Zadatak 041 (Marko, gimnazija)

Koliko dijagonala ima konveksni mnogokut kojem je zbroj unutarnjih kutova jednak 720º?

Rješenje 041

Ponovimo!

Za svaki prirodni broj n veći od 2 postoji mnogokut koji ima sve stranice jednake duljine i sve unutarnje kutove jednake. Taj mnogokut nazivamo pravilnim mnogokutom, pravilnim n – terokutom, pravilnim poligonom.

Broj dijagonala u konveksnom n – terokutu iznosi

$$D(n)=\frac{n\cdot(n-3)}{2}.$$

Zbroj kutova u konveksnom n – terokutu iznosi

$$K(n)=(n-2)\cdot 180^{0}.$$

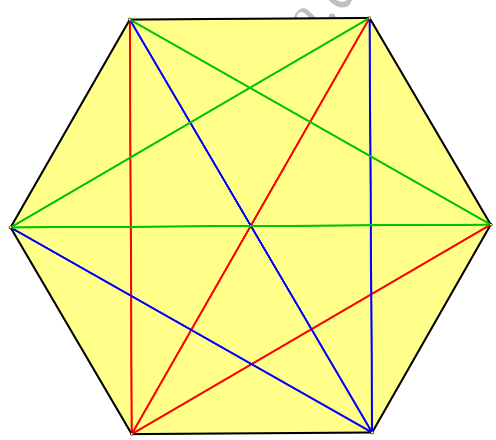
Budući da je zadan zbroj unutarnjih kutova n – terokuta, slijedi:

$$\left.\begin{array}{l} K(n)=(n-2)\cdot 180^{0} \\ K(n)=720^{0} \end{array}\right\} \Rightarrow (n-2)\cdot 180^{0}=720^{0} \Rightarrow (n-2)\cdot 180^{0}=720^{0} \quad /:180^{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n-2=4 \Rightarrow n=4+2 \Rightarrow n=6.$$

Riječ je o konveksnom šesterokutu. Njegov broj dijagonala iznosi:

$$\left.\begin{array}{l} n=6 \\ D(n)=\frac{n\cdot(n-3)}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow D(6)=\frac{6\cdot(6-3)}{2} \Rightarrow D(6)=\frac{6\cdot 3}{2} \Rightarrow D(6)=\frac{18}{2} \Rightarrow D(6)=9.$$



Vježba 041

Koliko dijagonala ima konveksni mnogokut kojem je zbroj unutarnjih kutova jednak 1440º?

Rezultat: D(10) = 35.

Zadatak 042 (Lejla, gimnazija)

Ako se broj stranica mnogokuta poveća za 5, onda se broj dijagonala poveća za 45. Koji je to mnogokut?

Rješenje 042

Ponovimo!

Mnogokut, poligon ili n – terokut je dio ravnine omeđen dužinama. Ukupan broj dijagonala n – terokuta je

$$D(n)=\frac{n\cdot(n-3)}{2}.$$

Dijagonala je dužina koja spaja dva nesusjedna vrha nekog mnogokuta ili poliedra.

Kako zapisati da je broj b za n veći od broja a?

$$b-n=a \quad , \quad b=a+n \quad , \quad b-a=n.$$

$$a^1=a \quad , \quad a^n \cdot a^m=a^{n+m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Budući da se broj dijagonala poveća za 45, vrijedi jednadžba:

$$D(n+5)-D(n)=45 \Rightarrow \frac{(n+5)\cdot((n+5)-3)}{2}-\frac{n\cdot(n-3)}{2}=45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(n+5)\cdot(n+5-3)}{2}-\frac{n\cdot(n-3)}{2}=45 \Rightarrow \frac{(n+5)\cdot(n+2)}{2}-\frac{n\cdot(n-3)}{2}=45 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(n+5)\cdot(n+2)}{2}-\frac{n\cdot(n-3)}{2}=45 \;/\cdot 2 \Rightarrow (n+5)\cdot(n+2)-n\cdot(n-3)=90 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n^2+2\cdot n+5\cdot n+10-n^2+3\cdot n=90 \Rightarrow n^2+2\cdot n+5\cdot n+10-n^2+3\cdot n=90 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot n+5\cdot n+10+3\cdot n=90 \Rightarrow 10\cdot n+10=90 \Rightarrow 10\cdot n=90-10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\cdot n=80 \Rightarrow 10\cdot n=80 \;/:10 \Rightarrow n=8.$$

To je osmerokut.

Vježba 042

Ako se broj stranica mnogokuta poveća za 1, onda se broj dijagonala poveća za 3. Koji je to mnogokut?

Rezultat: n = 4, četverokut.

Zadatak 043 (Silvija, maturantica)

U pravilnom n – terokutu unutarnji kut između dviju susjednih stranica je pet puta veći od središnjeg kuta stranice. Koliki je n?

$A.\ 11 \qquad B.\ 12 \qquad C.\ 13 \qquad D.\ 14$

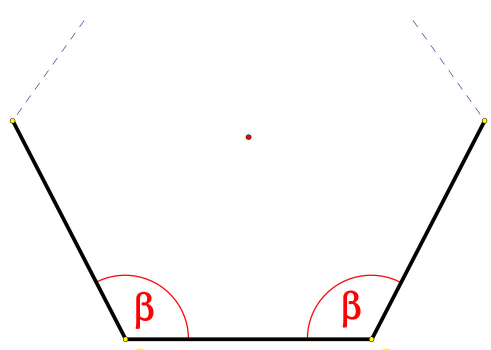
Rješenje 043

Ponovimo!

Pravilni mnogokut (poligon) je mnogokut kojemu su sve stranice sukladne i svi unutarnji kutovi sukladni.

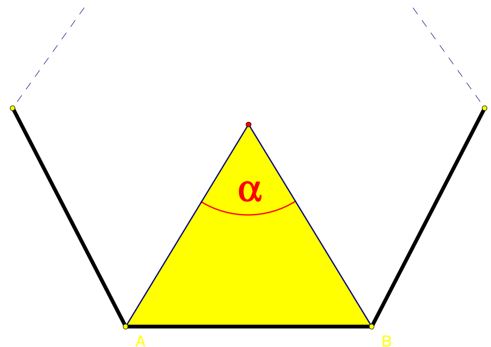
Unutarnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:

$$\beta=\frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}.$$



Središnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:

$$\alpha = \frac{360^0}{n}.$$



Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$b = n \cdot a \quad , \quad \frac{b}{n} = a \quad , \quad \frac{b}{a} = n.$$

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c} \quad , \quad \frac{a-b}{n} = \frac{a}{n} - \frac{b}{n} \quad , \quad \frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n} \quad , \quad \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Računamo n.

$$\beta = 5 \cdot \alpha \Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^0}{n} = 5 \cdot \frac{360^0}{n} \Rightarrow \frac{(n-2) \cdot 180^0}{n} = 5 \cdot \frac{360^0}{n} \ /:180^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n-2}{n} = 5 \cdot \frac{2}{n} \Rightarrow \frac{n-2}{n} = \frac{10}{n} \Rightarrow \frac{n}{n} - \frac{2}{n} = \frac{10}{n} \Rightarrow \frac{n}{n} - \frac{2}{n} = \frac{10}{n} \Rightarrow 1 - \frac{2}{n} = \frac{10}{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{10}{n} + \frac{2}{n} \Rightarrow 1 = \frac{12}{n} \Rightarrow n = 12.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 043

U pravilnom n – terokutu unutarnji kut između dviju susjednih stranica je tri puta veći od središnjeg kuta stranice. Koliki je n?

$$A.\ 6 \qquad B.\ 8 \qquad C.\ 10 \qquad D.\ 12$$

Rezultat: B.

Zadatak 044 (Silvija, maturantica)

Treba naći najmanji n za koji je unutarnji kut pravilnog n – terokuta veći od 163º.

$$A.\ n = 20 \qquad B.\ n = 21 \qquad C.\ n = 22 \qquad D.\ n = 24$$

Rješenje 044

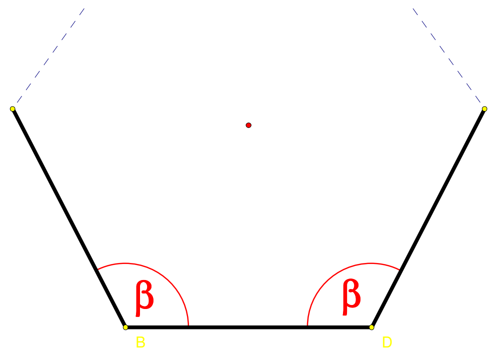
Ponovimo!

$$a > b \ , \ c > 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}.$$

Pravilni mnogokut (poligon) je mnogokut kojemu su sve stranice sukladne i svi unutarnji kutovi sukladni.

Unutarnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:

$$\beta = \frac{(n-2) \cdot 180^0}{n}.$$



Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\beta>163^0 \Rightarrow \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}>163^0 \Rightarrow \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}>163^0 \ /\cdot n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n-2)\cdot 180^0>163^0\cdot n \Rightarrow 180^0\cdot n-360^0>163^0\cdot n \Rightarrow 180^0\cdot n-163^0\cdot n>360^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17^0\cdot n>360^0 \Rightarrow 17^0\cdot n>360^0 \ /:17^0 \Rightarrow n>21.18 \Rightarrow n=22.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 044

Treba naći najmanji n za koji je unutarnji kut pravilnog n – terokuta veći od 150º.

$A.\ n=12 \qquad B.\ n=13 \qquad C.\ n=15 \qquad D.\ n=20$

Rezultat: B.

Zadatak 045 (Silvija, maturantica)

Broj stranica mnogokuta koji ima pet puta više dijagonala nego stranica iznosi:

$A.\ 13 \qquad B.\ 10 \qquad C.\ 15 \qquad D.\ 17$

Rješenje 045

Ponovimo!

Mnogokut (poligon) je skup svih točaka ravnine omeđen dužinama.
Dijagonala poligona je dužina koja spaja dva nesusjedna vrha poligona.
Broj dijagonala poligona sa n stranica dan je formulom

$$D(n)=\frac{n\cdot(n-3)}{2}.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$b=n\cdot a \quad , \quad \frac{b}{n}=a \quad , \quad \frac{b}{a}=n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ ili } b=0 \text{ ili } a=b=0.$$

$$D(n)=5\cdot n \Rightarrow \frac{n\cdot(n-3)}{2}=5\cdot n \Rightarrow \frac{n\cdot(n-3)}{2}=5\cdot n \ /\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n\cdot(n-3)=10\cdot n \Rightarrow n\cdot(n-3)-10\cdot n=0 \Rightarrow n\cdot(n-3)-10\cdot n=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n\cdot(n-3-10)=0 \Rightarrow n\cdot(n-13)=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n=0 \\ n-13=0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} n=0 \text{ nema smisla} \\ n=13 \end{array}\right\} \Rightarrow n=13.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 045

Broj stranica mnogokuta koji ima šest puta više dijagonala nego stranica iznosi:

$$A.\ 13 \qquad B.\ 10 \qquad C.\ 15 \qquad D.\ 17$$

Rezultat: C.

Zadatak 046 (Silvija, maturantica)

Kut pravilnog poligona iznosi 165º. Koliki je broj njegovih stranica?

$$A.\ 10 \qquad B.\ 20 \qquad C.\ 21 \qquad D.\ 24$$

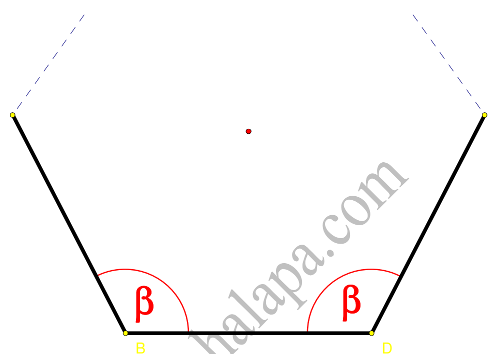
Rješenje 046

Ponovimo!

Pravilni mnogokut (poligon) je mnogokut kojemu su sve stranice sukladne i svi unutarnji kutovi sukladni.

Unutarnji kut pravilnog mnogokuta sa n stranica iznosi:

$$\beta = \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}.$$



Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\beta=165^0 \Rightarrow \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}=165^0 \Rightarrow \frac{(n-2)\cdot 180^0}{n}=165^0 \;/\cdot n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (n-2)\cdot 180^0=165^0\cdot n \Rightarrow 180^0\cdot n-360^0=165^0\cdot n \Rightarrow 180^0\cdot n-165^0\cdot n=360^0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 15^0\cdot n=360^0 \Rightarrow 15^0\cdot n=360^0 \;/:15^0 \Rightarrow n=24.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 046

Kut pravilnog poligona iznosi 162º. Koliki je broj njegovih stranica?

$$A.\ 10 \qquad B.\ 20 \qquad C.\ 21 \qquad D.\ 24$$

Rezultat: B.

Zadatak 047 (Anita, maturantica)

Omjer polumjera kružnice upisane i opisane pravilnom sedmerokutu iznosi:

$$A.\ 0.502 \qquad B.\ 0.621 \qquad C.\ 0.841 \qquad D.\ 0.901$$

Rješenje 047

Ponovimo!

Pravilni mnogokut (poligon) je mnogokut kojemu su sve stranice sukladne i svi unutarnji kutovi sukladni.

Središnji kut pravilnog mnogokuta (n – terokuta sa n stranica) iznosi:

$$\alpha = \frac{360^\circ}{n}.$$

Trokut je dio ravnine omeđen s tri dužine. Te dužine zovemo stranice trokuta.
Trokute dijelimo:

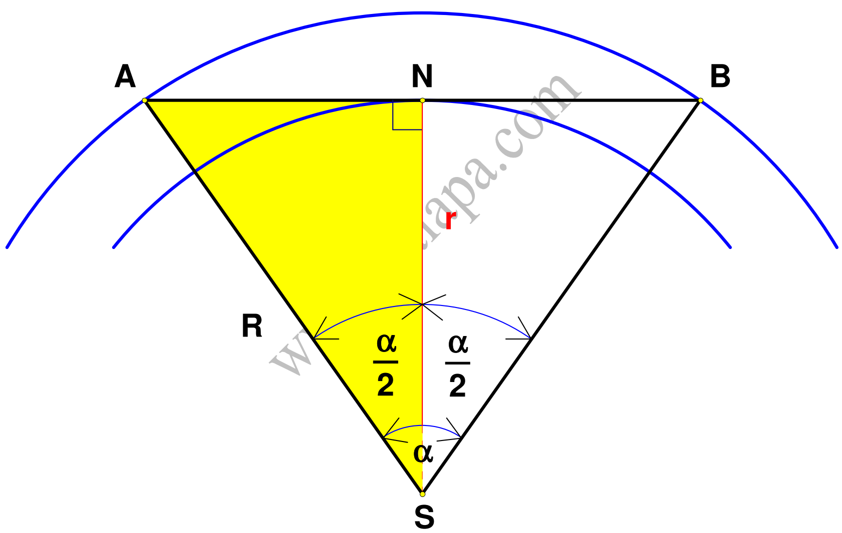
- prema odnosu među duljinama stranica

$$\begin{cases} \text{raznostraničan trokut} \\ \text{jednakokračan trokut} \\ \text{jednakostraničan trokut} \end{cases}$$

- prema kutovima

$$\begin{cases} \text{šiljastokutan trokut} \\ \text{tupokutan trokut} \\ \text{pravokutan trokut.} \end{cases}$$

Kod jednakokračnog trokuta duljine dviju stranica su jednake. Stranice jednakih duljina zovemo kracima trokuta.
Pravokutni trokuti imaju jedan pravi kut (kut od 90º). Stranice koje zatvaraju pravi kut zovu se katete, a najdulja stranica je hipotenuza pravokutnog trokuta.
Kosinus šiljastog kuta pravokutnog trokuta jednak je omjeru duljine katete uz taj kut i duljine hipotenuze.



Sa slike vidi se:

$$|SA| = |SB| = R \;,\; |SN| = r \;,\; \angle ASB = \alpha = \frac{360^\circ}{7} \;,\; \angle ASN = \angle NSB = \frac{\alpha}{2} = \frac{180^\circ}{7}$$

Uočimo pravokutan trokut ASN i pomoću funkcije kosinus dobijemo:

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{|SN|}{|SA|} \Rightarrow \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{r}{R} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Rightarrow \frac{r}{R} = \cos\left(\frac{180^\circ}{7}\right) \Rightarrow \frac{r}{R} = 0.901.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 047

Omjer polumjera kružnice upisane i opisane pravilnom šesterokutu iznosi:

A. 0.602 *B.* 0.721 *C.* 0.866 *D.* 0.911

Rezultat: C.

Zadatak 048 (4B, TUPŠ)

Koji mnogokut ima četiri puta više dijagonala nego stranica?

$A.\ n=8 \qquad B.\ n=10 \qquad C.\ n=11 \qquad D.\ n=13$

Rješenje 048

Ponovimo!

Za svaki prirodni broj n veći od 2 postoji mnogokut koji ima sve stranice jednake duljine i sve unutarnje kutove jednake. Taj mnogokut nazivamo pravilnim mnogokutom, pravilnim n – terokutom, pravilnim poligonom.

Broj dijagonala u konveksnom n – terokutu iznosi

$$D(n)=\frac{n\cdot(n-3)}{2}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ ili } b=0 \text{ ili } a=b=0.$$

Kako zapisati da je broj b n puta veći od broja a?

$$b=n\cdot a \quad , \quad \frac{b}{n}=a \quad , \quad \frac{b}{a}=n.$$

$$D(n)=4\cdot n \Rightarrow \frac{n\cdot(n-3)}{2}=4\cdot n \Rightarrow \frac{n\cdot(n-3)}{2}=4\cdot n \ /\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n\cdot(n-3)=8\cdot n \Rightarrow n\cdot(n-3)-8\cdot n=0 \Rightarrow n\cdot(n-3-8)=0 \Rightarrow n\cdot(n-11)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} n=0 \text{ nema smisla} \\ n-11=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow n-11=0 \Rightarrow n=11.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 048

Koji mnogokut ima pet puta više dijagonala nego stranica?

$A.\ n=15 \qquad B.\ n=14 \qquad C.\ n=13 \qquad D.\ n=12$

Rezultat: C.