Zadatak 061 (Robert, tehnička škola)

Pojednostavnite: $\frac{2x^2y-6xy^2}{x^3-9xy^2}$.

Rješenje 061

$$\frac{2x^2y-6xy^2}{x^3-9xy^2}=\left[\frac{\text{izlučimo } 2xy}{\text{izlučimo } x}\right]=\frac{2xy\cdot(x-3y)}{x\cdot\left(x^2-9y^2\right)}=[\text{razlika kvadrata}]=\frac{2\overbrace{x}^{1}y\cdot\overbrace{(x-3y)}^{1}}{\underbrace{x}_{1}\cdot\underbrace{(x-3y)}_{1}\cdot(x+3y)}=\frac{2y}{x+3y}.$$

Vježba 061

Pojednostavnite: $\frac{x^2y-3xy^2}{x^3-9xy^2}$.

Rezultat: $\frac{y}{x+3y}$.

Zadatak 062 (1A, hotelijerska škola)

Pojednostavnite: $\frac{(2x+3)^2-24x}{4x^2-9}$.

Rješenje 062

$$\frac{(2x+3)^2-24x}{4x^2-9}=\left[\frac{\text{kvadrat zbroja}: (a+b)^2=a^2+2ab+b^2}{\text{razlika kvadrata: } a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)}\right]=\frac{4x^2+12x+9-24x}{(2x-3)\cdot(2x+3)}=\frac{4x^2-12x+9}{(2x-3)\cdot(2x+3)}=$$

$$=\left[\text{kvadrat razlike: } a^2-2ab+b^2=(a-b)^2\right]=\frac{\overbrace{(2x-3)^2}^{2x-3}}{\underbrace{(2x-3)}_{1}\cdot(2x+3)}=\frac{2x-3}{2x+3}.$$

Vježba 062

Pojednostavnite: $\frac{(2x+1)^2-8x}{4x^2-1}$.

Rezultat: $\frac{2x-1}{2x+1}$.

Zadatak 063 (1A, hotelijerska škola)

Ako je : $\frac{a}{b}+\frac{a}{c}=\frac{11}{10}$ i $\frac{b}{c}=\frac{5}{2}$, odredi razlomak $\frac{a}{c}$.

Rješenje 063

Budući da je $\frac{b}{c}=\frac{5}{2}$, slijedi $b=\frac{5}{2}\cdot c$, pa nakon zamjene u jednakost $\frac{a}{b}+\frac{a}{c}=\frac{11}{10}$, dobije se:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a}{b}+\frac{a}{c}=\frac{11}{10}\\ b=\frac{5}{2}\cdot c\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{a}{\frac{5}{2}\cdot c}+\frac{a}{c}=\frac{11}{10}\Rightarrow\frac{2a}{5c}+\frac{a}{c}=\frac{11}{10}\Rightarrow\frac{2a+5a}{5c}=\frac{11}{10}\Rightarrow\frac{7a}{5c}=\frac{11}{10}\ /\cdot\frac{5}{7}\Rightarrow\frac{a}{c}=\frac{11}{10}\cdot\frac{5}{7}=\frac{11}{14}.$$

Vježba 063

Ako je : $\frac{a}{b}+\frac{a}{c}=\frac{11}{10}$ i $\frac{b}{c}=\frac{5}{2}$, odredi razlomak $\frac{a}{b}$.

Rezultat: $\frac{a}{b}=\frac{11}{35}$.

Zadatak 064 (1A, hotelijerska škola)

Koji je veći od ova dva razlomka: $\frac{10^{2005}+1}{10^{2006}+1}$ ili $\frac{10^{2006}+1}{10^{2007}+1}$?

Rješenje 064

Označimo $10^{2005}=n.$ Tada je:

$$10^{2006}=10\cdot 10^{2005}=10n,\ 10^{2007}=10^2\cdot 10^{2005}=100\cdot 10^{2005}=100n.$$

Dane razlomke možemo pisati u sljedećem obliku:

$$\frac{n+1}{10n+1}\ \text{ i }\ \frac{10n+1}{100n+1}.$$

Promotrimo sada razliku ta dva razlomka:

$$\frac{n+1}{10n+1}-\frac{10n+1}{100n+1}=\frac{(n+1)\cdot(100n+1)-(10n+1)^2}{(10n+1)\cdot(100n+1)}=\frac{100n^2+n+100n+1-\left(100n^2+20n+1\right)}{(10n+1)\cdot(100n+1)}=$$

$$=\frac{100n^2+n+100n+1-100n^2-20n-1}{(10n+1)\cdot(100n+1)}=\frac{81n}{(10n+1)\cdot(100n+1)}.$$

Kako je dobivena razlika pozitivna, [a – b > 0 => a > b], slijedi da je prvi razlomak veći od drugoga, odnosno

$$\frac{10^{2005}+1}{10^{2006}+1}>\frac{10^{2006}+1}{10^{2007}+1}.$$

Vježba 064

Koji je veći od ova dva razlomka: $\frac{10^4+1}{10^5+1}$ ili $\frac{10^5+1}{10^6+1}$?

Rezultat: $\frac{10^4+1}{10^5+1}>\frac{10^5+1}{10^6+1}.$

Zadatak 065 (1A, hotelijerska škola)

Za koju vrijednost broja x je vrijednost razlomka $\frac{x^2}{x^3}$ najmanja?

$A.\ 2 \qquad B.\ 1 \qquad C.\ -1 \qquad D.\ -2 \qquad E.\ -3$

Rješenje 065

$\frac{x^2}{x^3}=\left[\text{skratimo razlomak},\ x\neq 0\right]=\frac{1}{x}.$ Sada je: $\frac{1}{-1}<\frac{1}{-2}<\frac{1}{-3}<\frac{1}{2}<\frac{1}{1}.$ Za x = – 1 bit će vrijednost razlomka najmanja.

Vježba 065

Za koju vrijednost broja x je vrijednost razlomka $\frac{x^2}{x^3}$ najveća?

$A.\ 2 \qquad B.\ 1 \qquad C.\ -1 \qquad D.\ -2 \qquad E.\ -3$

Rezultat: x = 1.

Zadatak 066 (1A, hotelijerska škola)

Reducirajte izraz: $\frac{x\cdot\left(1+x^{-1}\right)^{-1}-(1+x)^{-1}+1}{x\cdot\left(1-x^{-1}\right)^{-1}+(1-x)^{-1}-x}.$

Rješenje 066

$$\frac{x\cdot\left(1+x^{-1}\right)^{-1}-(1+x)^{-1}+1}{x\cdot\left(1-x^{-1}\right)^{-1}+(1-x)^{-1}-x}=\frac{x\cdot\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-1}-\frac{1}{1+x}+1}{x\cdot\left(1-\frac{1}{x}\right)^{-1}+\frac{1}{1-x}-x}=\frac{x\cdot\left(\frac{x+1}{x}\right)^{-1}-\frac{1}{1+x}+1}{x\cdot\left(\frac{x-1}{x}\right)^{-1}+\frac{1}{1-x}-x}=\frac{x\cdot\frac{x}{x+1}-\frac{1}{1+x}+1}{x\cdot\frac{x}{x-1}-\frac{1}{x-1}-x}=$$

$$=\frac{\frac{x^2}{x+1}-\frac{1}{x+1}+1}{\frac{x^2}{x-1}-\frac{1}{x-1}-x}=\frac{\frac{x^2-1+x+1}{x+1}}{\frac{x^2-1-x\cdot(x-1)}{x-1}}=\frac{\frac{x^2-1+x+1}{x+1}}{\frac{x^2-1-x^2+x}{x-1}}=\frac{\frac{x^2+x}{x+1}}{\frac{x-1}{x-1}}=\frac{\frac{x\cdot(x+1)}{x+1}}{\frac{x-1}{x-1}}=\frac{\frac{x}{1}}{\frac{1}{1}}=x.$$

Vježba 066

Reducirajte izraz: $\left(1+x^{-1}\right):x^{-1}.$

Rezultat: x + 1.

Zadatak 067 (Andrijana, gimnazija)

Ako je $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$, koliko je $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}$?

Rješenje 067

$$\frac{a}{b}=\frac{b}{c}\Rightarrow b^2=a\cdot c\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}b^2=a\cdot c\\ \frac{a^2+b^2}{b^2+c^2}=?\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{a^2+a\cdot c}{a\cdot c+c^2}=\frac{a\cdot\overbrace{(a+c)}^{1}}{c\cdot\underbrace{(a+c)}_{1}}=\frac{a}{c}.$$

Vježba 067

Ako je $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$, koliko je $\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2}$?

Rezultat: $\frac{a}{c}.$

Zadatak 068 (Anamarija, hotelijerska škola)

Skraćivanjem izraza $\frac{4a^2-9}{4a+6}$ dobivamo:

A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{2a-3}{2}$ C. $\frac{2a+3}{2}$ D. $2a+1$ E. $2a-1$

Rješenje 068

1.inačica

$$\frac{4a^2-9}{4a+6}=\left[\begin{array}{c}\text{razlika kvadrata}\\ \hline \text{izlučimo broj 2}\end{array}\right]=\frac{(2a-3)\cdot\overbrace{(2a+3)}^{1}}{2\cdot\underbrace{(2a+3)}_{1}}=\frac{2a-3}{2}.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

Broj a je realan broj. Pretpostavimo da je a = 0. Tada je:

$$\frac{4a^2-9}{4a+6}=\frac{4\cdot0^2-9}{4\cdot0+6}=\frac{-9}{6}=-\frac{3}{2}.$$

Budući da je od 5 ponuđenih odgovora točan samo jedan, lako nađemo rješenje:

$$\text{A. } \frac{3a}{2}=\frac{3\cdot 0}{2}=\frac{0}{2}=0 \qquad \text{B. } \frac{2a-3}{2}=\frac{2\cdot 0-3}{2}=-\frac{3}{2}. \text{ (to je rješenje)}$$

Ostale odgovore ne moramo provjeravati. Odgovor je pod B.

Vježba 068

Skraćivanjem izraza $\frac{4a^2-1}{2a-1}$ dobivamo:

A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{2a-3}{2}$ C. $\frac{2a+3}{2}$ D. $2a+1$ E. $2a-1$

Rezultat: Odgovor je pod D.

Zadatak 069 (Anamarija, hotelijerska škola)

Skraćivanjem izraza $\frac{4-(a-5)^2}{14-2a}$ dobivamo:

A. $\frac{a-4}{2}$ B. $\frac{a+3}{2}$ C. $\frac{3-a}{2}$ D. $\frac{a-3}{2}$ E. $\frac{2a+1}{7}$

Rješenje 069

1.inačica

$$\frac{4-(a-5)^2}{14-2a}=\left[\frac{\text{razlika kvadrata}}{\text{izlučimo broj 2}}\right]=\frac{(2-a+5)\cdot(2+a-5)}{2\cdot(7-a)}=\frac{\overbrace{(7-a)}^{1}\cdot(a-3)}{2\cdot\underbrace{(7-a)}_{1}}=\frac{a-3}{2}.$$

Odgovor je pod D.

2.inačica

Broj a je realan broj. Pretpostavimo da je a = 5. Tada je:

$$\frac{4-(a-5)^2}{14-2a}=\frac{4-(5-5)^2}{14-2\cdot 5}=\frac{4-0}{14-10}=\frac{4}{4}=1.$$

Budući da je od 5 ponuđenih odgovora točan samo jedan, lako nađemo rješenje:

$$\text{A. } \frac{a-4}{2}=\frac{5-4}{2}=\frac{1}{2} \qquad \text{B. } \frac{a+3}{2}=\frac{5+3}{2}=\frac{8}{2}=4$$

$$\text{C. } \frac{3-a}{2}=\frac{3-5}{2}=\frac{-2}{2}=-1 \qquad \text{D. } \frac{a-3}{2}=\frac{5-3}{2}=\frac{2}{2}=1 \text{ (to je rješenje)}$$

Dalje ne moramo provjeravati. Odgovor je pod D.

Vježba 069

Skraćivanjem izraza $\frac{4-(a-5)^2}{21-3a}$ dobivamo:

A. $\frac{a-4}{3}$ B. $\frac{a-3}{3}$ C. $\frac{3-a}{3}$ D. $\frac{a+3}{3}$ E. $\frac{3a-2}{7}$

Rezultat: Odgovor je pod B.

Zadatak 070 (Andrijana, gimnazija)

$\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\left(\frac{1}{a^2-a}-\frac{a-3}{1-a^2}\right)$ jednako je:

A. $a-1$ B. $a+1$ C. $\frac{(a+1)^2}{a-1}$ D. $\frac{a+1}{(a-1)^2}$ E. 1

Rješenje 070

1.inačica

$$\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\left(\frac{1}{a^2-a}-\frac{a-3}{1-a^2}\right)=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\left(\frac{1}{a\cdot(a-1)}-\frac{a-3}{-\left(a^2-1\right)}\right)=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\left(\frac{1}{a\cdot(a-1)}+\frac{a-3}{a^2-1}\right)=$$

$$=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\left(\frac{1}{a\cdot(a-1)}+\frac{a-3}{(a-1)\cdot(a+1)}\right)=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\frac{a+1+a\cdot(a-3)}{a\cdot(a-1)\cdot(a+1)}=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\frac{a+1+a^2-3a}{a\cdot(a-1)\cdot(a+1)}=$$

$$=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\frac{a^2-2a+1}{a\cdot(a-1)\cdot(a+1)}=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\frac{(a-1)^2}{a\cdot(a-1)\cdot(a+1)}=\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{\underset{1}{a}}\cdot\frac{\overset{1}{a}\cdot\overbrace{(a-1)}^{1}\cdot(a+1)}{\underbrace{(a-1)^2}_{a-1}}=$$

$$=\frac{a^2+3}{a-1}-2\cdot\frac{a+1}{a-1}=\frac{a^2+3-2\cdot(a+1)}{a-1}=\frac{a^2+3-2a-2}{a-1}=\frac{a^2-2a+1}{a-1}=\frac{(a-1)^2}{a-1}=a-1.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

Broj a je realan broj. Pretpostavimo da je a = 2. Tada je:

$$\frac{a^2+3}{a-1}-\frac{2}{a}:\left(\frac{1}{a^2-a}-\frac{a-3}{1-a^2}\right)=\frac{2^2+3}{2-1}-\frac{2}{2}:\left(\frac{1}{2^2-2}-\frac{2-3}{1-2^2}\right)=\frac{4+3}{1}-1:\left(\frac{1}{4-2}-\frac{-1}{1-4}\right)=$$

$$=\frac{7}{1}-1:\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{-3}\right)=7-1:\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=7-1:\frac{3-2}{6}=7-1:\frac{1}{6}=7-1\cdot 6=7-6=1.$$

Budući da je od 5 ponuđenih odgovora točan samo jedan, lako nađemo rješenje:

A. $a-1=2-1=1$ (to je rješenje)

Dalje ne moramo provjeravati. Odgovor je pod A.

Vježba 070

Pojednostavnite: $\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right):\frac{a+b}{b}.$

Rezultat: $\frac{1}{a}.$

Zadatak 071 (Anamarija, hotelijerska škola)

Izračunajte vrijednost izraza: $-x^{-x^{-x}}\cdot\left(\frac{x^{-x^{x}}+x^{x^{-x}}}{x^{-x^{-x}}+x^{x^{x}}}\right)$ za $x>0.$

Rješenje 071

Uvedemo supstituciju $x^x=a.$ Tada je: $-x^x=-a$, $x^{-x}=a^{-1}=\frac{1}{a}$, $-x^{-x}=-a^{-1}=\frac{-1}{a}.$

Vrijednost izraza je:

$$-x^{-x^{-x}}\cdot\left(\frac{x^{-x^{x}}+x^{x^{-x}}}{x^{-x^{-x}}+x^{x^{x}}}\right)=-x^{\frac{-1}{a}}\cdot\left(\frac{x^{-a}+x^{\frac{1}{a}}}{x^{\frac{-1}{a}}+x^{a}}\right)=-x^{\frac{-1}{a}}\cdot\left(\frac{\frac{1}{x^a}+x^{\frac{1}{a}}}{\frac{1}{x^{\frac{1}{a}}}+x^{a}}\right)=-x^{\frac{-1}{a}}\cdot\frac{\frac{1+x^a\cdot x^{\frac{1}{a}}}{x^a}}{\frac{1+x^a\cdot x^{\frac{1}{a}}}{x^{\frac{1}{a}}}}=$$

$$=-x^{\frac{-1}{a}}\cdot\frac{x^{\frac{1}{a}}}{x^{a}}=-\frac{x^{\frac{-1}{a}}\cdot x^{\frac{1}{a}}}{x^{a}}=-\frac{x^{0}}{x^{a}}=-\frac{1}{x^{a}}=-x^{-a}=-x^{-x}.$$

Vježba 071

Izračunajte vrijednost izraza: $x^{-x}\cdot\left(\frac{x^{x}+x^{2x}}{1+x^{x}}\right)$ za $x>0$.

Rezultat: 1.

Zadatak 072 (Anamarija, hotelijerska škola)

Koliko je $a^{8}+\frac{1}{a^{8}}$ ako je $a=1+\sqrt{2}$?

Rješenje 072

Prvo odredimo $a+\frac{1}{a}$:

$$a+\frac{1}{a}=1+\sqrt{2}+\frac{1}{1+\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}+\underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}+1}\cdot\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}}_{\text{racionalizacija nazivnika}}=1+\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}-1}{2-1}=1+\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}-1}{1}=1+\sqrt{2}+\sqrt{2}-1=2\sqrt{2}.$$

Sada kvadriramo [$(a+b)^{2}=a^{2}+2ab+b^{2}$]:

$$a+\frac{1}{a}=2\sqrt{2}\ /^{2}\ \Rightarrow\ a^{2}+2\cdot a\cdot\frac{1}{a}+\frac{1}{a^{2}}=8\ \Rightarrow\ a^{2}+2+\frac{1}{a^{2}}=8\ \Rightarrow\ a^{2}+\frac{1}{a^{2}}=6.$$

Ponovno kvadriramo:

$$a^{2}+\frac{1}{a^{2}}=6\ /^{2}\ \Rightarrow\ a^{4}+2\cdot a^{2}\cdot\frac{1}{a^{2}}+\frac{1}{a^{4}}=36\ \Rightarrow\ a^{4}+2+\frac{1}{a^{4}}=36\ \Rightarrow\ a^{4}+\frac{1}{a^{4}}=34.$$

Iznovice kvadriramo:

$$a^{4}+\frac{1}{a^{4}}=34\ /^{2}\ \Rightarrow\ a^{8}+2\cdot a^{4}\cdot\frac{1}{a^{4}}+\frac{1}{a^{8}}=1156\ \Rightarrow\ a^{8}+2+\frac{1}{a^{8}}=1156\ \Rightarrow\ a^{8}+\frac{1}{a^{8}}=1154.$$

Vježba 072

Koliko je $a^{4}+\frac{1}{a^{4}}$ ako je $a=1+\sqrt{2}$?

Rezultat: 34.

Zadatak 073 (Anamarija, hotelijerska škola)

Dokaži da ako je a + b + c = 0, tada vrijedi a · (a + c) = b · (b + c).

Rješenje 073

$$a+b+c=0\ \Rightarrow\ a+c=-b\ \Rightarrow\ \begin{bmatrix}\text{lijeva strana identiteta}\\ a\cdot(a+c)=a\cdot(-b)=-a\cdot b\end{bmatrix},$$

$$a+b+c=0\ \Rightarrow\ b+c=-a\ \Rightarrow\ \begin{bmatrix}\text{desna strana identiteta}\\ b\cdot(b+c)=b\cdot(-a)=-a\cdot b\end{bmatrix}.$$

Očito je da su lijeva i desna strana jednake, te vrijedi dana jednakost.

Vježba 073

Dokaži da ako je a – b – c = 0, tada vrijedi c · (a – c) = b · (a – b).

Rezultat: Točno je.

Zadatak 074 (Boja, ekonomska škola)

Pojednostavnite: $\left(\frac{1}{a}-\frac{a}{a^2-4}\right):\frac{4}{a^3-4a}.$

Rješenje 074

$$\left(\frac{1}{a}-\frac{a}{a^2-4}\right):\frac{4}{a^3-4a}=\frac{a^2-4-a^2}{a\cdot\left(a^2-4\right)}\cdot\frac{a^3-4a}{4}=\frac{-4}{a\cdot\left(a^2-4\right)}\cdot\frac{a\cdot\left(a^2-4\right)}{4}=\frac{-4}{4}=-1.$$

Vježba 074

Pojednostavnite: $\left(\frac{1}{a}-\frac{a}{a^2+2}\right):\frac{2}{a^3+2a}.$

Rezultat: 1.

Zadatak 075 (Biba, ekonomska škola)

Izračunajte: $\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}}.$

Rješenje 075

$$\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}}=\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}}\cdot\frac{\sqrt{\sqrt{5}-1}}{\sqrt{\sqrt{5}-1}}=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)\cdot\left(\sqrt{5}-1\right)}}{\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)\cdot\left(\sqrt{5}-1\right)}}=\frac{\sqrt{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}}{\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2-1}}=\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5-1}}=\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Vježba 075

Izračunajte: $\frac{\sqrt{\sqrt{5}+1}}{\sqrt{\sqrt{5}-1}}.$

Rezultat: $\frac{\sqrt{5}+1}{2}.$

Zadatak 076 (Robert, tehnička škola)

Ako je a = 3^{40}, b = 4^{30}, c = 2^{70} tada je b < a < c. Dokažite!

Rješenje 076

$$\left.\begin{array}{l} a=3^{40}=\left(3^4\right)^{10}=81^{10} \\ b=4^{30}=\left(4^3\right)^{10}=64^{10} \\ c=2^{70}=\left(2^7\right)^{10}=128^{10} \end{array}\right\}\Rightarrow\ 64^{10}<81^{10}<128^{10}\ \Rightarrow\ b<a<c.$$

Vježba 076

Ako je a = 3^{30}, b = 4^{20}, c = 2^{50} tada je b < a < c. Dokažite!

Rezultat: Točno je.

Zadatak 077 (Robert, tehnička škola)

Izračunaj: $\left[9^{-0.25}+\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]\cdot\left[9^{-0.25}-\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right].$

Rješenje 077

$$\left[9^{-0.25}+\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]\cdot\left[9^{-0.25}-\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]=\left[\begin{array}{c}\text{razlika kvadrata}\\ (a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2\end{array}\right]=$$

$$=\left(9^{-0.25}\right)^2-\left(\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^2=9^{-0.5}-\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{4}{3}}=\left(3^2\right)^{-0.5}-\left(2\cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{4}{3}}=\left(3^2\right)^{-0.5}-\left(2^{\frac{3}{2}}\right)^{-\frac{4}{3}}=$$

$$=3^{-1}-2^{-2}=\frac{1}{3}-\frac{1}{2^2}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}.$$

Vježba 077

Izračunaj: $\left[4^{-0.25}+\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right]\cdot\left[4^{-0.25}-\left(2\cdot\sqrt{2}\right)^{-\frac{2}{3}}\right].$

Rezultat: $\frac{1}{4}.$

Zadatak 078 (Sanja, Ivana, ekonomska škola)

Pojednostavnite razlomak: $\frac{3\cdot 2^{n+1}-2^n}{6\cdot 2^{n-1}+2^{n+1}}.$

Rješenje 078

1.inačica

$$\frac{3\cdot 2^{n+1}-2^n}{6\cdot 2^{n-1}+2^{n+1}}=\frac{3\cdot 2^n\cdot 2^1-2^n}{6\cdot 2^n\cdot 2^{-1}+2^n\cdot 2^1}=\frac{2^n\cdot(3\cdot 2-1)}{2^n\cdot\left(6\cdot 2^{-1}+2\right)}=\frac{6-1}{6\cdot\frac{1}{2}+2}=\frac{5}{3+2}=\frac{5}{5}=1.$$

2.inačica

$$\frac{3\cdot 2^{n+1}-2^n}{6\cdot 2^{n-1}+2^{n+1}}=\frac{2^{n-1}\cdot\left(3\cdot 2^2-2^1\right)}{2^{n-1}\cdot\left(6+2^2\right)}=\frac{3\cdot 4-2}{6+4}=\frac{10}{10}=1.$$

Vježba 078

Pojednostavnite razlomak: $\frac{2^{n+1}-2^n}{2^{n-1}+2^n}.$

Rezultat: $\frac{2}{3}.$

Zadatak 079 (Mirko, tehnička škola)

Izračunaj: $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{-2}\cdot\left(a^{-1}+b^{-1}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}\right).$

Rješenje 079

Riješimo se negativnih eksponenata $\left[a^{-n}=\frac{1}{a^n}\right]$ i dobivamo:

$$\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^{-2}\cdot\left(a^{-1}+b^{-1}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^3}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}\cdot\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)+\frac{2}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^3}\cdot\frac{\sqrt{b}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}}=$$

$$=\frac{1}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}\cdot\frac{b+a}{a\cdot b}+\frac{2}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^3}\cdot\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}}=\frac{1}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}\cdot\frac{a+b}{a\cdot b}+\frac{2}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}\frac{1}{\sqrt{a\cdot b}}=$$

$$=\frac{a+b}{a\cdot b\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}+\frac{2}{\sqrt{a\cdot b}\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}=\left[a\cdot b=\left(\sqrt{a\cdot b}\right)^2\right]=\frac{a+b+2\cdot\sqrt{a\cdot b}}{a\cdot b\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}{a\cdot b\cdot\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2}=\frac{1}{a\cdot b}.$$

Vježba 079

Izračunaj: $\left(a^{-1}+b^{-1}\right)\cdot(a+b)^{-1}$.

Rezultat: $\dfrac{1}{a\cdot b}$.

Zadatak 080 (Mira, gimnazija)

Racionaliziraj: $\dfrac{1}{\sqrt[6]{x}-1}$.

Rješenje 080

$$\frac{1}{\sqrt[6]{x}-1}=\frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{x}}-1}=\left[\frac{1}{\sqrt{a}-1}=\frac{1}{\sqrt{a}-1}\cdot\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}+1}=\frac{\sqrt{a}+1}{a-1}\right]=\frac{1}{\sqrt{\sqrt[3]{x}}-1}\cdot\frac{\sqrt{\sqrt[3]{x}}+1}{\sqrt{\sqrt[3]{x}}+1}=\frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-1}=$$

$$=\frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{1}}=\left[\frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}=\frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}\cdot\frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a\cdot b}+\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a\cdot b}+\sqrt[3]{b^2}}=\frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a\cdot b}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}\right]=$$

$$=\frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{1}}=\frac{\sqrt[6]{x}+1}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{1}}\cdot\frac{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x\cdot 1}+\sqrt[3]{1^2}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x\cdot 1}+\sqrt[3]{1^2}}=\frac{\left(\sqrt[6]{x}+1\right)\cdot\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)}{\left(\sqrt[3]{x}\right)^3-\left(\sqrt[3]{1}\right)^3}=\frac{\left(\sqrt[6]{x}+1\right)\cdot\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)}{x-1}.$$

Vježba 080

Racionaliziraj: $\dfrac{1}{\sqrt[6]{3}-1}$.

Rezultat: $\dfrac{\left(\sqrt[6]{3}+1\right)\cdot\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1\right)}{2}$.