Zadatak 341 (Martina, srednja škola)

Koji je rezultat sređivanja izraza $\left(\frac{t}{t-1}+\frac{t}{t+1}-\frac{2\cdot t}{t^2-1}\right):\frac{4}{t^2+2\cdot t+1}$, gdje je $t\neq\pm 1$?

$A.\ \frac{t\cdot(t+1)}{2}$ $\quad B.\ \frac{t\cdot(t-1)}{2}$ $\quad C.\ \frac{2}{t\cdot(t+1)}$ $\quad D.\ \frac{2}{t\cdot(t-1)}$

Rješenje 341

Ponovimo!

$$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)\quad,\quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}.$$

$$a^2+2\cdot a\cdot b+b^2=(a+b)^2\quad,\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad \frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\left(\frac{t}{t-1}+\frac{t}{t+1}-\frac{2\cdot t}{t^2-1}\right):\frac{4}{t^2+2\cdot t+1}=\left(\frac{t}{t-1}+\frac{t}{t+1}-\frac{2\cdot t}{(t-1)\cdot(t+1)}\right):\frac{4}{(t+1)^2}=$$

$$=\frac{t\cdot(t+1)+t\cdot(t-1)-2\cdot t}{(t-1)\cdot(t+1)}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=\frac{t^2+t+t^2-t-2\cdot t}{(t-1)\cdot(t+1)}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=\frac{t^2+t+t^2-t-2\cdot t}{(t-1)\cdot(t+1)}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=$$

$$=\frac{2\cdot t^2-2\cdot t}{(t-1)\cdot(t+1)}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=\frac{2\cdot t\cdot(t-1)}{(t-1)\cdot(t+1)}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=\frac{2\cdot t\cdot(t-1)}{(t-1)\cdot(t+1)}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=\frac{2\cdot t}{t+1}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=$$

$$=\frac{2\cdot t}{t+1}\cdot\frac{(t+1)^2}{4}=\frac{2\cdot t}{1}\cdot\frac{t+1}{4}=\frac{2\cdot t}{1}\cdot\frac{t+1}{4}=\frac{t}{1}\cdot\frac{t+1}{2}=\frac{t\cdot(t+1)}{2}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 341

Koji je rezultat sređivanja izraza $\frac{4}{t^2+2\cdot t+1}:\left(\frac{t}{t-1}+\frac{t}{t+1}-\frac{2\cdot t}{t^2-1}\right)$, gdje je $t\neq\pm 1$?

$A.\ \frac{t\cdot(t+1)}{2}$ $\quad B.\ \frac{t\cdot(t-1)}{2}$ $\quad C.\ \frac{2}{t\cdot(t+1)}$ $\quad D.\ \frac{2}{t\cdot(t-1)}$

Rezultat: C.

Zadatak 342 (Branka, srednja škola)

Rastavi na faktore: $a^4-20\cdot a^3\cdot b+100\cdot a^2\cdot b^2$.

Rješenje 342

Ponovimo!

$$a^n\cdot a^m=a^{n+m}\quad,\quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2\quad,\quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$a^4-20\cdot a^3\cdot b+100\cdot a^2\cdot b^2=a^2\cdot\left(a^2-20\cdot a\cdot b+100\cdot b^2\right)=$$

$$= \left[\begin{matrix} \text{uspoređujući izraz u zagradi i formulu za kvadrat} \\ \text{razlike uočavamo da dani izraz možemo pisati ovako} \end{matrix} \right] =$$

$$= a^2 \cdot \left(a^2 - 2 \cdot a \cdot 10 \cdot b + (10 \cdot b)^2 \right) = a^2 \cdot (a - 10 \cdot b)^2 .$$

Vježba 342

Rastavi na faktore: $a^6 - 18 \cdot a^5 \cdot b + 81 \cdot a^4 \cdot b^2$.

Rezultat: $a^4 \cdot (a - 9 \cdot b)^2$.

Zadatak 343 (Branka, srednja škola)

Pojednostavnite dvojni razlomak: $\dfrac{\dfrac{x}{y} - \dfrac{y}{x}}{\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} - 2}$.

Rješenje 343

Ponovimo!

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} .$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b) \quad , \quad (a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n - m} \quad , \quad a^1 = a .$$

$$\frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2} = \frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - \frac{2}{1}} = \frac{\frac{x^2 - y^2}{x \cdot y}}{\frac{x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y}{x \cdot y}} = \frac{\frac{x^2 - y^2}{x \cdot y}}{\frac{x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2}{x \cdot y}} = \frac{\frac{x^2 - y^2}{x \cdot y}}{\frac{x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2}{x \cdot y}} =$$

$$= \frac{\frac{x^2 - y^2}{1}}{\frac{x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2}{1}} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2} = \frac{(x - y) \cdot (x + y)}{(x - y)^2} = \frac{(x - y) \cdot (x + y)}{(x - y)^2} = \frac{x + y}{x - y} .$$

Vježba 343

Pojednostavnite dvojni razlomak: $\dfrac{\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} - 2}{\dfrac{x}{y} - \dfrac{y}{x}}$.

Rezultat: $\dfrac{x - y}{x + y}$.

Zadatak 344 (Andrea, srednja škola)

Čemu je jednako b ako je $a = \dfrac{b - c}{\cos \varphi}$ i $\cos \varphi \neq 0$?

Rješenje 344

Ponovimo!

$$x = y \;\Rightarrow\; y = x.$$

$$a = \frac{b-c}{\cos\varphi} \;\Rightarrow\; a = \frac{b-c}{\cos\varphi} \;/\cdot\cos\varphi \;\Rightarrow\; a\cdot\cos\varphi = b-c \;\Rightarrow\; b-c = a\cdot\cos\varphi \;\Rightarrow\; b = c + a\cdot\cos\varphi.$$

Vježba 344

Čemu je jednako c ako je $a = \frac{b-c}{\cos\varphi}$ i $\cos\varphi \neq 0$?

Rezultat: $c = b - a\cdot\cos\varphi.$

Zadatak 345 (Andrea, srednja škola)

Što je rezultat sređivanja izraza $\frac{1}{2\cdot d^3 - 8\cdot d} : \frac{d+2}{d^2-4}$, za $d \neq -2, 0, 2$?

$A.\ \frac{d-1}{2\cdot d\cdot(d-2)}$ $\quad B.\ \frac{-1}{2\cdot d\cdot\left(d^2+4\right)}$ $\quad C.\ \frac{1}{2\cdot d\cdot(d+2)}$ $\quad D.\ \frac{d^3-1}{2\cdot\left(d^2-4\right)}$

Rješenje 345

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}:\frac{c}{d} = \frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c} = \frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c) = a\cdot b + a\cdot c \quad , \quad a\cdot b + a\cdot c = a\cdot(b+c).$$

$$\frac{1}{2\cdot d^3 - 8\cdot d} : \frac{d+2}{d^2-4} = \frac{1}{2\cdot d\cdot\left(d^2-4\right)} : \frac{d+2}{d^2-4} = \frac{1}{2\cdot d\cdot\left(d^2-4\right)}\cdot\frac{d^2-4}{d+2} = \frac{1}{2\cdot d\cdot\left(d^2-4\right)}\cdot\frac{d^2-4}{d+2} =$$

$$= \frac{1}{2\cdot d}\cdot\frac{1}{d+2} = \frac{1}{2\cdot d\cdot(d+2)}.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 345

Što je rezultat sređivanja izraza $\frac{1}{d^3 - 4\cdot d} : \frac{d-2}{d^2-4}$, za $d \neq -2, 0, 2$?

$A.\ \frac{d}{d\cdot(d-2)}$ $\quad B.\ \frac{-1}{2\cdot d\cdot(d+4)}$ $\quad C.\ \frac{1}{d\cdot(d+2)}$ $\quad D.\ \frac{1}{d\cdot(d-2)}$

Rezultat: D.

Zadatak 346 (Emrah, srednja škola)

Izračunaj: $\frac{16^{-4}\cdot 8^{-5}}{32^{-6}}$.

Rješenje 346

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m} \quad , \quad a^n\cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a^1 = a.$$

1.inačica

$$\frac{16^{-4}\cdot 8^{-5}}{32^{-6}}=\frac{\left(2^{4}\right)^{-4}\cdot\left(2^{3}\right)^{-5}}{\left(2^{5}\right)^{-6}}=\frac{2^{-16}\cdot 2^{-15}}{2^{-30}}=\frac{2^{-31}}{2^{-30}}=2^{-31-(-30)}=2^{-31+30}=2^{-1}=\frac{1}{2}.$$

2.inačica

$$\frac{16^{-4}\cdot 8^{-5}}{32^{-6}}=\frac{32^{6}}{16^{4}\cdot 8^{5}}=\frac{\left(2^{5}\right)^{6}}{\left(2^{4}\right)^{4}\cdot\left(2^{3}\right)^{5}}=\frac{2^{30}}{2^{16}\cdot 2^{15}}=\frac{2^{30}}{2^{31}}=2^{30-31}=2^{-1}=\frac{1}{2}.$$

Vježba 346

Izračunaj: $\frac{32^{-6}}{16^{-4}\cdot 8^{-5}}$.

Rezultat: 2.

Zadatak 347 (Emrah, srednja škola)

Izračunaj: $x^{7}\cdot x^{5}\cdot x^{-12}$.

Rješenje 347

Ponovimo!

$$a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}\quad,\quad a^{0}=1.$$

$$x^{7}\cdot x^{5}\cdot x^{-12}=x^{7+5+(-12)}=x^{12+(-12)}=x^{12-12}=x^{0}=1.$$

Vježba 347

Izračunaj: $x^{7}\cdot x^{9}\cdot x^{-16}$.

Rezultat: 1.

Zadatak 348 (Emrah, srednja škola)

Izračunaj: $\left(9^{5}\right)^{-3}\cdot 81^{-6}\cdot\left(27^{2}\right)^{9}$.

Rješenje 348

Ponovimo!

$$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}\quad,\quad a^{0}=1.$$

$$\left(9^{5}\right)^{-3}\cdot 81^{-6}\cdot\left(27^{2}\right)^{9}=9^{-15}\cdot 81^{-6}\cdot 27^{18}=\left(3^{2}\right)^{-15}\cdot\left(3^{4}\right)^{-6}\cdot\left(3^{3}\right)^{18}=$$

$$=3^{-30}\cdot 3^{-24}\cdot 3^{54}=3^{-30+(-24)+54}=3^{-54+54}=3^{0}=1.$$

Vježba 348

Izračunaj: $\left(4^{5}\right)^{-3}\cdot 16^{-6}\cdot\left(8^{2}\right)^{9}$.

Rezultat: 1.

Zadatak 349 (Emrah, srednja škola)

Izračunaj: $\dfrac{\left(a^{4}\cdot b^{3}\right)^{5}}{\left(a^{3}\cdot b^{3}\right)^{6}}$.

Rješenje 349

Ponovimo!

$$\left(x\cdot y\right)^{n}=x^{n}\cdot y^{n}\quad,\quad\left(x^{n}\right)^{m}=x^{n\cdot m}\quad,\quad\frac{x^{n}}{x^{m}}=x^{n-m}\quad,\quad x^{-n}=\frac{1}{x^{n}}.$$

1.inačica

$$\frac{\left(a^{4}\cdot b^{3}\right)^{5}}{\left(a^{3}\cdot b^{3}\right)^{6}}=\frac{\left(a^{4}\right)^{5}\cdot\left(b^{3}\right)^{5}}{\left(a^{3}\right)^{6}\cdot\left(b^{3}\right)^{6}}=\frac{a^{20}\cdot b^{15}}{a^{18}\cdot b^{18}}=a^{20-18}\cdot b^{15-18}=a^{2}\cdot b^{-3}=\frac{a^{2}}{b^{3}}.$$

2.inačica

$$\frac{\left(a^{4}\cdot b^{3}\right)^{5}}{\left(a^{3}\cdot b^{3}\right)^{6}}=\frac{\left(a^{4}\right)^{5}\cdot\left(b^{3}\right)^{5}}{\left(a^{3}\right)^{6}\cdot\left(b^{3}\right)^{6}}=\frac{a^{20}\cdot b^{15}}{a^{18}\cdot b^{18}}=a^{20}\cdot b^{15}\cdot a^{-18}\cdot b^{-18}=$$

$$=a^{20-18}\cdot b^{15-18}=a^{2}\cdot b^{-3}=\frac{a^{2}}{b^{3}}.$$

Vježba 349

Izračunaj: $\dfrac{\left(a^{3}\cdot b^{3}\right)^{6}}{\left(a^{4}\cdot b^{3}\right)^{5}}$.

Rezultat: $\dfrac{b^{3}}{a^{2}}$.

Zadatak 350 (Emrah, srednja škola)

Izračunaj: $\dfrac{x\cdot\sqrt{x^{3}}}{6\cdot\sqrt{x^{7}}}$.

Rješenje 350

Ponovimo!

$$a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}\quad,\quad a^{1}=a\quad,\quad\sqrt[n]{a^{n}\cdot b}=a\cdot\sqrt[n]{b}\quad,\quad\sqrt[n]{a\cdot b}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}.$$

$$\sqrt[n]{a^{n\cdot m}}=a^{m}\quad,\quad\frac{a^{n}}{a^{m}}=a^{n-m}\quad,\quad\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\quad,\quad\sqrt[n]{a^{m}}=a^{\frac{m}{n}}\quad,\quad a+\frac{b}{c}=\frac{a\cdot c+b}{c}.$$

$$n=\frac{n}{1}\quad,\quad\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}\quad,\quad a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}.$$

1.inačica

$$\frac{x\cdot\sqrt{x^3}}{6\cdot\sqrt{x^7}}=\frac{x\cdot\sqrt{x^2\cdot x^1}}{6\cdot\sqrt{x^6\cdot x^1}}=\frac{x\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{x^1}}{6\cdot\sqrt{x^6}\cdot\sqrt{x^1}}=\frac{x\cdot x\cdot\sqrt{x}}{6\cdot x^3\cdot\sqrt{x}}=\frac{x^2\cdot\sqrt{x}}{6\cdot x^3\cdot\sqrt{x}}=\frac{x^2\cdot\sqrt{x}}{6\cdot x^3\cdot\sqrt{x}}=$$

$$=\frac{x^2}{6\cdot x^3}=\frac{x^2}{6\cdot x^3}=\frac{1}{6\cdot x}.$$

2.inačica

$$\frac{x\cdot\sqrt{x^3}}{6\cdot\sqrt{x^7}}=\frac{x}{6}\cdot\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x^7}}=\frac{x}{6}\cdot\sqrt{\frac{x^3}{x^7}}=\frac{x}{6}\cdot\sqrt{\frac{x^3}{x^7}}=\frac{x}{6}\cdot\sqrt{\frac{1}{x^4}}=\frac{x}{6}\cdot\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{x^4}}=$$

$$=\frac{x}{6}\cdot\frac{1}{x^2}=\frac{x}{6}\cdot\frac{1}{x^2}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{6\cdot x}.$$

3.inačica

$$\frac{x\cdot\sqrt{x^3}}{6\cdot\sqrt{x^7}}=\frac{x^1\cdot x^{\frac{3}{2}}}{6\cdot x^{\frac{7}{2}}}=\frac{x^{\frac{1}{1}+\frac{3}{2}}}{6\cdot x^{\frac{7}{2}}}=\frac{x^{\frac{2+3}{2}}}{6\cdot x^{\frac{7}{2}}}=\frac{x^{\frac{5}{2}}}{6\cdot x^{\frac{7}{2}}}=\frac{1}{6}\cdot x^{\frac{5}{2}-\frac{7}{2}}=\frac{1}{6}\cdot x^{-\frac{2}{2}}=\frac{1}{6}\cdot x^{-1}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{x}=\frac{1}{6\cdot x}.$$

Vježba 350

Izračunaj: $\dfrac{x\cdot\sqrt{x^3}}{\sqrt{x^7}}.$

Rezultat: $\dfrac{1}{x}.$

Zadatak 351 (Emrah, srednja škola)

Pojednostavni : $\sqrt{45}+\sqrt{125}.$

Rješenje 351

Ponovimo!

$$\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\quad,\quad\sqrt{a^2}=a\;,\;a\ge 0\quad,\quad m\cdot\sqrt{a}+n\cdot\sqrt{a}=(m+n)\cdot\sqrt{a}.$$

$$\sqrt{45}+\sqrt{125}=\sqrt{9\cdot 5}+\sqrt{25\cdot 5}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{25}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{5^2}\cdot\sqrt{5}=$$

$$=3\cdot\sqrt{5}+5\cdot\sqrt{5}=8\cdot\sqrt{5}.$$

Vježba 351

Pojednostavni : $\sqrt{75}+\sqrt{12}.$

Rezultat: $7\cdot\sqrt{3}.$

Zadatak 352 (Emrah, srednja škola)

Pojednostavni : $\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[6]{25^{-5}}.$

Rješenje 352

Ponovimo!

$$(a^n)^m = a^{n\cdot m} \quad , \quad \sqrt[n\cdot r]{a^{m\cdot r}} = \sqrt[n]{a^m} \quad , \quad n = \frac{n}{1} \quad , \quad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n\cdot r]{a^{m\cdot r}}.$$

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b} \quad , \quad a^n\cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d} = \frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{a\cdot n}{b\cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}.$$

$$a\cdot\frac{b}{c} = \frac{a\cdot b}{c}.$$

1.inačica

$$\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[6]{25^{-5}} = \sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{5^3}\cdot\sqrt[6]{\left(5^2\right)^{-5}} = \sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{5^3}\cdot\sqrt[6]{5^{-10}} = \sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{5^3}\cdot\sqrt[6]{5^{-10}} =$$

$$= \sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{5^3}\cdot\sqrt[3]{5^{-5}} = \sqrt[12]{\left(5^2\right)^4}\cdot\sqrt[12]{\left(5^3\right)^3}\cdot\sqrt[12]{\left(5^{-5}\right)^4} = \sqrt[12]{5^8}\cdot\sqrt[12]{5^9}\cdot\sqrt[12]{5^{-20}} =$$

$$= \sqrt[12]{5^8\cdot5^9\cdot5^{-20}} = \sqrt[12]{5^{8+9-20}} = \sqrt[12]{5^{-3}} = \sqrt[12]{5^{-3}} = \sqrt[4]{5^{-1}} = \sqrt[4]{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{5}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}.$$

2.inačica

$$\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[6]{25^{-5}} = 5^{\frac{2}{3}}\cdot125^{\frac{1}{4}}\cdot25^{-\frac{5}{6}} = 5^{\frac{2}{3}}\cdot\left(5^3\right)^{\frac{1}{4}}\cdot\left(5^2\right)^{-\frac{5}{6}} = 5^{\frac{2}{3}}\cdot5^{\frac{3}{4}}\cdot5^{-\frac{5}{3}} =$$

$$= 5^{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{5}{3}} = 5^{\frac{8+9-20}{12}} = 5^{-\frac{3}{12}} = 5^{-\frac{3}{12}} = 5^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{5^{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}.$$

3.inačica

$$\sqrt[3]{5^2}\cdot\sqrt[4]{125}\cdot\sqrt[6]{25^{-5}} = \left[\begin{array}{l}\text{korijene svedemo}\\ \text{na zajednički korijen,}\\ \text{od 3, 4 i 6 najmanji}\\ \text{zajednički je 12}\end{array}\right] = \sqrt[12]{\left(5^2\right)^4\cdot125^3\cdot\left(25^{-5}\right)^2} =$$

$$= \sqrt[12]{5^8\cdot\left(5^3\right)^3\cdot25^{-10}} = \sqrt[12]{5^8\cdot5^9\cdot\left(5^2\right)^{-10}} = \sqrt[12]{5^8\cdot5^9\cdot5^{-20}} = \sqrt[12]{5^{8+9-20}} = \sqrt[12]{5^{-3}} =$$

$$= \sqrt[12]{5^{-3}} = \sqrt[4]{5^{-1}} = \sqrt[4]{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{5}} = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}.$$

Vježba 352

Pojednostavni : $\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[6]{9^{-5}}$.

Rezultat: $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

Zadatak 353 (Emy, medicinska škola)

$$\text{Ako je } \frac{a}{b}=\frac{b}{c}, \text{ onda je } \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} \text{ jednako:}$$

$$A.\ \frac{a}{c} \qquad B.\ \frac{b}{a} \qquad C.\ \frac{c}{a} \qquad D.\ \frac{c}{b}$$

Rješenje 353

Ponovimo!

$$\frac{x}{y}=\frac{m}{n} \Rightarrow x \cdot n = y \cdot m.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Zadani uvjet transformiramo.

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c} \Rightarrow b^2 = a \cdot c.$$

Sada je:

$$\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=\frac{a^2+a\cdot c}{a\cdot c+c^2}=\frac{a\cdot(a+c)}{c\cdot(a+c)}=\frac{a\cdot(a+c)}{c\cdot(a+c)}=\frac{a}{c}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 353

$$\text{Ako je } \frac{b}{a}=\frac{c}{b}, \text{ onda je } \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} \text{ jednako:}$$

$$A.\ \frac{a}{c} \qquad B.\ \frac{b}{a} \qquad C.\ \frac{c}{a} \qquad D.\ \frac{c}{b}$$

Rezultat: A.

Zadatak 354 (Kristina, srednja škola)

$$\text{Izračunajte } 4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2} \text{ i rezultat napišite kao razlomak.}$$

Rješenje 354

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m} \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \quad , \quad n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}.$$

$$4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2} = 4^{\frac{3}{2}} \cdot 27^{-\frac{2}{3}} = \left(2^2\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(3^3\right)^{-\frac{2}{3}} = 2^3 \cdot 3^{-2} = 2^3 \cdot \frac{1}{3^2} = 8 \cdot \frac{1}{9} = \frac{8}{9}.$$

Vježba 354

$$\text{Izračunajte } 8^{\frac{2}{3}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2} \text{ i rezultat napišite kao razlomak.}$$

Rezultat: $\frac{4}{9}$.

Zadatak 355 (Help, gimnazija)

Ako je a > 0, dokažite da je onda $\frac{a^2+1}{a+1} \ge \frac{a+1}{2}$.

Rješenje 355

Ponovimo!

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad (a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2.$$

$$a\in R \Rightarrow a^2\ge 0 \quad , \quad a\ge 0 \text{ i } b>0 \Rightarrow \frac{a}{b}>0.$$

Pamti!

$$\frac{+}{+}=+ \qquad \text{ili} \qquad \frac{+}{+}>0$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

Transformiramo nejednakost tako da na njezinoj desnoj strani ostane nula.

$$\frac{a^2+1}{a+1}\ge\frac{a+1}{2} \Rightarrow \frac{a^2+1}{a+1}-\frac{a+1}{2}\ge 0 \Rightarrow \frac{2\cdot\left(a^2+1\right)-(a+1)^2}{2\cdot(a+1)}\ge 0 \Rightarrow \frac{2\cdot a^2+2-\left(a^2+2\cdot a+1\right)}{2\cdot(a+1)}\ge 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2\cdot a^2+2-a^2-2\cdot a-1}{2\cdot(a+1)}\ge 0 \Rightarrow \frac{a^2-2\cdot a+1}{2\cdot(a+1)}\ge 0 \Rightarrow \frac{(a-1)^2}{2\cdot(a+1)}\ge 0.$$

Budući da je a > 0, slijedi a + 1 > 0. Također je $(a-1)^2 \ge 0$ za svaki realan broj a pa je točna nejednakost

$$\frac{(a-1)^2}{2\cdot(a+1)}\ge 0.$$

Tada je istinita i nejednakost

$$\frac{a^2+1}{a+1}\ge\frac{a+1}{2}.$$

2.inačica

Budući da je a + 1 > 0, nejednakost pomnožimo najmanjim zajedničkim nazivnikom.

$$\frac{a^2+1}{a+1}\ge\frac{a+1}{2} \Rightarrow \frac{a^2+1}{a+1}\ge\frac{a+1}{2} \;/\cdot 2\cdot(a+1) \Rightarrow 2\cdot\left(a^2+1\right)\ge(a+1)^2 \Rightarrow 2\cdot a^2+2\ge a^2+2\cdot a+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot a^2+2-a^2-2\cdot a-1\ge 0 \Rightarrow a^2-2\cdot a+1\ge 0 \Rightarrow (a-1)^2\ge 0.$$

Dobivena nejednakost je točna za svaki realan broj a pa je i početna nejednakost valjana.

Vježba 355

Ako je a > 0, dokažite da je onda $\frac{a^2+1}{a}\ge 2$.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 356 (Filip, srednja škola)

Zadano je 7 uzastopnih prirodnih brojeva. Zbroj najmanja tri od tih brojeva je 33. Koliki je zbroj najveća tri?

A. 39 *B.* 45 *C.* 48 *D.* 37

Rješenje 356

Ponovimo!

Skup svih prirodnih brojeva označavamo sa N i pišemo

$$N = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \dots\ ,\ n,\ n+1,\ \dots\}.$$

Prethodnik prirodnog broja n (n ≠ 1) je prirodni broj n – 1.
Sljedbenik prirodnog broja n je prirodni broj n + 1.
Zapis sedam uzastopnih prirodnih brojeva može se napisati na razne načine. Uobičajena su sljedeća dva zapisa:

- n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6
- n – 3, n – 2, n – 1, n, n + 1, n + 2, n + 3.

1.inačica

Promatramo niz sedam uzastopnih prirodnih brojeva.

n, n + 1, n + 2, n + 3, n + 4, n + 5, n + 6.

Budući da je zbroj najmanja tri od tih brojeva jednak 33, slijedi:

$$n+(n+1)+(n+2)=33 \Rightarrow n+n+1+n+2=33 \Rightarrow 3\cdot n+3=33 \Rightarrow 3\cdot n=33-3 \Rightarrow 3\cdot n=30.$$

Zbroj najveća tri od tih brojeva iznosi:

$$(n+4)+(n+5)+(n+6)=n+4+n+5+n+6=3\cdot n+15=30+15=45.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

Promatramo niz sedam uzastopnih prirodnih brojeva.

n – 3, n – 2, n – 1, n, n + 1, n + 2, n + 3.

Budući da je zbroj najmanja tri od tih brojeva jednak 33, slijedi:

$$(n-3)+(n-2)+(n-1)=33 \Rightarrow n-3+n-2+n-1=33 \Rightarrow 3\cdot n-6=33 \Rightarrow 3\cdot n=33+6 \Rightarrow 3\cdot n=39.$$

Zbroj najveća tri od tih brojeva iznosi:

$$(n+1)+(n+2)+(n+3)=n+1+n+2+n+3=3\cdot n+6=39+6=45.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 356

Zadano je 7 uzastopnih prirodnih brojeva. Zbroj najmanja tri od tih brojeva je 36. Koliki je zbroj najveća tri?

A. 51 *B.* 50 *C.* 49 *D.* 55

Rezultat: A.

Zadatak 357 (Filip, srednja škola)

Ako je a – 1 = b + 2 = c – 3 = d + 4 = e – 5, koji je od brojeva a, b, c, d, e najveći?

Rješenje 357

Ponovimo!

Ako su a i b dva različita realna broja i ako je njihova razlika a – b pozitivna tada je a veće od b, u oznaci a > b, tj. b manje od a, u oznaci b < a.
Ako su a i b realni brojevi tada vrijedi točno jedna od tri mogućnosti:

- $a > b$ $(a$ je veće od $b)$
- $a = b$ $(a$ je jednako $b)$
- $a < b$ $(a$ je manje od $b)$.

Zakon kraćenja (kancelacije)

$$a+c=b+c \Rightarrow a=b.$$

Svakom dijelu jednadžbe pribrojimo 5.

$$a-1=b+2=c-3=d+4=e-5 \Rightarrow a-1=b+2=c-3=d+4=e-5 \;/+5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a-1+5=b+2+5=c-3+5=d+4+5=e-5+5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a-1+5=b+2+5=c-3+5=d+4+5=e-5+5 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a+4=b+7=c+2=d+9=e.$$

Vidi se da je e najveći broj.

Vježba 357

Ako je a – 1 = b + 2 = c – 3 = d + 4 = e – 5, koji je od brojeva a, b, c, d, e najmanji?

Rezultat: d.

Zadatak 358 (Ana, ugostiteljska škola)

Izračunaj: $7+4\cdot\{2+3\cdot[4-6:(3\cdot1+3)]\}$.

Rješenje 358

Ponovimo!

Ako u zadatku postoji više računskih operacija najprije:

- množimo i dijelimo
- zatim zbrajamo i oduzimamo.

Ako u zadatku postoje zagrade, tada najprije računamo ono što je dano u zagradama. Najprije rješavamo:

- okrugle zagrade (,)
- zatim uglate zagrade [,]
- na kraju vitičaste zagrade { , }.

$$7+4\cdot\{2+3\cdot[4-6:(3\cdot1+3)]\}=\begin{bmatrix}\text{najprije u okrugloj zagradi}\\ \text{računamo množenje}\end{bmatrix}=7+4\cdot\{2+3\cdot[4-6:(3+3)]\}=$$
$$=\begin{bmatrix}\text{sada u okrugloj zagradi}\\ \text{računamo zbrajanje}\end{bmatrix}=7+4\cdot\{2+3\cdot[4-6:6]\}=\begin{bmatrix}\text{najprije u uglatoj zagradi}\\ \text{računamo dijeljenje}\end{bmatrix}=$$
$$=7+4\cdot\{2+3\cdot[4-1]\}=\begin{bmatrix}\text{sada u uglatoj zagradi}\\ \text{računamo oduzimanje}\end{bmatrix}=7+4\cdot\{2+3\cdot3\}=\begin{bmatrix}\text{najprije u vitičastoj zagradi}\\ \text{računamo množenje}\end{bmatrix}=$$
$$=7+4\cdot\{2+9\}=\begin{bmatrix}\text{sada u vitičastoj zagradi}\\ \text{računamo zbrajanje}\end{bmatrix}=7+4\cdot11=\begin{bmatrix}\text{najprije}\\ \text{množimo}\end{bmatrix}=7+44=51.$$

Vježba 358

Izračunaj: $5+\{1+2\cdot[3-4:(2\cdot1+2)]\}$.

Rezultat: 10.

Zadatak 359 (Iva, srednja škola)

Zapiši u obliku kvadrata binoma: $(a-2\cdot b)^2+8\cdot a\cdot b$.

Rješenje 359

Ponovimo!

$$(x-y)^2=x^2-2\cdot x\cdot y+y^2 \quad , \quad (x+y)^2=x^2+2\cdot x\cdot y+y^2 \quad , \quad (x\cdot y)^n=x^n\cdot y^n.$$

$$(a-2\cdot b)^2+8\cdot a\cdot b=a^2-2\cdot a\cdot 2\cdot b+(2\cdot b)^2+8\cdot a\cdot b=a^2-4\cdot a\cdot b+4\cdot b^2+8\cdot a\cdot b=$$
$$=a^2+4\cdot a\cdot b+4\cdot b^2=a^2+2\cdot a\cdot 2\cdot b+(2\cdot b)^2=(a+2\cdot b)^2.$$

Vježba 359

Zapiši u obliku kvadrata binoma : $(2 \cdot b - a)^2 + 8 \cdot a \cdot b.$

Rezultat: $(a + 2 \cdot b)^2.$

Zadatak 360 (Iva, srednja škola)

Rastavi na faktore : $3 \cdot a^2 + 2 \cdot a + 4 \cdot b + 6 \cdot a \cdot b.$

Rješenje 360

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1.inačica

Metodom grupiranja dobije se:

$$3 \cdot a^2 + 2 \cdot a + 4 \cdot b + 6 \cdot a \cdot b = \left(3 \cdot a^2 + 2 \cdot a\right) + (4 \cdot b + 6 \cdot a \cdot b) = a \cdot (3 \cdot a + 2) + 2 \cdot b \cdot (2 + 3 \cdot a) =$$
$$= a \cdot (3 \cdot a + 2) + 2 \cdot b \cdot (3 \cdot a + 2) = (3 \cdot a + 2) \cdot (a + 2 \cdot b).$$

2.inačica

Metodom grupiranja dobije se:

$$3 \cdot a^2 + 2 \cdot a + 4 \cdot b + 6 \cdot a \cdot b = \left(3 \cdot a^2 + 6 \cdot a \cdot b\right) + (2 \cdot a + 4 \cdot b) = 3 \cdot a \cdot (a + 2 \cdot b) + 2 \cdot (a + 2 \cdot b) =$$
$$= (a + 2 \cdot b) \cdot (3 \cdot a + 2).$$

Vježba 360

Rastavi na faktore : $2 \cdot a^2 + 3 \cdot a + 6 \cdot b + 4 \cdot a \cdot b.$

Rezultat: $(2 \cdot a + 3) \cdot (a + 2 \cdot b).$