

Zadatak 241 (Dora, gimnazija)

Zadan je niz (a_n) za koji vrijedi $a_n = a_{n-1} - 0.7$, $n > 1$ i $a_1 = 10$. Koliko iznosi osmi član toga niza?

Rješenje 241

Ponovimo!

$$\left. \begin{array}{l} a^1 = a \\ a^n \cdot a^m = a^{n+m} \\ a = b \\ c = d \end{array} \right\} \Rightarrow a + c = b + d.$$

Niz realnih brojeva je funkcija a koja svakom prirodnom broju n pridružuje neki realni broj a_n . Broj a_n zove se opći član niza.

Niz možemo zadati rekurzivnim formulama u kojima se članovi niza zadaju pomoću već definiranih članova. Dakle, član niza dobiva se preko nekoliko svoji prethodnika. Ako znamo kako n -ti član niza ovisi od člana pred sobom ili od nekoliko prethodnih članova, onda ga možemo izračunati.

Kako zapisati da je broj a za n manji od broja b ?

$$a + n = b, \quad a = b - n, \quad b - a = n.$$

1. inačica

Iz pravila kojim je definiran niz (a_n) redom računamo:

- $a_2 = a_1 - 0.7 = 10 - 0.7 = 9.3$
- $a_3 = a_2 - 0.7 = 9.3 - 0.7 = 8.6$
- $a_4 = a_3 - 0.7 = 8.6 - 0.7 = 7.9$
- $a_5 = a_4 - 0.7 = 7.9 - 0.7 = 7.2$
- $a_6 = a_5 - 0.7 = 7.2 - 0.7 = 6.5$
- $a_7 = a_6 - 0.7 = 6.5 - 0.7 = 5.8$
- $a_8 = a_7 - 0.7 = 5.8 - 0.7 = 5.1$.

2. inačica

Uočimo da je svaki član zadanog niza, osim prvoga člana, za 0.7 manji od prethodnog člana. To znači da je a_8 za 4.9 manji od a_1 .

$$7 \cdot 0.7 = 4.9.$$

Osmi član jednak je

$$a_8 = a_1 - 4.9 \Rightarrow [a_1 = 10] \Rightarrow a_8 = 10 - 4.9 \Rightarrow a_8 = 5.1.$$

3. inačica

Iz pravila kojim je definiran niz (a_n) redom računamo:

$$\left. \begin{array}{l} a_2 = a_1 - 0.7 \\ a_3 = a_2 - 0.7 \\ a_4 = a_3 - 0.7 \\ a_5 = a_4 - 0.7 \\ a_6 = a_5 - 0.7 \\ a_7 = a_6 - 0.7 \\ a_8 = a_7 - 0.7 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrojimo} \\ \text{jednakosti} \end{array} \right] \Rightarrow$$
$$\Rightarrow a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 =$$
$$= a_1 - 0.7 + a_2 - 0.7 + a_3 - 0.7 + a_4 - 0.7 + a_5 - 0.7 + a_6 - 0.7 + a_7 - 0.7 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
&\Rightarrow a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = \\
&= a_1 - 0.7 + a_2 - 0.7 + a_3 - 0.7 + a_4 - 0.7 + a_5 - 0.7 + a_6 - 0.7 + a_7 - 0.7 \Rightarrow \\
\Rightarrow a_8 &= a_1 - 0.7 - 0.7 - 0.7 - 0.7 - 0.7 - 0.7 - 0.7 \Rightarrow a_8 = a_1 - 7 \cdot 0.7 \Rightarrow a_8 = a_1 - 4.9 \Rightarrow \\
&\Rightarrow [a_1 = 10] \Rightarrow a_8 = 10 - 4.9 \Rightarrow a_8 = 5.1.
\end{aligned}$$

Vježba 241

Zadan je niz (a_n) za koji vrijedi $a_n = a_{n-1} - 0.7$, $n > 1$ i $a_1 = 10$. Koliko iznosi peti član toga niza?

Rezultat: 7.2.

www.halapa.com