdot(a+b)} = \frac{(a+b)^3}{(a-b)^3\cdot(a+b)} = \frac{(a+b)^3}{(a-b)^3\cdot(a+b)} = \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}.
\end{aligned}$$

Vježba 380

Izračunaj: $\left[\frac{4\cdot(a+b)}{(a-b)^3} + \frac{1}{b^2-a^2} \right] \cdot \left[\frac{a^2}{3\cdot a+b} + \frac{b^2}{a+3\cdot b} \right]$.

Rezultat: $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$.

www.halapa.com