Zadatak 221 (Mali Šime, gimnazija)

Pojednostavni : $\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}$.

Rješenje 221

Ponovimo!

$$x^{-n}=\frac{1}{x^{n}}\quad,\quad\left(\frac{x}{y}\right)^{-n}=\left(\frac{y}{x}\right)^{n}\quad,\quad\left(x^{n}\right)^{m}=x^{n\cdot m}\quad,\quad x^{n}\cdot x^{m}=x^{n+m}.$$

$$x^{n}:x^{m}=x^{n-m}\quad,\quad\frac{x^{n}}{x^{m}}=x^{n-m}\quad,\quad x^{n}\cdot y^{n}=(x\cdot y)^{n}.$$

1.inačica

$$\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}=\left(\frac{8\cdot b^{3}}{a^{2}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot b^{2}}{a^{3}}\right)^{-3}=\left(\frac{8\cdot b^{3}}{a^{2}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{a^{3}}{16\cdot b^{2}}\right)^{3}=$$

$$=\left(\frac{8\cdot b^{3}}{a^{2}}\cdot\frac{a^{3}}{16\cdot b^{2}}\right)^{3}=\left(\frac{b^{1}\cdot a^{1}}{2}\right)^{3}=\frac{b^{3}\cdot a^{3}}{8}=\frac{a^{3}\cdot b^{3}}{8}.$$

2.inačica

$$\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}=\left(\frac{8\cdot b^{3}}{a^{2}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot b^{2}}{a^{3}}\right)^{-3}=\left(\frac{8\cdot b^{3}}{a^{2}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{a^{3}}{16\cdot b^{2}}\right)^{3}=$$

$$=\left(\frac{2^{3}\cdot b^{3}}{a^{2}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{a^{3}}{2^{4}\cdot b^{2}}\right)^{3}=\frac{2^{9}\cdot b^{9}}{a^{6}}\cdot\frac{a^{9}}{2^{12}\cdot b^{6}}=\frac{b^{3}\cdot a^{3}}{2^{3}}=\frac{a^{3}\cdot b^{3}}{8}.$$

3.inačica

$$\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}=\left(\frac{2^{3}\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{2^{4}\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}=\frac{2^{9}\cdot a^{-6}}{b^{-9}}\cdot\frac{2^{-12}\cdot a^{9}}{b^{6}}=$$

$$=\frac{2^{-3}\cdot a^{3}}{b^{-3}}=\frac{a^{3}\cdot b^{3}}{2^{3}}=\frac{a^{3}\cdot b^{3}}{8}.$$

4.inačica

$$\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}=\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{b^{-2}}{16\cdot a^{-3}}\right)^{3}=\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\cdot\frac{b^{-2}}{16\cdot a^{-3}}\right)^{3}=$$

$$=\left(\frac{1}{b^{-1}\cdot 2\cdot a^{-1}}\right)^{3}=\left(\frac{b^{1}\cdot a^{1}}{2}\right)^{3}=\frac{b^{3}\cdot a^{3}}{8}=\frac{a^{3}\cdot b^{3}}{8}.$$

5.inačica

$$\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{16\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-3}=\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{3}\cdot\left(\frac{b^{-2}}{16\cdot a^{-3}}\right)^{3}=\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\cdot\frac{b^{-2}}{16\cdot a^{-3}}\right)^{3}=$$

$$=\left(\frac{a^{-2}\cdot a^{3}\cdot b^{-2}\cdot b^{3}}{2}\right)^{3}=\left(\frac{a^{1}\cdot b^{1}}{2}\right)^{3}=\frac{a^{3}\cdot b^{3}}{8}.$$

Vježba 221

$$\text{Pojednostavni}:\left(\frac{8\cdot a^{-2}}{b^{-3}}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{16\cdot a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{3}.$$

Rezultat: $\frac{8}{a^{3}\cdot b^{3}}.$

Zadatak 222 (Matija, Josipa, Lidija, Marija, Ivana, Petar, Željka, Karolina, AnaMarija, TUPŠ)

$$\text{Pojednostavni}:\left(\frac{x-1}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}\right)\cdot\frac{x^{2}-1}{4}.$$

Rješenje 222

Ponovimo!

$$(a-b)^{2}=a^{2}-2\cdot a\cdot b+b^{2}\quad,\quad(a+b)^{2}=a^{2}+2\cdot a\cdot b+b^{2}\quad,\quad a^{2}-b^{2}=(a-b)\cdot(a+b).$$

1.inačica

$$\left(\frac{x-1}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}\right)\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{(x-1)^{2}-(x+1)^{2}}{(x+1)\cdot(x-1)}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{x^{2}-2\cdot x+1-\left(x^{2}+2\cdot x+1\right)}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=$$

$$=\frac{x^{2}-2\cdot x+1-x^{2}-2\cdot x-1}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{x^{2}-2\cdot x+1-x^{2}-2\cdot x-1}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{-4\cdot x}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=$$

$$=\frac{-4\cdot x}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{-4\cdot x}{4}=\frac{-4\cdot x}{4}=-x.$$

2.inačica

$$\left(\frac{x-1}{x+1}-\frac{x+1}{x-1}\right)\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{(x-1)^{2}-(x+1)^{2}}{(x+1)\cdot(x-1)}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{((x-1)-(x+1))\cdot((x-1)+(x+1))}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=$$

$$=\frac{(x-1-x-1)\cdot(x-1+x+1)}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{(x-1-x-1)\cdot(x-1+x+1)}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{-2\cdot 2\cdot x}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=$$

$$=\frac{-4\cdot x}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}==\frac{-4\cdot x}{x^{2}-1}\cdot\frac{x^{2}-1}{4}=\frac{-4\cdot x}{4}=\frac{-4\cdot x}{4}=-x.$$

Vježba 222

$$\text{Pojednostavni}:\left(\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}\right)\cdot\frac{1-x^{2}}{4}.$$

Rezultat: – x.

Zadatak 223 (Matija, Josipa, Lidija, Marija, Ivana, Petar, Željka, Karolina, AnaMarija, TUPŠ)

Ako je $x+2\cdot y=11$, koliko je $x^{2}+4\cdot x\cdot y+4\cdot y^{2}+7$?

Rješenje 223

Ponovimo!

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \quad , \quad a = b \Rightarrow a^2 = b^2 .$$

1.inačica

$$x + 2 \cdot y = 11 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{kvadriramo} \\ \text{jednakost} \end{bmatrix} \Rightarrow (x + 2 \cdot y)^2 = 11^2 \Rightarrow x^2 + 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2 = 121.$$

Sada izračunamo brojevnu vrijednost zadanog izraza:

$$x^2 + 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2 + 7 = \left(x^2 + 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2\right) + 7 =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{metoda supstitucije} \\ x^2 + 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2 = 121 \end{bmatrix} = 121 + 7 = 128.$$

2.inačica

Budući da je

$$x + 2 \cdot y = 11,$$

nađemo neki par cijelih brojeva x i y koji zadovoljava tu jednakost. Na primjer,

$x + 2 \cdot y = 11$	
x	**y**
1	5
3	4
5	3
7	2
9	1

Bilo koji par cijelih brojeva x i y iz tablice uvrstimo u zadanu jednakost i dobijemo rezultat.
Na primjer,

$$x^2 + 4 \cdot x \cdot y + 4 \cdot y^2 + 7 = \begin{bmatrix} x = 1 \\ y = 5 \end{bmatrix} = 1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 5 + 4 \cdot 5^2 + 7 = 1 + 20 + 100 + 7 = 128.$$

Vježba 223

Ako je $x + 3 \cdot y = 10$, koliko je $x^2 + 6 \cdot x \cdot y + 9 \cdot y^2 + 1$?

Rezultat: 101.

Zadatak 224 (Matija, Josipa, Lidija, Marija, Ivana, Petar, Željka, Karolina, AnaMarija, TUPŠ)

Ako je $P = \frac{a+c}{2} \cdot v$, nađi v.

Rješenje 224

Ponovimo!

$$a = b \Rightarrow b = a.$$

1.inačica

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v \Rightarrow P = \frac{a+c}{2} \cdot v \ / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot P = (a+c) \cdot v \Rightarrow -(a+c) \cdot v = -2 \cdot P \ / \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a+c) \cdot v = 2 \cdot P \ / : (a+c) \Rightarrow v = \frac{2 \cdot P}{a+c}.$$

2.inačica

$$P = \frac{a+c}{2} \cdot v \Rightarrow P = \frac{a+c}{2} \cdot v \ / \cdot 2 \Rightarrow 2 \cdot P = (a+c) \cdot v \Rightarrow 2 \cdot P = (a+c) \cdot v \ / \cdot \frac{1}{a+c} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot P}{a+c} = v \Rightarrow v = \frac{2 \cdot P}{a+c}.$$

3.inačica

$$P=\frac{a+c}{2}\cdot v \Rightarrow P=\frac{a+c}{2}\cdot v \;/\cdot\frac{2}{a+c} \Rightarrow \frac{2\cdot P}{a+c}=v \Rightarrow v=\frac{2\cdot P}{a+c}.$$

Vježba 224

Ako je $P=\frac{a+b+c}{2}\cdot r$, nađi r.

Rezultat: $r=\frac{2\cdot P}{a+b+c}.$

Zadatak 225 (Matija, Josipa, Lidija, Marija, Ivana, Petar, Željka, Karolina, AnaMarija, TUPŠ)

Ako je $p=\frac{a\cdot r+b\cdot s-q}{t}$, nađi s.

Rješenje 225

Ponovimo!

$$a=b \Rightarrow b=a.$$

1.inačica

$$p=\frac{a\cdot r+b\cdot s-q}{t} \Rightarrow p=\frac{a\cdot r+b\cdot s-q}{t} \;/\cdot t \Rightarrow p\cdot t=a\cdot r+b\cdot s-q \Rightarrow -b\cdot s=a\cdot r-q-p\cdot t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b\cdot s=a\cdot r-q-p\cdot t \;/\cdot(-1) \Rightarrow b\cdot s=-a\cdot r+q+p\cdot t \Rightarrow b\cdot s=p\cdot t+q-a\cdot r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b\cdot s=p\cdot t+q-a\cdot r \;/:b \Rightarrow s=\frac{p\cdot t+q-a\cdot r}{b}.$$

2.inačica

$$p=\frac{a\cdot r+b\cdot s-q}{t} \Rightarrow p=\frac{a\cdot r+b\cdot s-q}{t} \;/\cdot t \Rightarrow p\cdot t=a\cdot r+b\cdot s-q \Rightarrow p\cdot t-a\cdot r+q=b\cdot s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b\cdot s=p\cdot t+q-a\cdot r \Rightarrow b\cdot s=p\cdot t+q-a\cdot r \;/:b \Rightarrow s=\frac{p\cdot t+q-a\cdot r}{b}.$$

Vježba 225

Ako je $p=\frac{a\cdot r+b\cdot s-q}{t}$, nađi b.

Rezultat: $b=\frac{p\cdot t+q-a\cdot r}{s}.$

Zadatak 226 (Matija, Josipa, Lidija, Marija, Ivana, Petar, Željka, Karolina, AnaMarija, TUPŠ)

Pojednostavni : $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2.$

Rješenje 226

Ponovimo!

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad (a-b)^2=a^2-2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b).$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2} \quad , \quad \frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}.$$

1.inačica

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2=\frac{(x+y)^2}{4}-\frac{(x-y)^2}{4}=\frac{x^2+2\cdot x\cdot y+y^2}{4}-\frac{x^2-2\cdot x\cdot y+y^2}{4}=$$

$$=\frac{x^2+2\cdot x\cdot y+y^2-\left(x^2-2\cdot x\cdot y+y^2\right)}{4}=\frac{x^2+2\cdot x\cdot y+y^2-x^2+2\cdot x\cdot y-y^2}{4}=$$

$$=\frac{x^2+2\cdot x\cdot y+y^2-x^2+2\cdot x\cdot y-y^2}{4}=\frac{4\cdot x\cdot y}{4}=\frac{4\cdot x\cdot y}{4}=x\cdot y.$$

2.inačica

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2-\left(\frac{x-y}{2}\right)^2=\left(\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{2}\right)\cdot\left(\frac{x+y}{2}+\frac{x-y}{2}\right)=\frac{x+y-(x-y)}{2}\cdot\frac{x+y+x-y}{2}=$$

$$=\frac{x+y-x+y}{2}\cdot\frac{x+y+x-y}{2}=\frac{x+y-x+y}{2}\cdot\frac{x+y+x-y}{2}=\frac{2\cdot y}{2}\cdot\frac{2\cdot x}{2}=\frac{4\cdot x\cdot y}{4}=\frac{4\cdot x\cdot y}{4}=x\cdot y.$$

Vježba 226

Pojednostavni : $\left(\frac{x+1}{2}\right)^2-\left(\frac{x-1}{2}\right)^2$.

Rezultat: x.

Zadatak 227 (Matija, Josipa, Lidija, Marija, Ivana, Petar, Željka, Karolina, AnaMarija, TUPŠ)

Ako je $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=10$, koliko je $x+\frac{1}{x}$?

Rješenje 227

Ponovimo!

$$(a+b)^2=a^2+2\cdot a\cdot b+b^2 \quad , \quad a=b \Rightarrow a^2=b^2 \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a^2}{b^2} \quad , \quad \left(\sqrt{a}\right)^2=a.$$

$$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=10 \Rightarrow \begin{bmatrix}\text{kvadriramo}\\ \text{jednakost}\end{bmatrix} \Rightarrow \left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2=10^2 \Rightarrow$$

$$\left(\sqrt{x}\right)^2+2\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}+\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2=100 \Rightarrow \left(\sqrt{x}\right)^2+2\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\left(\sqrt{x}\right)^2}=100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+2\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x}=100 \Rightarrow x+2\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x}=100 \Rightarrow x+2+\frac{1}{x}=100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+\frac{1}{x}=100-2 \Rightarrow x+\frac{1}{x}=98.$$

Vježba 227

Ako je $x+\frac{1}{x}=11$, koliko je $x^2+\frac{1}{x^2}$?

Rezultat: 119.

Zadatak 228 (Ekipa, TUPŠ)

Koji je rezultat oduzimanja: $3-\frac{1+2\cdot a}{a}$?

$$A.\ \frac{a-1}{a} \qquad B.\ \frac{a+1}{a} \qquad C.\ \frac{5\cdot a-1}{a} \qquad D.\ \frac{5\cdot a+1}{a}$$

Rješenje 228

Ponovimo!

$$n=\frac{n}{1}.$$

1.inačica

$$3-\frac{1+2\cdot a}{a}=\frac{3}{1}-\frac{1+2\cdot a}{a}=\frac{3\cdot a-1\cdot(1+2\cdot a)}{a}=\frac{3\cdot a-1-2\cdot a}{a}=\frac{a-1}{a}.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

Do rješenja se može doći i na jednostavniji način. Ako se dva izraza podudaraju za bilo koju vrijednost varijable a, oni se moraju podudarati i kad odaberemo konkretnu vrijednost. Tako na primjer, u početnom izrazu možemo uzeti da je a = 1. Za tu vrijednost od a dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} 3-\frac{1+2\cdot a}{a} \\ a=1 \end{array}\right\} \Rightarrow 3-\frac{1+2\cdot 1}{1}=3-\frac{1+2}{1}=3-\frac{3}{1}=3-3=0.$$

Za a = 1 računamo vrijednost izraza ponuđenih pod A, B, C i D.
Računamo vrijednost izraza pod A.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{a-1}{a} \\ a=1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1-1}{1}=\frac{0}{1}=0.$$

Dakle, odgovor je pod A. Ostala tri odgovora (B, C i D) ne moramo ni računati jer je samo jedan ponuđeni odgovor točan.

Vježba 228

Koji je rezultat oduzimanja: $3-\frac{1+a}{a}$?

$$A.\ \frac{a-1}{a} \qquad B.\ \frac{2\cdot a+1}{a} \qquad C.\ \frac{2\cdot a-1}{a} \qquad D.\ \frac{3\cdot a+1}{a}$$

Rezultat: Odgovor je pod C.

Zadatak 229 (Ekipa, TUPŠ)

Koji je rezultat oduzimanja: $\frac{1}{a-3}-\frac{6}{a^2-9}$?

$$A.\ \frac{-5}{a^2+a-12} \qquad B.\ \frac{a-9}{a^2-9} \qquad C.\ \frac{1}{a^2-9} \qquad D.\ \frac{1}{a+3}$$

Rješenje 229

Ponovimo!

$$x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y).$$

1.inačica

$$\frac{1}{a-3}-\frac{6}{a^2-9}=\frac{1}{a-3}-\frac{6}{(a-3)\cdot(a+3)}=\frac{a+3-6}{(a-3)\cdot(a+3)}=\frac{a-3}{(a-3)\cdot(a+3)}=\frac{a-3}{(a-3)\cdot(a+3)}=\frac{1}{a+3}.$$

Odgovor je pod D.

2.inačica

Do rješenja se može doći i na jednostavniji način. Ako se dva izraza podudaraju za bilo koju vrijednost varijable a, oni se moraju podudarati i kad odaberemo konkretnu vrijednost. Tako na primjer, u početnom izrazu možemo uzeti da je a = 0. Za tu vrijednost od a dobije se:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{a-3}-\frac{6}{a^{2}-9} \\ a=0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{0-3}-\frac{6}{0^{2}-9}=\frac{1}{-3}-\frac{6}{-9}=-\frac{1}{3}+\frac{6}{9}=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}.$$

Za a = 0 računamo vrijednost izraza ponuđenih pod A, B, C i D.

Računamo vrijednost izraza pod A.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{-5}{a^{2}+a-12} \\ a=0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{-5}{0^{2}+0-12}=\frac{-5}{-12}=\frac{5}{12} \neq \frac{1}{3}.$$

Računamo vrijednost izraza pod B.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a-9}{a^{2}-9} \\ a=0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{0-9}{0^{2}-9}=\frac{-9}{-9}=1 \neq \frac{1}{3}.$$

Računamo vrijednost izraza pod C.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{a^{2}-9} \\ a=0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{0^{2}-9}=\frac{1}{-9}=-\frac{1}{9} \neq \frac{1}{3}.$$

Računamo vrijednost izraza pod D.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{1}{a+3} \\ a=0\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{0+3}=\frac{1}{3}.$$

Dakle, odgovor je pod D.

Vježba 229

Koji je rezultat oduzimanja: $\frac{6}{a^{2}-9}-\frac{1}{a-3}$?

$A.\ \frac{-5}{a^{2}+a-12}$ $B.\ \frac{a-9}{a^{2}-9}$ $C.\ \frac{1}{a^{2}-9}$ $D.\ -\frac{1}{a+3}$

Rezultat: Odgovor je pod D.

Zadatak 230 (Ekipa, TUPŠ)

Skraćivanjem izraza $\frac{9 \cdot a^{2}-4}{6 \cdot a+4}$ dobivamo:

$A.\ \frac{3 \cdot a}{2}$ $B.\ \frac{3 \cdot a+2}{2}$ $C.\ 3 \cdot a-1$ $D.\ \frac{3 \cdot a-2}{2}$

Rješenje 230

Ponovimo!

$$x^{2}-y^{2}=(x-y) \cdot(x+y).$$

1.inačica

$$\frac{9\cdot a^2-4}{6\cdot a+4}=\frac{(3\cdot a)^2-2^2}{2\cdot(3\cdot a+2)}=\frac{(3\cdot a-2)\cdot(3\cdot a+2)}{2\cdot(3\cdot a+2)}=\frac{(3\cdot a-2)\cdot(3\cdot a+2)}{2\cdot(3\cdot a+2)}=\frac{3\cdot a-2}{2}.$$

Odgovor je pod D.

2.inačica

Do rješenja se može doći i na jednostavniji način. Ako se dva izraza podudaraju za bilo koju vrijednost varijable a, oni se moraju podudarati i kad odaberemo konkretnu vrijednost. Tako na primjer, u početnom izrazu možemo uzeti da je a = 1. Za tu vrijednost od a dobije se:

$$\left.\begin{matrix}\frac{9\cdot a^2-4}{6\cdot a+4}\\ a=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{9\cdot 1^2-4}{6\cdot 1+4}=\frac{9-4}{6+4}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}.$$

Za a = 1 računamo vrijednost izraza ponuđenih pod A, B, C i D.

Računamo vrijednost izraza pod A.

$$\left.\begin{matrix}\frac{3\cdot a}{2}\\ a=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{3\cdot 1}{2}=\frac{3}{2}\neq\frac{1}{2}.$$

Računamo vrijednost izraza pod B.

$$\left.\begin{matrix}\frac{3\cdot a+2}{2}\\ a=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{3\cdot 1+2}{2}=\frac{3+2}{2}=\frac{5}{2}\neq\frac{1}{2}.$$

Računamo vrijednost izraza pod C.

$$\left.\begin{matrix}3\cdot a-1\\ a=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow 3\cdot 1-1=3-1=2\neq\frac{1}{2}.$$

Računamo vrijednost izraza pod D.

$$\left.\begin{matrix}\frac{3\cdot a-2}{2}\\ a=1\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{3\cdot 1-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}.$$

Dakle, odgovor je pod D.

Vježba 230

Skraćivanjem izraza $\frac{9\cdot a^2-4}{6\cdot a+4}$ dobivamo:

$A.\ \frac{2\cdot a+1}{2}$ $\quad B.\ \frac{2\cdot a-1}{2}$ $\quad C.\ 2\cdot a-1$ $\quad D.\ \frac{a-2}{2}$

Rezultat: Odgovor je pod A.

Zadatak 231 (Ekipa, TUPŠ)

Skraćivanjem izraza $\frac{9-(a-4)^2}{14-2\cdot a}$ dobivamo:

$A.\ \frac{1-a^2}{14-2\cdot a}$ $\quad B.\ \frac{3\cdot a+2}{2}$ $\quad C.\ \frac{1-a}{2}$ $\quad D.\ \frac{a-1}{2}$

Rješenje 231

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$x \cdot (y+z) = x \cdot y + x \cdot z \quad , \quad x \cdot y + x \cdot z = x \cdot (y+z).$$

$$x^2 - y^2 = (x-y) \cdot (x+y) \quad , \quad (x-y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2.$$

1.inačica

$$\frac{9-(a-4)^2}{14-2 \cdot a} = \frac{3^2-(a-4)^2}{2 \cdot (7-a)} = \frac{(3-(a-4)) \cdot (3+(a-4))}{2 \cdot (7-a)} = \frac{(3-a+4) \cdot (3+a-4)}{2 \cdot (7-a)} =$$

$$= \frac{(7-a) \cdot (a-1)}{2 \cdot (7-a)} = \frac{(7-a) \cdot (a-1)}{2 \cdot (7-a)} = \frac{a-1}{2}.$$

Odgovor je pod D.

2.inačica

$$\frac{9-(a-4)^2}{14-2 \cdot a} = \frac{9-\left(a^2-8 \cdot a+16\right)}{2 \cdot (7-a)} = \frac{9-a^2+8 \cdot a-16}{2 \cdot (7-a)} = \frac{-a^2+8 \cdot a-7}{2 \cdot (7-a)} = \frac{-a^2+8 \cdot a-7}{2 \cdot (7-a)} =$$

$$= \frac{-a^2+7 \cdot a+a-7}{2 \cdot (7-a)} = \frac{7 \cdot a-a^2+a-7}{2 \cdot (7-a)} = \frac{\left(7 \cdot a-a^2\right)+(a-7)}{2 \cdot (7-a)} = \frac{a \cdot (7-a)-(7-a)}{2 \cdot (7-a)} =$$

$$= \frac{(7-a) \cdot (a-1)}{2 \cdot (7-a)} = \frac{(7-a) \cdot (a-1)}{2 \cdot (7-a)} = \frac{a-1}{2}.$$

Odgovor je pod D.

3.inačica

Do rješenja se može doći i na jednostavniji način. Ako se dva izraza podudaraju za bilo koju vrijednost varijable a, oni se moraju podudarati i kad odaberemo konkretnu vrijednost. Tako na primjer, u početnom izrazu možemo uzeti da je a = 0. Za tu vrijednost od a dobije se:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{9-(a-4)^2}{14-2 \cdot a} \\ a=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{9-(0-4)^2}{14-2 \cdot 0} = \frac{9-(-4)^2}{14-0} = \frac{9-16}{14} = \frac{-7}{14} = -\frac{1}{2}.$$

Za a = 0 računamo vrijednost izraza ponuđenih pod A, B, C i D.

Računamo vrijednost izraza pod A.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1-a^2}{14-2 \cdot a} \\ a=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1-0^2}{14-2 \cdot 0} = \frac{1-0}{14-0} = \frac{1}{14} \neq -\frac{1}{2}.$$

Računamo vrijednost izraza pod B.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3 \cdot a+2}{2} \\ a=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{3 \cdot 0+2}{2} = \frac{0+2}{2} = \frac{1}{1} = 1 \neq -\frac{1}{2}.$$

Računamo vrijednost izraza pod C.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1-a}{2} \\ a=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1-0}{2} = \frac{1}{2} \neq -\frac{1}{2}.$$

Računamo vrijednost izraza pod D.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a-1}{2}\\ a=0\end{array}\right\}\Rightarrow\ \frac{0-1}{2}=-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}.$$

Dakle, odgovor je pod D.

Vježba 231

Skraćivanjem izraza $\frac{(a-4)^2-9}{2\cdot a-14}$ dobivamo:

$A.\ \frac{1-a^2}{14-2\cdot a}\qquad B.\ \frac{3\cdot a+2}{2}\qquad C.\ \frac{1-a}{2}\qquad D.\ \frac{a-1}{2}$

Rezultat: Odgovor je pod D.

Zadatak 232 (Martina, srednja škola)

Pojednostavni: $(x-y)^3+(x+y)^3+3\cdot(x-y)^2\cdot(x+y)+3\cdot(x+y)^2\cdot(x-y).$

Rješenje 232

Ponovimo!

$$(a+b)^3=a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3.$$

$$(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n.$$

Uvedemo li zamjenu (supstituciju)

$$x-y=a\quad,\quad x+y=b$$

izraz prelazi u

$$(x-y)^3+(x+y)^3+3\cdot(x-y)^2\cdot(x+y)+3\cdot(x+y)^2\cdot(x-y)=\begin{bmatrix}\text{zamjena}\\ x-y=a\\ x+y=b\end{bmatrix}=$$

$$=a^3+b^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2=a^3+3\cdot a^2\cdot b+3\cdot a\cdot b^2+b^3=(a+b)^3=$$

$$=(x-y+x+y)^3=(x-y+x+y)^3=(2\cdot x)^3=2^3\cdot x^3=8\cdot x^3.$$

Vježba 232

Pojednostavni: $(x-y)^3+(x+y)^3.$

Rezultat: $2\cdot x^3+6\cdot x\cdot y^2=2\cdot x\cdot\left(x^2+3\cdot y^2\right).$

Zadatak 233 (Nicky, gimnazija)

Ako je $a\cdot x+b\cdot y=0$, dokaži da je $\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{x^2}{x^2+y^2}=1.$

Rješenje 233

Ponovimo!

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\quad,\quad(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n\quad,\quad\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Ako je a · x + b · y = 0, tada slijedi:

$$a\cdot x+b\cdot y=0\ \Rightarrow\ a\cdot x=-b\cdot y\ /\cdot\frac{1}{a}\ \Rightarrow\ x=-\frac{b}{a}\cdot y.$$

Sada računamo:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{x^2}{x^2+y^2}\\ x=-\frac{b}{a}\cdot y\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\left(-\frac{b}{a}\cdot y\right)^2}{\left(-\frac{b}{a}\cdot y\right)^2+y^2}=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2}{a^2}\cdot y^2}{\frac{b^2}{a^2}\cdot y^2+y^2}=$$

$$=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2}{a^2}\cdot y^2}{y^2\cdot\left(\frac{b^2}{a^2}+1\right)}=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2}{a^2}\cdot y^2}{y^2\cdot\left(\frac{b^2}{a^2}+1\right)}=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{b^2}{a^2}+1}=$$

$$=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{b^2+a^2}{a^2}}=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{\frac{b^2}{a^2}}{\frac{b^2+a^2}{a^2}}=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2}{b^2+a^2}=\frac{a^2}{a^2+b^2}+\frac{b^2}{a^2+b^2}=$$

$$=\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2}=1.$$

Vježba 233

Ako je $a\cdot x+b\cdot y=0$, dokaži da je $\frac{a^2}{a^2+b^2}=\frac{y^2}{x^2+y^2}$.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 234 (Nicky, gimnazija)

Ako su a, b i c realni brojevi od kojih nikoja dva nisu jednaka, nađi vrijednost izraza

$$S=\frac{a^2}{(a-b)\cdot(a-c)}+\frac{b^2}{(b-a)\cdot(b-c)}+\frac{c^2}{(c-a)\cdot(c-b)}.$$

Rješenje 234

Ponovimo!

$$x^2-y^2=\cdot(x-y)\cdot(x+y).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$x\cdot(y+z)=x\cdot y+x\cdot z \quad , \quad x\cdot y+x\cdot z=x\cdot(y+z).$$

$$S=\frac{a^2}{(a-b)\cdot(a-c)}+\frac{b^2}{(b-a)\cdot(b-c)}+\frac{c^2}{(c-a)\cdot(c-b)}=$$

$$=\frac{a^2}{(a-b)\cdot(a-c)}+\frac{b^2}{-(a-b)\cdot(b-c)}+\frac{c^2}{(-(a-c))\cdot(-(b-c))}=$$

$$=\frac{a^2}{(a-b)\cdot(a-c)}+\frac{b^2}{-(a-b)\cdot(b-c)}+\frac{c^2}{(-(a-c))\cdot(-(b-c))}=$$

$$=\frac{a^2}{(a-b)\cdot(a-c)}-\frac{b^2}{(a-b)\cdot(b-c)}+\frac{c^2}{(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{a^2\cdot(b-c)-b^2\cdot(a-c)+c^2\cdot(a-b)}{(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)}=$$

$$=\frac{a^2\cdot b-a^2\cdot c-a\cdot b^2+c\cdot b^2+a\cdot c^2-b\cdot c^2}{(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{\left(a^2\cdot b-a\cdot b^2\right)+\left(-a^2\cdot c+b^2\cdot c\right)+\left(a\cdot c^2-b\cdot c^2\right)}{(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)}=$$

$$=\frac{a\cdot b\cdot(a-b)-c\cdot\left(a^2-b^2\right)+c^2\cdot(a-b)}{(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{a\cdot b\cdot(a-b)-c\cdot(a-b)\cdot(a+b)+c^2\cdot(a-b)}{(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)}=$$

$$=\frac{(a-b)\cdot\left[a\cdot b-c\cdot(a+b)+c^2\right]}{(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{(a-b)\cdot\left[a\cdot b-c\cdot(a+b)+c^2\right]}{(a-b)\cdot(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{a\cdot b-c\cdot(a+b)+c^2}{(a-c)\cdot(b-c)}=$$

$$=\frac{a\cdot b-a\cdot c-b\cdot c+c^2}{(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{(a\cdot b-a\cdot c)+\left(-b\cdot c+c^2\right)}{(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{a\cdot(b-c)-c\cdot(b-c)}{(a-c)\cdot(b-c)}=$$

$$=\frac{(b-c)\cdot(a-c)}{(a-c)\cdot(b-c)}=\frac{(b-c)\cdot(a-c)}{(a-c)\cdot(b-c)}=1.$$

Vježba 234

Ako su a, b i c realni brojevi od kojih nikoja dva nisu jednaka, nađi vrijednost izraza

$$S=\frac{a^2}{(a-b)\cdot(a-c)}-\frac{b^2}{(b-a)\cdot(c-b)}-\frac{c^2}{(a-c)\cdot(c-b)}.$$

Rezultat: 1.

Zadatak 235 (Mirjana, srednja škola)

Reduciraj izraz $\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}-\frac{2+2\cdot a^2}{1-a^2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{a}\right).$

Rješenje 235

Ponovimo!

$$x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y)\quad,\quad\left(\sqrt{x}\right)^2=x\quad,\quad\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$x\cdot(y+z)=x\cdot y+x\cdot z\quad,\quad x\cdot y+x\cdot z=x\cdot(y+z).$$

1.inačica

$$\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}-\frac{2+2\cdot a^2}{1-a^2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{a}\right)=\left(\frac{1-\sqrt{a}+1+\sqrt{a}}{\left(1+\sqrt{a}\right)\cdot\left(1-\sqrt{a}\right)}-\frac{2+2\cdot a^2}{1-a^2}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\left(\frac{1-\sqrt{a}+1+\sqrt{a}}{\left(1+\sqrt{a}\right)\cdot\left(1-\sqrt{a}\right)}-\frac{2+2\cdot a^2}{1-a^2}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=\left(\frac{2}{1-\left(\sqrt{a}\right)^2}-\frac{2+2\cdot a^2}{1-a^2}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\left(\frac{2}{1-a}-\frac{2+2\cdot a^2}{1-a^2}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=\left(\frac{2}{1-a}-\frac{2+2\cdot a^2}{(1-a)\cdot(1+a)}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=\frac{2\cdot(1+a)-\left(2+2\cdot a^2\right)}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\frac{2+2\cdot a-2-2\cdot a^2}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=\frac{2+2\cdot a-2-2\cdot a^2}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=\frac{2\cdot a-2\cdot a^2}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\frac{2\cdot a-2\cdot a^{2}}{1-a}\cdot\frac{1}{a}=\frac{2\cdot a\cdot(1-a)}{1-a}\cdot\frac{1}{a}=\frac{2\cdot a\cdot(1-a)}{1-a}\cdot\frac{1}{a}=2.$$

2.inačica

$$\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{1-a^{2}}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{a}\right)=\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}\cdot\frac{1-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}+\frac{1}{1-\sqrt{a}}\cdot\frac{1+\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{1-a^{2}}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-\left(\sqrt{a}\right)^{2}}+\frac{1+\sqrt{a}}{1-\left(\sqrt{a}\right)^{2}}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{1-a^{2}}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=\left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a}+\frac{1+\sqrt{a}}{1-a}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{1-a^{2}}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\left(\frac{1-\sqrt{a}+1+\sqrt{a}}{1-a}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{1-a^{2}}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=\left(\frac{1-\sqrt{a}+1+\sqrt{a}}{1-a}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{1-a^{2}}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\left(\frac{2}{1-a}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{1-a^{2}}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=\left(\frac{2}{1-a}-\frac{2+2\cdot a^{2}}{(1-a)\cdot(1+a)}\right)\cdot\frac{a+1}{a}=\frac{2\cdot(1+a)-\left(2+2\cdot a^{2}\right)}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=$$

$$=\frac{2+2\cdot a-2-2\cdot a^{2}}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=\frac{2+2\cdot a-2-2\cdot a^{2}}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=\frac{2\cdot a-2\cdot a^{2}}{(1-a)\cdot(1+a)}\cdot\frac{a+1}{a}=\frac{2\cdot a\cdot(1-a)}{1-a}\cdot\frac{1}{a}=$$

$$=\frac{2\cdot a\cdot(1-a)}{1-a}\cdot\frac{1}{a}=2.$$

Vježba 235

Reduciraj izraz $\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}-\frac{1}{\sqrt{a}-1}+\frac{2+2\cdot a^{2}}{a^{2}-1}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{a}\right).$

Rezultat: 2.

Zadatak 236 (Mirjana, srednja škola)

Reduciraj izraz $\frac{(1-x)\cdot\left(1-x^{-\frac{1}{2}}\right)}{1-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{x}.$

Rješenje 236

Ponovimo!

$$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}\quad,\quad\sqrt[n]{a^{m}}=a^{\frac{m}{n}}\quad,\quad\left(\sqrt{a}\right)^{2}=a.$$

$$\frac{(1-x)\cdot\left(1-x^{-\frac{1}{2}}\right)}{1-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{(1-x)\cdot\left(1-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{1-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{(1-x)\cdot\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}}{1-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{x}=$$

$$=\frac{(1-x)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\cdot\left(1-\sqrt{x}\right)}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{(1-x)\left(-\left(1-\sqrt{x}\right)\right)}{\sqrt{x}\cdot\left(1-\sqrt{x}\right)}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{(x-1)\left(1-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\cdot\left(1-\sqrt{x}\right)}+\frac{\sqrt{x}}{x}=$$

$$=\frac{(x-1)(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}\cdot(1-\sqrt{x})}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{x-1}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{x-1}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2}=\frac{x-1}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x})^2}=\frac{x-1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}}=$$

$$=\frac{x-1+1}{\sqrt{x}}=\frac{x-1+1}{\sqrt{x}}=\frac{x}{\sqrt{x}}=\frac{(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}=\frac{(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}.$$

Vježba 236

Reduciraj izraz $\frac{(x-1)\cdot\left(1-x^{-\frac{1}{2}}\right)}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{x}.$

Rezultat: $\sqrt{x}.$

Zadatak 237 (Max, gimnazija)

Rastavi na faktore izraz: $\left(a^2-a\cdot b\right)\cdot(4\cdot a-2\cdot b)-\left(a\cdot b-a^2\right)\cdot(2\cdot a-4\cdot b).$

Rješenje 237

Ponovimo!

$$(x-y)^2=x^2-2\cdot x\cdot y+y^2.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

$$x\cdot(y+z)=x\cdot y+x\cdot z \quad , \quad x\cdot y+x\cdot z=x\cdot(y+z).$$

$$x^n\cdot x^m=x^{n+m} \quad , \quad x^1=x.$$

Množenje zagrada

Dvije zagrade množimo tako da svaki član prve zagrade pomnožimo svakim članom druge zagrade.

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot(c+d)+b\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

1.inačica

Iz prve zagrade izlučimo a, iz druge zagrade izlučimo 2, iz treće zagrade izlučimo – a, iz četvrte zagrade izlučimo 2.

$$\left(a^2-a\cdot b\right)\cdot(4\cdot a-2\cdot b)-\left(a\cdot b-a^2\right)\cdot(2\cdot a-4\cdot b)=a\cdot(a-b)\cdot 2\cdot(2\cdot a-b)-(-a)\cdot(a-b)\cdot 2\cdot(a-2\cdot b)=$$

$$=a\cdot(a-b)\cdot 2\cdot(2\cdot a-b)-(-a)\cdot(a-b)\cdot 2\cdot(a-2\cdot b)=a\cdot(a-b)\cdot 2\cdot(2\cdot a-b)+a\cdot(a-b)\cdot 2\cdot(a-2\cdot b)=$$

$$=2\cdot a\cdot(a-b)\cdot(2\cdot a-b)+2\cdot a\cdot(a-b)\cdot(a-2\cdot b)=\left[\begin{array}{c}\text{izlučimo izraz}\\ 2\cdot a\cdot(a-b)\end{array}\right]=$$

$$=2\cdot a\cdot(a-b)\cdot(2\cdot a-b)+2\cdot a\cdot(a-b)\cdot(a-2\cdot b)=$$

$$=2\cdot a\cdot(a-b)\cdot(2\cdot a-b+a-2\cdot b)=2\cdot a\cdot(a-b)\cdot(3\cdot a-3\cdot b)=\left[\begin{array}{l}\text{iz druge zagrade}\\ \text{izlučimo broj 3}\end{array}\right]=$$

$$=2\cdot a\cdot(a-b)\cdot(3\cdot a-3\cdot b)=2\cdot a\cdot(a-b)\cdot 3\cdot(a-b)=6\cdot a\cdot(a-b)^2.$$

2.inačica

Najprije pomnožimo zagrade, zatim sređujemo izraz tako da zbrojimo iste veličine, a tek na kraju izlučujemo zajedničke faktore.

$$\left(a^2-a\cdot b\right)\cdot(4\cdot a-2\cdot b)-\left(a\cdot b-a^2\right)\cdot(2\cdot a-4\cdot b)=$$

$$=4\cdot a^{3}-2\cdot a^{2}\cdot b-4\cdot a^{2}\cdot b+2\cdot a\cdot b^{2}-\left(2\cdot a^{2}\cdot b-4\cdot a\cdot b^{2}-2\cdot a^{3}+4\cdot a^{2}\cdot b\right)=$$

$$=4\cdot a^{3}-2\cdot a^{2}\cdot b-4\cdot a^{2}\cdot b+2\cdot a\cdot b^{2}-2\cdot a^{2}\cdot b+4\cdot a\cdot b^{2}+2\cdot a^{3}-4\cdot a^{2}\cdot b=$$

$$=4\cdot \underset{\bullet}{a^{3}}-2\cdot \underset{\bullet\bullet}{a^{2}\cdot b}-4\cdot \underset{\bullet\bullet}{a^{2}\cdot b}+2\cdot \underset{\bullet\bullet\bullet}{a\cdot b^{2}}-2\cdot \underset{\bullet\bullet}{a^{2}\cdot b}+4\cdot \underset{\bullet\bullet\bullet}{a\cdot b^{2}}+2\cdot \underset{\bullet}{a^{3}}-4\cdot \underset{\bullet\bullet}{a^{2}\cdot b}=$$

$$=6\cdot a^{3}-12\cdot a^{2}\cdot b+6\cdot a\cdot b^{2}=\left[\begin{matrix}\text{izlučimo}\\ 6\cdot a\end{matrix}\right]=6\cdot a\cdot\left(a^{2}-2\cdot a\cdot b+b^{2}\right)=6\cdot a\cdot(a-b)^{2}.$$

Vježba 237

Rastavi na faktore izraz: $(2\cdot a-2\cdot b)\cdot\left(2\cdot a^{2}-a\cdot b\right)-(2\cdot b-2\cdot a)\cdot\left(a^{2}-2\cdot a\cdot b\right).$

Rezultat: $6\cdot a\cdot(a-b)^{2}.$

Zadatak 238 (Zoran, srednja škola)

Pojednostavni : $\sqrt{17-4\cdot\sqrt{9+4\cdot\sqrt{5}}}.$

Rješenje 238

Ponovimo!

$$(a+b)^{2}=a^{2}+2\cdot a\cdot b+b^{2}\quad,\quad (a-b)^{2}=a^{2}-2\cdot a\cdot b+b^{2}\quad,\quad \sqrt{a^{2}}=a\ ,\ a\geq 0.$$

$$\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^{2}-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^{2}-b}}{2}}\quad,\quad \sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^{2}-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^{2}-b}}{2}}.$$

$$a\cdot\sqrt{b}=\sqrt{a^{2}\cdot b}\ ,\quad \left(\sqrt{a}\right)^{2}=a.$$

1.inačica

$$\sqrt{17-4\cdot\sqrt{9+4\cdot\sqrt{5}}}=\sqrt{17-4\cdot\sqrt{5+4\cdot\sqrt{5}+4}}=\sqrt{17-4\cdot\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^{2}+4\cdot\sqrt{5}+2^{2}}}=$$

$$=\sqrt{17-4\cdot\sqrt{\left(\sqrt{5}+2\right)^{2}}}=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{5}+2\right)}==\sqrt{17-4\cdot\sqrt{5}-8}=\sqrt{9-4\cdot\sqrt{5}}=\sqrt{5-4\cdot\sqrt{5}+4}=$$

$$=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^{2}-4\cdot\sqrt{5}+2^{2}}=\sqrt{\left(\sqrt{5}-2\right)^{2}}=\sqrt{5}-2.$$

2.inačica

$$\sqrt{17-4\cdot\sqrt{9+4\cdot\sqrt{5}}}=\sqrt{17-4\cdot\sqrt{9+\sqrt{4^{2}\cdot 5}}}=\sqrt{17-4\cdot\sqrt{9+\sqrt{16\cdot 5}}}=\sqrt{17-4\cdot\sqrt{9+\sqrt{80}}}=$$

$$=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{9^{2}-80}}{2}}+\sqrt{\frac{9-\sqrt{9^{2}-80}}{2}}\right)}=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{81-80}}{2}}+\sqrt{\frac{9-\sqrt{81-80}}{2}}\right)}=$$

$$=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{\frac{9+\sqrt{1}}{2}}+\sqrt{\frac{9-\sqrt{1}}{2}}\right)}=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{\frac{9+1}{2}}+\sqrt{\frac{9-1}{2}}\right)}=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{\frac{10}{2}}+\sqrt{\frac{8}{2}}\right)}=$$

$$=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{5}+\sqrt{4}\right)}=\sqrt{17-4\cdot\left(\sqrt{5}+2\right)}=\sqrt{17-4\cdot\sqrt{5}-8}=\sqrt{9-4\cdot\sqrt{5}}=$$

$$=\sqrt{9-\sqrt{4^{2}\cdot 5}}=\sqrt{9-\sqrt{16\cdot 5}}=\sqrt{9-\sqrt{80}}=\sqrt{\frac{9+\sqrt{9^{2}-80}}{2}}-\sqrt{\frac{9-\sqrt{9^{2}-80}}{2}}=$$

$$=\sqrt{\frac{9+\sqrt{81-80}}{2}}-\sqrt{\frac{9-\sqrt{81-80}}{2}}=\sqrt{\frac{9+\sqrt{1}}{2}}-\sqrt{\frac{9-\sqrt{1}}{2}}=\sqrt{\frac{9+1}{2}}-\sqrt{\frac{9-1}{2}}=$$

$$=\sqrt{\frac{10}{2}}-\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{5}-\sqrt{4}=\sqrt{5}-2.$$

Vježba 238

Pojednostavni : $\sqrt{6-2\cdot\sqrt{5}}$.

Rezultat: $\sqrt{5}-1.$

Zadatak 239 (Zoran, srednja škola)

Ako je $y=\frac{x+a}{1-a\cdot x}$, nađi x.

Rješenje 239

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$y=\frac{x+a}{1-a\cdot x} \Rightarrow y=\frac{x+a}{1-a\cdot x} \;/\cdot(1-a\cdot x) \Rightarrow y\cdot(1-a\cdot x)=x+a \Rightarrow y-y\cdot a\cdot x=x+a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -y\cdot a\cdot x-x=a-y \Rightarrow -x\cdot(y\cdot a+1)=a-y \;/\cdot\frac{1}{-(y\cdot a+1)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=\frac{a-y}{-(y\cdot a+1)} \Rightarrow x=\frac{-(a-y)}{y\cdot a+1} \Rightarrow x=\frac{y-a}{y\cdot a+1}.$$

Vježba 239

Ako je $y=\frac{x+2}{1-2\cdot x}$, nađi x.

Rezultat: $x=\frac{y-2}{2\cdot y+1}.$

Zadatak 240 (Zoran, srednja škola)

Iz formule $N=N_0\cdot e^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ nađi t.

Rješenje 240

Ponovimo!

$$\ln e=1 \quad , \quad \ln a^n=n\cdot\ln a \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

$$N=N_0\cdot e^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow N=N_0\cdot e^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \;/\cdot\frac{1}{N_0} \Rightarrow \frac{N}{N_0}=e^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \begin{bmatrix}\text{logaritmiramo}\\ \text{jednadžbu}\end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{N}{N_0}=e^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \;/\ln \Rightarrow \ln\frac{N}{N_0}=\ln e^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \ln\frac{N}{N_0}=-\frac{t}{T_{1/2}}\cdot\ln e \Rightarrow \ln\frac{N}{N_0}=-\frac{t}{T_{1/2}}\cdot 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\frac{N}{N_0}=-\frac{t}{T_{1/2}} \Rightarrow \ln\frac{N}{N_0}=-\frac{t}{T_{1/2}} \;/\cdot T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2}\cdot\ln\frac{N}{N_0}=-t \Rightarrow t=-T_{1/2}\cdot\ln\frac{N}{N_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; t = T_{1/2} \cdot \ln\left(\frac{N}{N_0}\right)^{-1} \;\; \Rightarrow \; t = T_{1/2} \cdot \ln\frac{N_0}{N}.$$

Vježba 240

Iz formule $N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$ nađi $T_{1/2}$.

Rezultat: $T_{1/2} = \dfrac{t}{\ln\dfrac{N_0}{N}}$.