Zadatak 461 (Jozo, srednja škola)

Kolika je vrijednost izraza $\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2 \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 8\right)$?

Rješenje 461

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \underset{\rightarrow}{\log_b a = b^c} \qquad a = b^c$$

$$\log_b a^n = n \cdot \log_b a \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad \log_b a \cdot \log_a c = \log_b c.$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad \log_b a = \frac{\log a}{\log b}.$$

$$a^1 = a \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x) \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

Najprije izračunamo izraze u zagradi:

- $\log_2 \frac{1}{2} = x \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^x = 2^{-1} \Rightarrow x = -1 \Rightarrow \log_2 \frac{1}{2} = -1$
- $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = 8 \Rightarrow \left(2^{-1}\right)^x = 2^3 \Rightarrow 2^{-x} = 2^3 \Rightarrow -x = 3 \Rightarrow$

  $\Rightarrow -x = 3 \ / \cdot (-1) \Rightarrow x = -3 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3.$

Sada je:

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2 \frac{1}{2} \cdot \log_{\frac{1}{2}} 8\right) = \log_{\frac{1}{9}}\left(-1 \cdot (-3)\right) = \log_{\frac{1}{9}} 3.$$

Dalje slijedi:

$$\log_{\frac{1}{9}} 3 = x \Rightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^x = 3 \Rightarrow \left(\frac{1}{3^2}\right)^x = 3 \Rightarrow \left(3^{-2}\right)^x = 3 \Rightarrow 3^{-2 \cdot x} = 3^1 \Rightarrow -2 \cdot x = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot x = 1 \ /: (-2) \Rightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Vrijednost zadanog izraza je:

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{2}}8\right)=-\frac{1}{2}.$$

2.inačica

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{2}}8\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{2}}8\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2 8\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2 2^3\right)=$$

$$=\log_{\frac{1}{9}}\left(3\cdot\log_2 2\right)=\log_{\frac{1}{9}}(3\cdot 1)=\log_{\frac{1}{9}}3.$$

Dalje slijedi:

$$\log_{\frac{1}{9}}3=x\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{9}\right)^x=3\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{3^2}\right)^x=3\ \Rightarrow\ \left(3^{-2}\right)^x=3\ \Rightarrow\ 3^{-2\cdot x}=3^1\ \Rightarrow\ -2\cdot x=1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -2\cdot x=1\ /:(-2)\ \Rightarrow\ x=-\frac{1}{2}.$$

Vrijednost zadanog izraza je:

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{2}}8\right)=-\frac{1}{2}.$$

3.inačica

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{2}}8\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{\log\frac{1}{2}}{\log 2}\cdot\frac{\log 8}{\log\frac{1}{2}}\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{\log\frac{1}{2}}{\log 2}\cdot\frac{\log 8}{\log\frac{1}{2}}\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{\log 8}{\log 2}\right)=$$

$$=\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{\log 2^3}{\log 2}\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{3\cdot\log 2}{\log 2}\right)=\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{3\cdot\log 2}{\log 2}\right)=\log_{\frac{1}{9}}3.$$

Dalje slijedi:

$$\log_{\frac{1}{9}}3=x\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{9}\right)^x=3\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{3^2}\right)^x=3\ \Rightarrow\ \left(3^{-2}\right)^x=3\ \Rightarrow\ 3^{-2\cdot x}=3^1\ \Rightarrow\ -2\cdot x=1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -2\cdot x=1\ /:(-2)\ \Rightarrow\ x=-\frac{1}{2}.$$

Vrijednost zadanog izraza je:

$$\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_2\frac{1}{2}\cdot\log_{\frac{1}{2}}8\right)=-\frac{1}{2}.$$

Vježba 461

Kolika je vrijednost izraza $\log_{\frac{1}{9}}\left(\log_{\frac{1}{2}}8\cdot\log_2\frac{1}{2}\right)$?

Rezultat: $-\frac{1}{2}.$

Zadatak 462 (Ivan, srednja škola)

Ako je $a \cdot b^2 = 5$, a $a^2 \cdot b^5 = 15$ izračunaj a i b.

Rješenje 462

Ponovimo!

$$a^1 = a \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m} \quad , \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

1.inačica

Preoblikujemo jednadžbu

$$a \cdot b^2 = 5.$$

$$a \cdot b^2 = 5 \Rightarrow a \cdot b^2 = 5 \; /^2 \Rightarrow \left(a \cdot b^2\right)^2 = 5^2 \Rightarrow a^2 \cdot b^4 = 25.$$

Sada je:

$$a^2 \cdot b^5 = 15 \Rightarrow a^2 \cdot b^4 \cdot b^1 = 15 \Rightarrow a^2 \cdot b^4 \cdot b = 15 \Rightarrow \left(a^2 \cdot b^4\right) \cdot b = 15 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\, a^2 \cdot b^4 = 25 \,\right] \Rightarrow 25 \cdot b = 15 \Rightarrow 25 \cdot b = 15 \; /:25 \Rightarrow b = \frac{15}{25} \Rightarrow b = \frac{15}{25} \Rightarrow b = \frac{3}{5}.$$

Računamo a.

$$\left.\begin{array}{l} a \cdot b^2 = 5 \\ b = \dfrac{3}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 5 \Rightarrow a \cdot \frac{9}{25} = 5 \Rightarrow \frac{9}{25} \cdot a = 5 \Rightarrow \frac{9}{25} \cdot a = 5 \,/ \cdot \frac{25}{9} \Rightarrow a = \frac{125}{9}.$$

2.inačica

Preoblikujemo jednadžbu

$$a^2 \cdot b^5 = 15.$$

$$a^2 \cdot b^5 = 15 \Rightarrow a^2 \cdot b^4 \cdot b^1 = 15 \Rightarrow a^2 \cdot b^4 \cdot b = 15 \Rightarrow \left(a \cdot b^2\right)^2 \cdot b = 15 \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{uvjet} \\ a \cdot b^2 = 5 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5^2 \cdot b = 15 \Rightarrow 25 \cdot b = 15 \Rightarrow 25 \cdot b = 15 \; /:25 \Rightarrow b = \frac{15}{25} \Rightarrow b = \frac{15}{25} \Rightarrow b = \frac{3}{5}.$$

Računamo a.

$$\left.\begin{array}{l} a \cdot b^2 = 5 \\ b = \dfrac{3}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow a \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 5 \Rightarrow a \cdot \frac{9}{25} = 5 \Rightarrow \frac{9}{25} \cdot a = 5 \Rightarrow \frac{9}{25} \cdot a = 5 \,/ \cdot \frac{25}{9} \Rightarrow a = \frac{125}{9}.$$

Vježba 462

Ako je $a \cdot b^2 = 5$, a $a^2 \cdot b^5 = 15$ izračunaj $a \cdot b$.

Rezultat: $\frac{25}{3}.$

Zadatak 463 (Ivana, srednja škola)

Riješite jednadžbu: $4^{x}-4^{x-2}=60.$

Rješenje 463

Ponovimo!

$$a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m} \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^{n}} \quad , \quad n=\frac{n}{1} \quad , \quad a^{1}=a \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1.$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c} \quad , \quad a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

1.inačica

$$4^{x}-4^{x-2}=60 \Rightarrow 4^{x}-4^{x}\cdot 4^{-2}=60 \Rightarrow 4^{x}-4^{x}\cdot\frac{1}{4^{2}}=60 \Rightarrow 4^{x}-4^{x}\cdot\frac{1}{16}=60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4^{x}-4^{x}\cdot\frac{1}{16}=60 \Rightarrow 4^{x}\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)=60 \Rightarrow 4^{x}\cdot\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{16}\right)=60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4^{x}\cdot\frac{16-1}{16}=60 \Rightarrow 4^{x}\cdot\frac{15}{16}=60 \Rightarrow 4^{x}\cdot\frac{15}{16}=60 \ /\cdot\frac{16}{15} \Rightarrow 4^{x}=60\cdot\frac{16}{15} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4^{x}=60\cdot\frac{16}{15} \Rightarrow 4^{x}=4\cdot 16 \Rightarrow 4^{x}=64 \Rightarrow 4^{x}=4^{3} \Rightarrow x=3.$$

2.inačica

$$4^{x}-4^{x-2}=60 \Rightarrow 4^{x-2+2}-4^{x-2}=60 \Rightarrow 4^{x-2}\cdot 4^{2}-4^{x-2}=60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4^{x-2}\cdot 16-4^{x-2}=60 \Rightarrow 4^{x-2}\cdot 16-4^{x-2}=60 \Rightarrow 4^{x-2}\cdot(16-1)=60 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4^{x-2}\cdot 15=60 \Rightarrow 4^{x-2}\cdot 15=60 \ /:15 \Rightarrow 4^{x-2}=4 \Rightarrow 4^{x-2}=4^{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x-2=1 \Rightarrow x=1+2 \Rightarrow x=3.$$

Vježba 463

Riješite jednadžbu: $4^{x}=60+4^{x-2}.$

Rezultat: x = 3.

Zadatak 464 (Provjeriti, gimnazija)

Riješite jednadžbu: $\log^{2}x+2\cdot\log(0.1\cdot x)=1.$

Rješenje 464

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \;\; \rightarrow \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log(x \cdot y) = \log x + \log y \quad , \quad \log x - \log y = \log \frac{x}{y} \quad , \quad \log 0.1 = -1.$$

$$\log 10 = 1 \quad , \quad \log a = b \;\Rightarrow\; 10^b = a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \;,\; n \neq 0 \;,\; n \neq 1.$$

$$a^{\circ} = 1 \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b).$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

Decimalni broj piše se u obliku decimalnog razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadska jedinica (10, 100, 1000, 10000, 100000, …) koja ima toliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka na decimalnom mjestu, tj. iza decimalne točke ili decimalnog zareza).

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ ili } b = 0 \text{ ili } a = b = 0.$$

1.inačica

$$\log^2 x + 2 \cdot \log(0.1 \cdot x) = 1 \;\Rightarrow\; \log^2 x + 2 \cdot (\log 0.1 + \log x) = 1 \;\Rightarrow\; \log^2 x + 2 \cdot (-1 + \log x) = 1 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \log^2 x - 2 + 2 \cdot \log x = 1 \;\Rightarrow\; \log^2 x - 2 + 2 \cdot \log x - 1 = 0 \;\Rightarrow\; \log^2 x + 2 \cdot \log x - 3 = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \begin{bmatrix} \text{zamjena} \\ \log x = t \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; t^2 + 2 \cdot t - 3 = 0 \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} t^2 + 2 \cdot t - 3 = 0 \\ a = 1 \;,\; b = 2 \;,\; c = -3 \end{matrix}\right\} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} a = 1 \;,\; b = 2 \;,\; c = -3 \\ t_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \end{matrix}\right\} \;\Rightarrow\; t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} \;\Rightarrow\; t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; t_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \;\Rightarrow\; t_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} t_1 = \dfrac{-2 + 4}{2} \\ t_2 = \dfrac{-2 - 4}{2} \end{matrix}\right\} \;\Rightarrow\; \left.\begin{matrix} t_1 = \dfrac{2}{2} \\ t_2 = -\dfrac{6}{2} \end{matrix}\right\} \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} t_1 = \frac{2}{2} \\ t_2 = -\frac{6}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} t_1 = 1 \\ t_2 = -3 \end{array}\right\}.$$

Vraćamo se na zamjenu.

- $\left.\begin{array}{l} \log x = t \\ t = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \log x = 1 \Rightarrow 10^1 = x \Rightarrow 10 = x \Rightarrow x_1 = 10$
- $\left.\begin{array}{l} \log x = t \\ t = -3 \end{array}\right\} \Rightarrow \log x = -3 \Rightarrow 10^{-3} = x \Rightarrow 0.001 = x \Rightarrow x_2 = 0.001.$

2.inačica

$$\log^2 x + 2 \cdot \log(0.1 \cdot x) = 1 \Rightarrow \log^2 x - 1 + 2 \cdot \log(0.1 \cdot x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\log x - 1) \cdot (\log x + 1) + 2 \cdot \log\left(\frac{1}{10} \cdot x\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\log x - \log 10) \cdot (\log x + \log 10) + 2 \cdot \log\left(\frac{x}{10}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{x}{10}\right) \cdot \log(10 \cdot x) + 2 \cdot \log\left(\frac{x}{10}\right) = 0 \Rightarrow \log\left(\frac{x}{10}\right) \cdot \log(10 \cdot x) + 2 \cdot \log\left(\frac{x}{10}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log\left(\frac{x}{10}\right) \cdot \left(\log(10 \cdot x) + 2\right) = 0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log\left(\frac{x}{10}\right) = 0 \\ \log(10 \cdot x) + 2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 10^{\circ} = \frac{x}{10} \\ \log(10 \cdot x) = -2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1 = \frac{x}{10} \\ 10^{-2} = 10 \cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{x}{10} = 1 \\ 10 \cdot x = 10^{-2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \frac{x}{10} = 1 \;/ \cdot 10 \\ 10 \cdot x = 10^{-2} \;/ \cdot \frac{1}{10} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 10^{-3} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = 0.001 \end{array}\right\}.$$

Vježba 464

Riješite jednadžbu: $\log^2 x + 2 \cdot \log(0.1 \cdot x) - 1 = 0.$

Rezultat: $x_1 = 10 \;,\; x_2 = 0.001.$

Zadatak 465 (Mirna, srednja škola)

Ako je log a + 3 · log b = 2 i log a – log b = 1, onda je izraz a · b jednak

$A.\ 100 \qquad B.\ 10 \cdot \sqrt{10} \qquad C.\ \sqrt{10} \qquad D.\ 10$

Rješenje 465

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam
Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log x + \log y = \log(x \cdot y) \quad , \quad \log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad \log x - \log y = \log \frac{x}{y} \quad , \quad \log 100 = 2.$$

$$\log 10 = 1 \quad , \quad \log f(x) = \log g(x) \Rightarrow f(x) = g(x) \quad , \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad , \quad \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}.$$

$$a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} \log a + 3 \cdot \log b = 2 \\ \log a - \log b = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{zbrajamo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \log a + 3 \cdot \log b + \log a - \log b = 2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \log a + 2 \cdot \log b = 3 \Rightarrow 2 \cdot (\log a + \log b) = 3 \Rightarrow 2 \cdot \log(a \cdot b) = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \log(a \cdot b) = 3 \;/:2 \Rightarrow \log(a \cdot b) = \frac{3}{2} \Rightarrow 10^{\frac{3}{2}} = a \cdot b \Rightarrow a \cdot b = 10^{\frac{3}{2}} \Rightarrow a \cdot b = \sqrt{10^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot b = \sqrt{1000} \Rightarrow a \cdot b = \sqrt{100 \cdot 10} \Rightarrow a \cdot b = \sqrt{100} \cdot \sqrt{10} \Rightarrow a \cdot b = 10 \cdot \sqrt{10}.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

$$\left.\begin{array}{l} \log a + 3 \cdot \log b = 2 \\ \log a - \log b = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log a + \log b^3 = 2 \\ \log \frac{a}{b} = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log\left(a \cdot b^3\right) = 2 \\ \log \frac{a}{b} = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log\left(a \cdot b^3\right) = \log 100 \\ \log \frac{a}{b} = \log 10 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a \cdot b^3 = 100 \\ \frac{a}{b} = 10 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pomnožimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow a \cdot b^3 \cdot \frac{a}{b} = 100 \cdot 10 \Rightarrow a \cdot b^3 \cdot \frac{a}{b} = 100 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 \cdot b^2 = 100 \cdot 10 \Rightarrow (a \cdot b)^2 = 100 \cdot 10 \Rightarrow (a \cdot b)^2 = 100 \cdot 10 \;/\sqrt{\;} \Rightarrow a \cdot b = \sqrt{100 \cdot 10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \cdot b = \sqrt{100} \cdot \sqrt{10} \Rightarrow a \cdot b = 10 \cdot \sqrt{10}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 465

Ako je log a + 3 · log b = 2 i log a – 1= log b, onda je izraz a · b jednak

$A.\ 100 \qquad B.\ 10 \cdot \sqrt{10} \qquad C.\ \sqrt{10} \qquad D.\ 10$

Rezultat: B.

Zadatak 466 (Mirna, srednja škola)

Ako je $3^{2\cdot x+y}=\frac{1}{\sqrt{27}}$ i $3^{-x+y}=\sqrt{3},$ onda je izraz x + 2 · y jednak

$A.\ -1 \qquad B.\ 0 \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 2$

Rješenje 466

Ponovimo!

$$\left.\begin{matrix} a=b \\ c=d \end{matrix}\right\} \Rightarrow a\cdot c=b\cdot d \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot c=\frac{a\cdot c}{b} \quad , \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}.$$

$$a^1=a \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \quad , \quad a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x) \quad , \quad a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}.$$

$$\left.\begin{matrix} a=b \\ c=d \end{matrix}\right\} \Rightarrow a+c=b+d \quad , \quad \frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

1.inačica

$$\left.\begin{matrix} 3^{2\cdot x+y}=\frac{1}{\sqrt{27}} \\ 3^{-x+y}=\sqrt{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{pomnožimo} \\ \text{jednadžbe} \end{bmatrix} \Rightarrow 3^{2\cdot x+y}\cdot 3^{-x+y}=\frac{1}{\sqrt{27}}\cdot\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{2\cdot x+y-x+y}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} \Rightarrow 3^{x+2\cdot y}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}} \Rightarrow 3^{x+2\cdot y}=\sqrt{\frac{3}{27}} \Rightarrow 3^{x+2\cdot y}=\sqrt{\frac{1}{9}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{x+2\cdot y}=\frac{1}{3} \Rightarrow 3^{x+2\cdot y}=\frac{1}{3^1} \Rightarrow 3^{x+2\cdot y}=3^{-1} \Rightarrow x+2\cdot y=-1.$$

Odgovor je pod A.

2.inačica

$$\left.\begin{matrix} 3^{2\cdot x+y}=\frac{1}{\sqrt{27}} \\ 3^{-x+y}=\sqrt{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3^{2\cdot x+y}=\frac{1}{\sqrt{3^3}} \\ 3^{-x+y}=\sqrt{3} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3^{2\cdot x+y}=\frac{1}{3^{\frac{3}{2}}} \\ 3^{-x+y}=3^{\frac{1}{2}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3^{2\cdot x+y}=3^{-\frac{3}{2}} \\ 3^{-x+y}=3^{\frac{1}{2}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} 2\cdot x+y=-\frac{3}{2} \\ -x+y=\frac{1}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{zbrojimo} \\ \text{jednadžbe} \end{bmatrix} \Rightarrow 2\cdot x+y-x+y=-\frac{3}{2}+\frac{1}{2} \Rightarrow x+2\cdot y=\frac{-3+1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+2\cdot y=-\frac{2}{2} \Rightarrow x+2\cdot y=-\frac{2}{2} \Rightarrow x+2\cdot y=-1.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 466

Ako je $3^{2\cdot x+y}=\frac{1}{\sqrt{27}}$ i $3^{y-x}=\sqrt{3},$ onda je izraz x + 2 · y jednak

$$A.\ -1 \qquad B.\ 0 \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 2$$

Rezultat: A.

Zadatak 467 (Vibrato i pizzicato, gimnazija)

Izračunaj polovično vrijeme raspada radija ako je k = $1.382 \cdot 10^{-11}$ s^{-1}.

Rješenje 467

Ponovimo!

$$1\ godina = 365.25\ dana \quad , \quad 1\ dan = 24\ h \quad , \quad 1\ h = 3600\ s.$$

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

Prirodni logaritam

Logaritamska funkcija $\log_e$ označava se simbolom ln. Broj ln *x* zovemo prirodni logaritam.

$$\ln x = \log_e x \quad , \quad e = 2.71828182845904523536028747135 27.$$

$$\ln e = 1 \quad , \quad \ln a^n = n \cdot \ln a \quad , \quad \ln e^n = n.$$

Reducirati znači jedinice – veličine nižega reda pretvoriti u jedinice – veličine višega reda. Tu dijelimo s pretvornicima.

Masa m radioaktivne tvari smanjuje se po eksponencijalnom zakonu

$$m(t) = m_0 \cdot e^{-k\cdot t},$$

gdje je m(t) masa tvari nakon vremena t, m_0 masa tvari na početku promatranja (t = 0), k konstanta koja ovisi o vrsti radioaktivne tvari. Vrijeme poluraspada T je vrijeme za koje se masa smanji na polovinu.

Računamo polovično vrijeme raspada radija, tj. vrijeme za koje se masa smanji na polovinu.

$$\left.\begin{array}{l} m(t) = \frac{1}{2}\cdot m_0 \\ m(t) = m_0 \cdot e^{-k\cdot t} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_0 = m_0 \cdot e^{-k\cdot t} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot m_0 = m_0 \cdot e^{-k\cdot t} \ /: m_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-k\cdot t} \Rightarrow e^{-k\cdot t} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array}\right] \Rightarrow e^{-k\cdot t} = \frac{1}{2} \ / \ \ln \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left(e^{-k\cdot t}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow -k\cdot t\cdot \ln e = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow -k\cdot t\cdot 1 = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow -k\cdot t = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -k\cdot t = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \ /\cdot\left(-\frac{1}{k}\right) \Rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{k} \Rightarrow t = -\frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{1.382\cdot 10^{-11}\ s^{-1}} \Rightarrow t = 5.02\cdot 10^{10}\ s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{reduciranje} \\ \text{pretvaranje u godine} \end{array}\right] \Rightarrow t = \frac{5.02\cdot 10^{10}}{3600\cdot 24\cdot 365.25}\ godina \Rightarrow t = 1590.74\ godina \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = 1.59\cdot 10^{3}\ godina.$$

Marie Sklodowska i Pierre Curie otkrili element radij.

Vježba 467

Izračunaj polovično vrijeme raspada radioaktivne tvari ako je k = $3.8 \cdot 10^{-3}\ s^{-1}$.

Rezultat: T = 3 min.

Zadatak 468 (Vibrato i pizzicato, gimnazija)

Broj riječi u minuti što ih nakon t tjedana provedenih na tečaju unosi tipkačica jednak je $r(t) = 100 \cdot \left(1 - e^{-0.3 \cdot t}\right)$. Nakon koliko tjedana tipkačica postigne brzinu unosa od 95 riječi u minuti?

Rješenje 468

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \ \rightarrow \qquad a = b^c$$

Prirodni logaritam

Logaritamska funkcija $\log_e$ označava se simbolom ln. Broj ln x zovemo prirodni logaritam.

$$\ln x = \log_e x \quad , \quad e = 2.718281828459045235360287471352 7.$$

$$\ln e = 1 \quad , \quad \ln a^n = n \cdot \ln a \quad , \quad \ln e^n = n.$$

Dekadske jedinice su brojevi koji se dobiju množenjem broja 10 samim sobom. Dekadske jedinice su brojevi: 10, 100, 1000, 10000, 100000 itd. Decimalni broj dijelimo dekadskom jedinicom tako da decimalnu točku pomaknemo ulijevo za onoliko mjesta koliko dekadski broj ima nula.

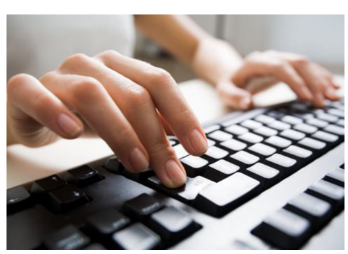
$$\left.\begin{array}{l} r(t) = 95 \\ r(t) = 100 \cdot \left(1 - e^{-0.3 \cdot t}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow 95 = 100 \cdot \left(1 - e^{-0.3 \cdot t}\right) \Rightarrow 95 = 100 \cdot \left(1 - e^{-0.3 \cdot t}\right) \ / \cdot \frac{1}{100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.95 = 1 - e^{-0.3 \cdot t} \Rightarrow e^{-0.3 \cdot t} 1 - 0.95 \Rightarrow e^{-0.3 \cdot t} = 0.05 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{-0.3 \cdot t} = 0.05 \ / \ \ln \Rightarrow \ln\left(e^{-0.3 \cdot t}\right) = \ln 0.05 \Rightarrow -0.3 \cdot t \cdot \ln e = \ln 0.05 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -0.3 \cdot t \cdot 1 = \ln 0.05 \Rightarrow -0.3 \cdot t = \ln 0.05 \Rightarrow -0.3 \cdot t = \ln 0.05 \ / \cdot \left(-\frac{1}{0.3}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = -\frac{\ln 0.05}{0.3} \Rightarrow t \approx 9.99.$$



Vježba 468

Broj riječi u minuti što ih nakon t tjedana provedenih na tečaju unosi tipkačica jednak je $r(t)=100\cdot\left(1-e^{-0.3\cdot t}\right)$. Nakon koliko tjedana tipkačica postigne brzinu unosa od 90 riječi u minuti?

Rezultat: 7.68.

Zadatak 469 (Tictac, gimnazija)

Ako je $a=b^2$, tada je $\log_a b$ jednako:

$$A.\ 2 \qquad B.\ \frac{1}{2} \qquad C.\ -2 \qquad D.\ -\frac{1}{2}$$

Rješenje 469

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^c \qquad a=b^c$$
$$\rightarrow$$

$$\log_b b=1 \quad , \quad \log_b a^n=n\cdot\log_b a.$$

$$a=b^2 \Rightarrow \begin{bmatrix}\text{logaritmiramo}\\ \text{jednadžbu}\end{bmatrix} \Rightarrow a=b^2 \ /\log_a \Rightarrow \log_a a=\log_a b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1=2\cdot\log_a b \Rightarrow 2\cdot\log_a b=1 \Rightarrow 2\cdot\log_a b=1 \ /:2 \Rightarrow \log_a b=\frac{1}{2}.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 469

Ako je $a=b^3$, tada je $\log_a b$ jednako:

$$A.\ 3 \qquad B.\ \frac{1}{3} \qquad C.\ -3 \qquad D.\ -\frac{1}{3}$$

Rezultat: B.

Zadatak 470 (Tictac, gimnazija)

Ako je $\log_b a=m$, $\log_c b=n$, koliko je $\log_{b\cdot c}(a\cdot b)$?

Rješenje 470

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^c \qquad a=b^c$$
$$\rightarrow$$

$$\log_b(x\cdot y)=\log_b x+\log_b y \quad , \quad \log_b a=\frac{\log_c a}{\log_c b} \quad , \quad \frac{a+b}{n}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n} \quad , \quad \log_b a=\frac{1}{\log_a b}.$$

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c} \quad , \quad \frac{a\cdot b}{c}=\frac{a}{c}\cdot b.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\log_{b\cdot c}(a\cdot b)=\log_{b\cdot c}a+\log_{b\cdot c}b=\frac{\log_b a}{\log_b(b\cdot c)}+\frac{\log_c b}{\log_c(b\cdot c)}=$$

$$=\frac{\log_b a}{\log_b b+\log_b c}+\frac{\log_c b}{\log_c b+\log_c c}=\frac{\log_b a}{1+\log_b c}+\frac{\log_c b}{\log_c b+1}=\frac{\log_b a}{1+\frac{1}{\log_c b}}+\frac{\log_c b}{\log_c b+1}=$$

$$=\begin{bmatrix}\log_b a=m\\ \log_c b=n\end{bmatrix}=\frac{m}{1+\frac{1}{n}}+\frac{n}{n+1}=\frac{m}{\frac{1}{1}+\frac{1}{n}}+\frac{n}{n+1}=\frac{m}{\frac{n+1}{n}}+\frac{n}{n+1}=\frac{\frac{m}{1}}{\frac{n+1}{n}}+\frac{n}{n+1}=$$

$$=\frac{m\cdot n}{n+1}+\frac{n}{n+1}=\frac{m\cdot n+n}{n+1}=\frac{(m+1)\cdot n}{n+1}=\frac{m+1}{n+1}\cdot n.$$

Vježba 470

Ako je $\log_b a=m$, $\log_c b=n$, koliko je $\log_{c\cdot b}(b\cdot a)$?

Rezultat: $\frac{m+1}{n+1}\cdot n.$

Zadatak 471 (Tictac, gimnazija)

Otapanje neke topljive tvari u vodi odvija se po zakonu $S=S_\circ\cdot\left(1-e^{-k\cdot t}\right)$, pri čemu je S količina tvari što se otopi u vremenu t, S_0 količina potrebna za zasićenost otopine, a $k>0$ konstanta koja ovisi o vrsti tvari što se otapa. Ako se 20 g šećera otopi za 1 minutu, a 30 g za 2 minute izračunajte k.

Rješenje 471

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m} \quad , \quad a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b) \quad , \quad \left.\begin{matrix}a=b\\ c=d\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d}.$$

$$1\ \text{min}=60\ s.$$

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^c \qquad a=b^c$$

Prirodni logaritam

Logaritamska funkcija $\log_e$ označava se simbolom ln. Broj $\ln x$ zovemo prirodni logaritam.

$$\ln x=\log_e x \quad , \quad e=2.71828182845904523536028747135 27.$$

$$\ln e=1 \quad , \quad \ln a^n=n\cdot\ln a \quad , \quad \ln e^n=n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \;,\; n \neq 0 \;,\; n \neq 1.$$

Napišemo sustav od dvije jednadžbe.

$$\left.\begin{array}{l} S = 20 \;,\; t = 1 \\ S = 30 \;,\; t = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[S = S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t}\right) \right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k \cdot 1}\right) = 20 \\ S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k \cdot 2}\right) = 30 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k}\right) = 20 \\ S_\circ \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot k}\right) = 30 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{S_\circ \cdot \left(1 - e^{-2 \cdot k}\right)}{S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k}\right)} = \frac{30}{20} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{S_\circ \cdot \left(1 - \left(e^{-k}\right)^2\right)}{S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k}\right)} = \frac{30}{20} \Rightarrow \frac{S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k}\right) \cdot \left(1 + e^{-k}\right)}{S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k}\right)} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k}\right)} \cdot \left(1 + e^{-k}\right)}{\cancel{S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k}\right)}} = 1.5 \Rightarrow 1 + e^{-k} = 1.5 \Rightarrow e^{-k} = 1.5 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{-k} = 0.5 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array} \right] \Rightarrow e^{-k} = 0.5 \;/\; \ln \Rightarrow \ln e^{-k} = \ln 0.5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -k \cdot \ln e = \ln 0.5 \Rightarrow -k \cdot 1 = \ln 0.5 \Rightarrow -k = \ln 0.5 \Rightarrow -k = \ln 0.5 \;/ \cdot (-1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k = -\ln 0.5 \Rightarrow k = 0.69314718 \frac{1}{\min} \Rightarrow k = 0.69314718 \frac{1}{60\ s} \Rightarrow k = 0.01155 \frac{1}{s}.$$

Vježba 471

Otapanje neke topljive tvari u vodi odvija se po zakonu $S = S_\circ \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t}\right)$, pri čemu je S količina tvari što se otopi u vremenu t, S_0 količina potrebna za zasićenost otopine, a k > 0 konstanta koja ovisi o vrsti tvari što se otapa. Ako se 10 g šećera otopi za 1 minutu, a 15 g za 2 minute izračunajte k.

Rezultat: $k = 0.01155 \frac{1}{s}.$

Zadatak 472 (Zvonimir, srednja škola)

Dokaži: $\dfrac{\log_a x}{\log_{(a \cdot b)} x} = 1 + \log_a b,$ za sve pozitivne brojeve a, b i x.

Rješenje 472

Ponovimo!

$$\frac{a+b}{n}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n} \quad , \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \quad \rightarrow \qquad a = b^c$$

$$\log_b a=\frac{1}{\log_a b} \quad , \quad \log_b a=\frac{\log_c a}{\log_c b} \quad , \quad \log_b b=1 \quad , \quad \log_b (x\cdot y)=\log_b x+\log_b y.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \; , \; n\neq 0 \; , \; n\neq 1.$$

1.inačica

$$\frac{\log_a x}{\log_{(a\cdot b)} x}=\frac{\frac{1}{\log_x a}}{\frac{1}{\log_x (a\cdot b)}}=\frac{\log_x (a\cdot b)}{\log_x a}=\frac{\log_x a+\log_x b}{\log_x a}=\frac{\log_x a}{\log_x a}+\frac{\log_x b}{\log_x a}=$$

$$=\frac{\log_x a}{\log_x a}+\frac{\log_x b}{\log_x a}=1+\frac{\log_x b}{\log_x a}=1+\log_a b.$$

2.inačica

$$\frac{\log_a x}{\log_{(a\cdot b)} x}=\frac{\frac{1}{\log_x a}}{\frac{1}{\log_x (a\cdot b)}}=\frac{\log_x (a\cdot b)}{\log_x a}=\log_a (a\cdot b)=\log_a a+\log_a b=1+\log_a b.$$

Vježba 472

Dokaži: $\frac{\log_b x}{\log_{(a\cdot b)} x}=1+\log_b a,$ za sve pozitivne brojeve a, b i x.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 473 (Ivo, gimnazija)

Koliko ima realnih rješenja jednadžba $2^{2\cdot x}=4^{x+1}$?

Rješenje 473

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m} \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad a^1=a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$2^{2\cdot x}=4^{x+1}\ \Rightarrow\ \left(2^{2}\right)^{x}=4^{x+1}\ \Rightarrow\ 4^{x}=4^{x+1}\ \Rightarrow\ 4^{x}-4^{x+1}=0\ \Rightarrow\ 4^{x}-4^{x}\cdot 4^{1}=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 4^{x}-4^{x}\cdot 4=0\ \Rightarrow\ 4^{x}\cdot(1-4)=0\ \Rightarrow\ 4^{x}\cdot(-3)=0\ \Rightarrow\ 4^{x}\cdot(-3)=0\ /:(-3)\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 4^{x}=0.$$

Jednadžba nema rješenja jer za svaki realan broj x vrijedi da je $4^{x}\neq 0.$

2.inačica

$$2^{2\cdot x}=4^{x+1}\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}=\left(2^{2}\right)^{x+1}\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}=2^{2\cdot(x+1)}\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}=2^{2\cdot x+2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2^{2\cdot x}-2^{2\cdot x+2}=0\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}-2^{2\cdot x}\cdot 2^{2}=0\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}\cdot\left(1-2^{2}\right)=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2^{2\cdot x}\cdot(1-4)=0\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}\cdot(-3)=0\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}\cdot(-3)=0\ /:(-3)\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot x}=0.$$

Jednadžba nema rješenja jer za svaki realan broj x vrijedi da je $2^{2\cdot x}\neq 0.$

Vježba 473

Koliko ima realnih rješenja jednadžba $2^{3\cdot x}=8^{x+1}$?

Rezultat: Nema ih.

Zadatak 474 (Mirela, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2}=6.$

Rješenje 474

Ponovimo!

$$a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}\quad,\quad a^{1}=a\quad,\quad a^{n}\cdot b^{n}=(a\cdot b)^{n}\quad,\quad a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}.$$

$$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}\quad,\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1.$$

$$a^{f(x)}=a^{g(x)}\ \Rightarrow\ f(x)=g(x).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2}=6\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{x}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{2}=6\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{x}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{2}=6\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\right)^{x}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{16}=6\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\right)^{x}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{16}=6\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x}\cdot\frac{3}{8}=6\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x}\cdot\frac{3}{8}=6\ /\cdot\frac{8}{3}\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x}=6\cdot\frac{8}{3}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x}=6\cdot\frac{8}{3}\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x}=16\ \Rightarrow\ \left(4^{-1}\right)^{x}=4^{2}\ \Rightarrow\ 4^{-x}=4^{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x=2 \Rightarrow -x=2 \;/\cdot(-1) \Rightarrow x=-2.$$

Vježba 474

Riješi jednadžbu: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{x}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{x+2}=9.$

Rezultat: $x=-2.$

Zadatak 475 (Tonka, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $5\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=\frac{1}{2}\cdot 10^{2\cdot x}.$

Rješenje 475

Ponovimo!

$$a^{-n}=\frac{1}{a^{n}} \quad , \quad a^{1}=a \quad , \quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m} \quad , \quad a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$5\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=\frac{1}{2}\cdot 10^{2\cdot x} \Rightarrow 5\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=\frac{1}{2}\cdot 10^{2\cdot x} \;/\cdot 2 \Rightarrow 10\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=10^{2\cdot x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\cdot 10^{-(x-1)}=10^{2\cdot x} \Rightarrow 10^{1}\cdot 10^{-x+1}=10^{2\cdot x} \Rightarrow 10^{1-x+1}=10^{2\cdot x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{2-x}=10^{2\cdot x} \Rightarrow 2-x=2\cdot x \Rightarrow -x-2\cdot x=-2 \Rightarrow -3\cdot x=-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -3\cdot x=-2 \;/:(-3) \Rightarrow x=\frac{2}{3}.$$

2.inačica

$$5\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=\frac{1}{2}\cdot 10^{2\cdot x} \Rightarrow 5\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=\frac{1}{2}\cdot 10^{2\cdot x} \;/\cdot 2 \Rightarrow 10\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=10^{2\cdot x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=10^{2\cdot x} \;/\cdot 10^{x-1} \Rightarrow 10=10^{2\cdot x}\cdot 10^{x-1} \Rightarrow 10=10^{2\cdot x+x-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{1}=10^{3\cdot x-1} \Rightarrow 1=3\cdot x-1 \Rightarrow 3\cdot x-1=1 \Rightarrow 3\cdot x=1+1 \Rightarrow 3\cdot x=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot x=2 \;/:3 \Rightarrow x=\frac{2}{3}.$$

Vježba 475

Riješi jednadžbu: $2\cdot\frac{1}{10^{x-1}}=\frac{1}{5}\cdot 10^{2\cdot x}.$

Rezultat: $x=\frac{2}{3}.$

Zadatak 476 (4B, TUPŠ)

Riješite nejednadžbu $2^{2\cdot x+1}+4^{x}<24$ i napišite rješenje uz pomoć intervala.

Rješenje 476

Ponovimo!

$$a^{1}=a \quad , \quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m} \quad , \quad \left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m} \quad , \quad a<b \ , \ c>0 \ \Rightarrow \ \frac{a}{c}<\frac{b}{c}.$$

$$a^{f(x)}<a^{g(x)} \ , \ a>1 \ \Rightarrow \ f(x)<g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$2^{2\cdot x+1}+4^{x}<24 \ \Rightarrow \ 2^{2\cdot x}\cdot 2^{1}+\left(2^{2}\right)^{x}<24 \ \Rightarrow \ 2^{2\cdot x}\cdot 2+2^{2\cdot x}<24 \ \Rightarrow \ 2^{2\cdot x}\cdot(2+1)<24 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ 2^{2\cdot x}\cdot 3<24 \ \Rightarrow \ 2^{2\cdot x}\cdot 3<24 \ /:3 \ \Rightarrow \ 2^{2\cdot x}<8 \ \Rightarrow \ 2^{2\cdot x}<2^{3} \ \Rightarrow \ 2\cdot x<3 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ 2\cdot x<3 \ /:2 \ \Rightarrow \ x<\frac{3}{2}.$$

$$x\in\left\langle -\infty, \frac{3}{2}\right\rangle.$$

Vježba 476

Riješite nejednadžbu $2^{2\cdot x+1}+4^{x}-24<0$ i napišite rješenje uz pomoć intervala.

Rezultat: $\quad x\in\left\langle -\infty, \frac{3}{2}\right\rangle.$

Zadatak 477 (Josip, maturant)

Riješite jednadžbu $3^{\frac{x-1}{2}}-2^{\frac{x+1}{3}}=2^{\frac{x-2}{3}}+3^{\frac{x-3}{2}} \ , \ x\in R.$

Rješenje 477

Ponovimo!

$$\frac{a+b}{n}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n} \quad , \quad a^{1}=a \quad , \quad n=\frac{n}{1} \quad , \quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m} \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}.$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m} \quad , \quad \frac{a^{n}}{a^{m}}=a^{n-m} \quad , \quad a^{\circ}=1.$$

$$a^{f(x)}=a^{g(x)} \ \Rightarrow \ f(x)=g(x).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$3^{\frac{x-1}{2}}-2^{\frac{x+1}{3}}=2^{\frac{x-2}{3}}+3^{\frac{x-3}{2}} \ \Rightarrow \ 3^{\frac{x-1}{2}}-3^{\frac{x-3}{2}}=2^{\frac{x-2}{3}}+2^{\frac{x+1}{3}} \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x-3+2}{2}} - 3^{\frac{x-3}{2}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 2^{\frac{x-2+3}{3}} \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}+\frac{2}{2}} - 3^{\frac{x-3}{2}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 2^{\frac{x-2}{3}+\frac{3}{3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}+\frac{2}{2}} - 3^{\frac{x-3}{2}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 2^{\frac{x-2}{3}+1} \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}+1} - 3^{\frac{x-3}{2}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 2^{\frac{x-2}{3}+1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot 3^{1} - 3^{\frac{x-3}{2}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot 2^{1} \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot 3 - 3^{\frac{x-3}{2}} = 2^{\frac{x-2}{3}} + 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot (3-1) = 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot (1+2) \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot 2 = 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot 3 \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot 2 = 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot 3 \; / \cdot \frac{1}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot \frac{2}{6} = 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot \frac{3}{6} \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot \frac{2}{6} = 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot \frac{3}{6} \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot \frac{1}{3} = 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}} \cdot 3^{-1} = 2^{\frac{x-2}{3}} \cdot 2^{-1} \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}-1} = 2^{\frac{x-2}{3}-1} \Rightarrow 3^{\frac{x-3}{2}-\frac{1}{1}} = 2^{\frac{x-2}{3}-\frac{1}{1}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3^{\frac{x-3-2}{2}} = 2^{\frac{x-2-3}{3}} \Rightarrow 3^{\frac{x-5}{2}} = 2^{\frac{x-5}{3}} \Rightarrow 3^{\frac{x-5}{2}} = 2^{\frac{x-5}{3}} \; / \, 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(3^{\frac{x-5}{2}}\right)^{6} = \left(2^{\frac{x-5}{3}}\right)^{6} \Rightarrow 3^{3\cdot(x-5)} = 2^{2\cdot(x-5)} \Rightarrow \left(3^{3}\right)^{x-5} = \left(2^{2}\right)^{x-5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 27^{x-5} = 4^{x-5} \Rightarrow 27^{x-5} = 4^{x-5} \; / \cdot \frac{1}{4^{x-5}} \Rightarrow \frac{27^{x-5}}{4^{x-5}} = 1 \Rightarrow \left(\frac{27}{4}\right)^{x-5} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{27}{4}\right)^{x-5} = \left(\frac{27}{4}\right)^{0} \Rightarrow x-5=0 \Rightarrow x=5.$$

Vježba 477

Riješite jednadžbu $3^{\frac{x-1}{2}} - 2^{\frac{x-2}{3}} = 2^{\frac{x+1}{3}} + 3^{\frac{x-3}{2}}, \; x \in R.$

Rezultat: x = 5.

Zadatak 478 (Tin, srednja škola)

Ako je $\log_6 2 = m$, koliko je $\log_6 9$?

$A.\ 2+m \qquad B.\ 2-m \qquad C.\ 2-2\cdot m \qquad D.\ 2+2\cdot m$

Rješenje 478

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^{c} \qquad a = b^{c}$$

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y \quad , \quad \log_b a^{n} = n \cdot \log_b a \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad b \cdot \frac{a}{b} = a.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \; , \; n \neq 0 \; , \; n \neq 1.$$

$$\log_6 9 = \log_6 \frac{36}{4} = \log_6 36 - \log_6 4 = \log_6 6^2 - \log_6 2^2 = 2 \cdot \log_6 6 - 2 \cdot \log_6 2 =$$

$$= 2 \cdot 1 - 2 \cdot \log_6 2 = 2 - 2 \cdot \log_6 2 = \begin{bmatrix} \text{uvjet} \\ \log_6 2 = m \end{bmatrix} = 2 - 2 \cdot m.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 478

Ako je $\log_6 2 = \frac{m}{2}$, koliko je $\log_6 9$?

$A.\ 2 + m \qquad B.\ 2 - m \qquad C.\ 2 - 2 \cdot m \qquad D.\ 2 + 2 \cdot m$

Rezultat: B.

Zadatak 479 (Ante, srednja škola)

Koliko je: $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{n-1} n,\ n \in N,\ n \geq 3$?

Rješenje 479

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad \frac{n}{1} = n \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log_b a = \frac{\log a}{\log b}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

Sve logaritme zapišemo u bazi 2.

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{n-1} n =$$

$$= \frac{\log_2 3}{\log_2 2} \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 4} \cdot \ldots \cdot \frac{\log_2 (n-1)}{\log_2 (n-2)} \cdot \frac{\log_2 n}{\log_2 (n-1)} =$$

$$= \frac{\log_2 3}{\log_2 2} \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 4} \cdot \ldots \cdot \frac{\log_2 (n-1)}{\log_2 (n-2)} \cdot \frac{\log_2 n}{\log_2 (n-1)} = \frac{1}{\log_2 2} \cdot \frac{\log_2 n}{1} =$$

$$= \frac{1}{1} \cdot \log_2 n = 1 \cdot \log_2 n = \log_2 n.$$

2.inačica

Sve logaritme zapišemo u bazi 10.

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{n-1} n =$$

$$= \frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \ldots \cdot \frac{\log(n-1)}{\log(n-2)} \cdot \frac{\log n}{\log(n-1)} =$$

$$= \frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \ldots \cdot \frac{\log(n-1)}{\log(n-2)} \cdot \frac{\log n}{\log(n-1)} = \frac{1}{\log 2} \cdot \frac{\log n}{1} = \frac{\log n}{\log 2} = \log_2 n.$$

Vježba 479

Koliko je: $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_9 10$?

Rezultat: $\log_2 10.$

Zadatak 480 (Jakovica ☺, gimnazija)

Koliko znamenaka ima broj $x = 5^{200}$?

Rješenje 480

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log a^n = n \cdot \log a.$$

Svaki dekadski logaritam sastavljen je od cijelog broja (karakteristika) i decimalnog razlomka (mantisa). Mantisa se od karakteristike odjeljuje decimalnom točkom.

karakteristika

log 312 = 2.494154594 ...

mantisa

Nađemo logaritam zadanog broja.

$$x = 5^{200} \Rightarrow [\text{logaritmiramo}] \Rightarrow x = 5^{200} \;/\log \Rightarrow \log x = \log 5^{200} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log x = 200 \cdot \log 5 \Rightarrow \log x = 139.794.$$

Zapamtimo: broj znamenaka zadanog broja jednak je pozitivnoj karakteristici logaritma uvećanoj za 1. Broj znamenaka je

$$139 + 1 = 140.$$

Vježba 480

Koliko znamenaka ima broj $x = 5^{300}$?

Rezultat: $209 + 1 = 210.$