

Zadatak 001 (Tomislav, osnovna škola)Izračunaj: $\sqrt{8a} \cdot \sqrt{2a}$.**Rješenje 001**

Pravilo za množenje korijena glasi:

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{x \cdot y}.$$

Zato je

$$\sqrt{8a} \cdot \sqrt{2a} = \sqrt{8a \cdot 2a} = \sqrt{16a^2} = 4a.$$

Vježba 001Izračunaj: $\sqrt{12b} \cdot \sqrt{3b}$.**Rezultat:** 6b.**Zadatak 002 (Matea, osnovna škola)**Izračunaj: $(3x + 5)^2$.**Rješenje 002**

Uporabit ćemo formulu za kvadrat zbroja (kvadrat binoma):

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

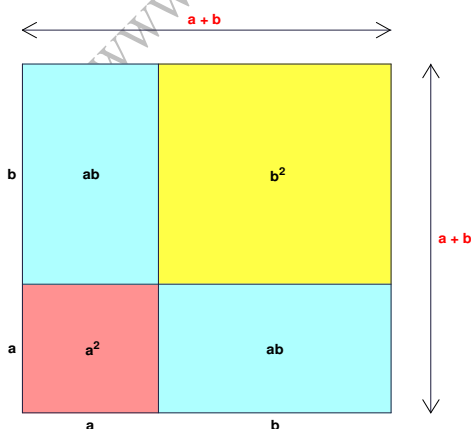
Zato je:

$$(3x + 5)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = 9x^2 + 30x + 25.$$

Zapamtimo formulu za kvadrat zbroja jer se često koristi! Evo, kako se izvodi (dokazuje):

$$\begin{aligned}
 (a + b)^2 &= [\text{bazu množimo samu sa sobom}] = (a + b) \cdot (a + b) = \\
 &= [\text{zgrade množimo tako da svaki član prve zgrade pomnožimo sa svakim članom druge zgrade}] = \\
 &= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.
 \end{aligned}$$

Možemo to ilustrirati geometrijski!



$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Vježba 002Izračunaj: $(5x + 3)^2$.**Rezultat:** $25x^2 + 30x + 9$.**Zadatak 003 (Anamaria, osnovna škola)**Opseg pravokutnika je 66 cm, a ploština 270 cm². Kolike su duljine stranica pravokutnika?**Rješenje 003**

Ponovimo!

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Paralelogrami su četverokuti kojima su po dvije nasuprotne stranice usporedne (paralelne).

Pravokutnik je paralelogram koji ima barem jedan pravi kut (pravi kut ima 90°).

Opseg i površina pravokutnika

Opseg pravokutnika, duljine stranice a i širine b, je zbroj duljina svih stranica

$$O = 2 \cdot a + 2 \cdot b.$$

Ploština pravokutnika je jednaka produktu njegove duljine a i širine b.

$$P = a \cdot b.$$

Rješenja kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$, $a \neq 0$ su brojevi

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$

Kraće:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

Iz uvjeta u zadatku napišemo odgovarajuće jednadžbe.

Opseg pravokutnika je 66.

$$\left. \begin{array}{l} O = 2 \cdot a + 2 \cdot b \\ O = 66 \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot a + 2 \cdot b = 66.$$

Ploština pravokutnika je 270.

$$\left. \begin{array}{l} P = a \cdot b \\ P = 270 \end{array} \right\} \Rightarrow a \cdot b = 270.$$

Pomoću sustava jednadžbi dobije se traženo rješenje.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot a + 2 \cdot b = 66 \\ a \cdot b = 270 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 \cdot a + 2 \cdot b = 66 \quad / : 2 \\ a \cdot b = 270 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b = 33 \\ a \cdot b = 270 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{supstitucije} \end{array} \right] \Rightarrow \left. \begin{array}{l} b = 33 - a \\ a \cdot b = 270 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a \cdot (33 - a) = 270 &\Rightarrow 33 \cdot a - a^2 = 270 \Rightarrow 33 \cdot a - a^2 - 270 = 0 \Rightarrow -a^2 + 33 \cdot a - 270 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -a^2 + 33 \cdot a - 270 = 0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow a^2 - 33 \cdot a + 270 = 0. \end{aligned}$$

Kvadratna jednadžba može biti riješena na dva načina.

1. inačica

$$\begin{aligned} a^2 - 33 \cdot a + 270 = 0 &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a^2 - 33 \cdot a + 270 = 0 \\ a = 1, b = -33, c = 270 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = 1, b = -33, c = 270 \\ a_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow a_{1,2} = \frac{-(-33) \pm \sqrt{(-33)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 270}}{2 \cdot 1} &\Rightarrow a_{1,2} = \frac{33 \pm \sqrt{1089 - 1080}}{2} \Rightarrow a_{1,2} = \frac{33 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow \\ \Rightarrow a_{1,2} = \frac{33 \pm 3}{2} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{33+3}{2} \\ a_2 = \frac{33-3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{36}{2} \\ a_2 = \frac{30}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1 = 18 \\ a_2 = 15 \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

Računamo duljinu stranice b.

$$\bullet \left. \begin{array}{l} a + b = 33 \\ a = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow 18 + b = 33 \Rightarrow b = 33 - 18 \Rightarrow b = 15.$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} a+b=33 \\ a=15 \end{array} \right\} \Rightarrow 15+b=33 \Rightarrow b=33-15 \Rightarrow b=18.$$

Postoje dva pravokutnika. Prvom pravokutniku je duljina stranice $a = 18$ cm i $b = 15$ cm, a drugom je duljina stranice $a = 15$ cm i $b = 18$ cm.

2. inačica

Kvadratnu jednadžbu rastavimo na faktore čiji je umnožak faktora jednak nuli pa je svaki faktor jednak nuli.

$$a^2 - 33 \cdot a + 270 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{koeficijent } -33 \text{ rastavimo na dva koeficijenta} \\ \text{tako da je njihov umnožak jednak } 270 \\ -33 = -15 - 18 \quad , \quad -15 \cdot (-18) = 270 \end{array} \right] \Rightarrow a^2 - 15 \cdot a - 18 \cdot a + 270 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{grupiranja} \end{array} \right] \Rightarrow (a^2 - 15 \cdot a) + (-18 \cdot a + 270) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{iz prve zagrade izlučimo potenciju } a, \\ \text{iz druge zagrade izlučimo } -18 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot (a-15) - 18 \cdot (a-15) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izlučimo} \\ a-15 \end{array} \right] \Rightarrow (a-15) \cdot (a-18) = 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a-15=0 \\ a-18=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a_1=15 \\ a_2=18 \end{array} \right\}.$$

Računamo duljinu stranice b .

$$\bullet \left. \begin{array}{l} a+b=33 \\ a=15 \end{array} \right\} \Rightarrow 15+b=33 \Rightarrow b=33-15 \Rightarrow b=18.$$

$$\bullet \left. \begin{array}{l} a+b=33 \\ a=18 \end{array} \right\} \Rightarrow 18+b=33 \Rightarrow b=33-18 \Rightarrow b=15.$$

Postoje dva pravokutnika. Prvom pravokutniku je duljina stranice $a = 15$ cm i $b = 18$ cm, a drugom je duljina stranice $a = 18$ cm i $b = 15$ cm.

Vježba 003

Opseg pravokutnika je 24 cm, a ploština 32 cm^2 . Kolike su duljine stranica pravokutnika?

Rezultat: $a = 8$ cm, $b = 4$ cm , $a = 4$ cm, $b = 8$ cm.