Zadatak 381 (Dalibor, gimnazija)

Rješenje jednadžbe $\left(2^{-3}\cdot\sqrt{2}\right)^{x}=4^{3-2\cdot x}$ leži u intervalu:

$A.\ \langle 1,\ 3\rangle \qquad B.\ \langle 2,\ 6\rangle \qquad C.\ \langle -2,\ 1\rangle \qquad D.\ \langle -10,\ 0\rangle$

Rješenje 381

Ponovimo!

$$\sqrt[n]{a^{m}}=a^{\frac{m}{n}}\quad,\quad a^{1}=a\quad,\quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}\quad,\quad n=\frac{n}{1}\quad,\quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}.$$

$$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^{f(x)}=a^{g(x)}\ \Rightarrow\ f(x)=g(x)\quad,\quad (a\cdot b)^{n}=a^{n}\cdot b^{n}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\left(2^{-3}\cdot\sqrt{2}\right)^{x}=4^{3-2\cdot x}\ \Rightarrow\ \left(2^{-3}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{x}=\left(2^{2}\right)^{3-2\cdot x}\ \Rightarrow\ \left(2^{-\frac{3}{1}+\frac{1}{2}}\right)^{x}=2^{2\cdot(3-2\cdot x)}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(2^{\frac{-6+1}{2}}\right)^{x}=2^{6-4\cdot x}\ \Rightarrow\ \left(2^{-\frac{5}{2}}\right)^{x}=2^{6-4\cdot x}\ \Rightarrow\ 2^{-\frac{5}{2}\cdot x}=2^{6-4\cdot x}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -\frac{5}{2}\cdot x=6-4\cdot x\ \Rightarrow\ -\frac{5}{2}\cdot x=6-4\cdot x\ /\cdot 2\ \Rightarrow\ -5\cdot x=12-8\cdot x\ \Rightarrow\ -5\cdot x+8\cdot x=12\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 3\cdot x=12\ \Rightarrow\ 3\cdot x=12\ /:3\ \Rightarrow\ x=4\ \Rightarrow\ 4\in\langle 2,\ 6\rangle.$$

Odgovor je pod B.

2.inačica

$$\left(2^{-3}\cdot\sqrt{2}\right)^{x}=4^{3-2\cdot x}\ \Rightarrow\ \left(2^{-3}\cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{x}=\left(2^{2}\right)^{3-2\cdot x}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(2^{-3}\right)^{x}\cdot\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{x}=2^{2\cdot(3-2\cdot x)}\ \Rightarrow\ 2^{-3\cdot x}\cdot 2^{\frac{1}{2}\cdot x}=2^{6-4\cdot x}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2^{-3\cdot x+\frac{1}{2}\cdot x}=2^{6-4\cdot x}\ \Rightarrow\ -3\cdot x+\frac{1}{2}\cdot x=6-4\cdot x\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -3\cdot x+\frac{1}{2}\cdot x=6-4\cdot x\ /\cdot 2\ \Rightarrow\ -6\cdot x+x=12-8\cdot x\ \Rightarrow\ -6\cdot x+x+8\cdot x=12\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 3\cdot x=12\ \Rightarrow\ 3\cdot x=12\ /:3\ \Rightarrow\ x=4\ \Rightarrow\ 4\in\langle 2,\ 6\rangle.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 381

Rješenje jednadžbe $\left(2^{-2}\cdot\sqrt{2}\right)^{x}=4^{3-2\cdot x}$ leži u intervalu:

$A.\ \langle 1,\ 3\rangle \qquad B.\ \langle 2,\ 6\rangle \qquad C.\ \langle -2,\ 1\rangle \qquad D.\ \langle -10,\ 0\rangle$

Rezultat: B.

Zadatak 382 (Tomislav, gimnazija)

Ako je $\frac{8^n}{4^{m-n}}=\frac{1}{32}$ te $\frac{9^n}{27^{m+n}}=3,$ izračunaj m i n.

Rješenje 382

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m=a^{n\cdot m} \quad , \quad \frac{a^n}{a^m}=a^{n-m} \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n}.$$

$$a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x) \quad , \quad a^1=a.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Da bi umnožak bio jednak nuli, dovoljno je da jedan faktor bude jednak nuli.

$$a\cdot b=0 \Leftrightarrow a=0 \text{ ili } b=0 \text{ ili } a=b=0.$$

Preoblikujemo polazne jednadžbe.

$$\left.\begin{array}{l}\frac{8^n}{4^{m-n}}=\frac{1}{32}\\ \frac{9^n}{27^{m+n}}=3\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{\left(2^3\right)^n}{\left(2^2\right)^{m-n}}=\frac{1}{2^5}\\ \frac{\left(3^2\right)^n}{\left(3^3\right)^{m+n}}=3^1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{2^{3\cdot n}}{2^{2\cdot(m-n)}}=2^{-5}\\ \frac{3^{2\cdot n}}{3^{3\cdot(m+n)}}=3^1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\frac{2^{3\cdot n}}{2^{2\cdot m-2\cdot n}}=2^{-5}\\ \frac{3^{2\cdot n}}{3^{3\cdot m+3\cdot n}}=3^1\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}2^{3\cdot n-(2\cdot m-2\cdot n)}=2^{-5}\\ 3^{2\cdot n-(3\cdot m+3\cdot n)}=3^1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2^{3\cdot n-2\cdot m+2\cdot n}=2^{-5}\\ 3^{2\cdot n-3\cdot m-3\cdot n}=3^1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2^{5\cdot n-2\cdot m}=2^{-5}\\ 3^{-n-3\cdot m}=3^1\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}5\cdot n-2\cdot m=-5\\ -n-3\cdot m=1\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{metoda suprotnih}\\ \text{koeficijenata}\end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l}5\cdot n-2\cdot m=-5\\ -n-3\cdot m=1 \;/\cdot 5\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}5\cdot n-2\cdot m=-5\\ -5\cdot n-15\cdot m=5\end{array}\right\} \Rightarrow -17\cdot m=0 \Rightarrow m=0.$$

Računamo n.

$$\left.\begin{array}{l}5\cdot n-2\cdot m=-5\\ m=0\end{array}\right\} \Rightarrow 5\cdot n-2\cdot 0=-5 \Rightarrow 5\cdot n-0=-5 \Rightarrow 5\cdot n=-5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\cdot n=-5 \;/:5 \Rightarrow n=-1.$$

Rješenje je:

$$(m,\ n)=(0,\ -1).$$

Vježba 382

Ako je $\frac{32^n}{4^m}=\frac{1}{32}$ te $\frac{9^n}{27^{m+n}}=3,$ izračunaj m i n.

Rezultat: $(m,\ n)=(0,\ -1).$

Zadatak 383 (Ana, gimnazija)

Ako je $\log 2 = m$, tada je $\log\left(0.25 \cdot 10^{-8}\right)$ jednako:

$A.\ m+2 \qquad B.\ 2 \cdot m - 7 \qquad C.\ -m-6 \qquad D.\ -2 \cdot m - 8$

Rješenje 383

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b \quad , \quad \log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad \log 10 = 1.$$

$$\log 1 = 0 \quad , \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \quad , \quad n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Decimalni broj piše se u obliku decimalnog razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadska jedinica (10, 100, 1000, 10000, 100000, …) koja ima toliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka na decimalnom mjestu, tj. iza decimalne točke ili decimalnog zareza).

1.inačica

$$\log\left(0.25 \cdot 10^{-8}\right) = \log 0.25 + \log 10^{-8} = \log \frac{25}{100} - 8 \cdot \log 10 = \log \frac{25}{100} - 8 \cdot 1 = \log \frac{1}{4} - 8 =$$

$$= \log \frac{1}{2^2} - 8 = \log 2^{-2} - 8 = -2 \cdot \log 2 - 8 = \left[\log 2 = m\right] = -2 \cdot m - 8.$$

Odgovor je pod D.

2.inačica

$$\log\left(0.25 \cdot 10^{-8}\right) = \log\left(\frac{25}{100} \cdot 10^{-8}\right) = \log\left(\frac{25}{100} \cdot 10^{-8}\right) = \log\left(\frac{1}{4} \cdot 10^{-8}\right) = \log\left(\frac{1}{4} \cdot \frac{10^{-8}}{1}\right) =$$

$$= \log \frac{10^{-8}}{4} = \log 10^{-8} - \log 4 = -8 \cdot \log 10 - \log 2^2 = -8 \cdot 1 - 2 \cdot \log 2 = -8 - 2 \cdot \log 2 =$$

$$= \left[\log 2 = m\right] = -8 - 2 \cdot m = -2 \cdot m - 8.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 383

Ako je $\log 2 = m$, tada je $\log\left(0.125 \cdot 10^{-8}\right)$ jednako:

$A.\ m+3 \qquad B.\ 3 \cdot m - 9 \qquad C.\ -m+6 \qquad D.\ -3 \cdot m - 8$

Rezultat: D.

Zadatak 384 (Luka, gimnazija)

Ako je $\log 2 = m$, rješenje jednadžbe $4^{x+1} = 320$ jednako je:

$$A.\ x = \frac{3 \cdot m + 1}{2 \cdot m} \qquad B.\ x = \frac{5 \cdot m - 1}{2} \qquad C.\ x = \frac{m + 1}{5 \cdot m} \qquad D.\ x = \frac{3 \cdot m - 1}{2}$$

Rješenje 384

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \; \rightarrow \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log(a \cdot b) = \log a + \log b \quad , \quad \log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad \log 10 = 1 \quad , \quad n = \frac{n}{1}.$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$4^{x+1} = 320 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{bmatrix} \Rightarrow 4^{x+1} = 320 \; / \log \Rightarrow \log 4^{x+1} = \log 320 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+1) \cdot \log 4 = \log 320 \Rightarrow (x+1) \cdot \log 4 = \log 320 \; / \cdot \frac{1}{\log 4} \Rightarrow x + 1 = \frac{\log 320}{\log 4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 1 = \frac{\log(32 \cdot 10)}{\log 4} \Rightarrow x + 1 = \frac{\log 32 + \log 10}{\log 4} \Rightarrow x + 1 = \frac{\log 2^5 + 1}{\log 2^2} \Rightarrow x + 1 = \frac{5 \cdot \log 2 + 1}{2 \cdot \log 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [\log 2 = m] \Rightarrow x + 1 = \frac{5 \cdot m + 1}{2 \cdot m} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot m + 1}{2 \cdot m} - 1 \Rightarrow x = \frac{5 \cdot m + 1}{2 \cdot m} - \frac{1}{1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \cdot m + 1 - 2 \cdot m}{2 \cdot m} \Rightarrow x = \frac{3 \cdot m + 1}{2 \cdot m}.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 384

Ako je $\log 2 = m$, rješenje jednadžbe $4^x = 80$ jednako je:

$$A.\ x = \frac{3 \cdot m + 1}{2 \cdot m} \qquad B.\ x = \frac{5 \cdot m - 1}{2} \qquad C.\ x = \frac{m + 1}{5 \cdot m} \qquad D.\ x = \frac{3 \cdot m - 1}{2}$$

Rezultat: A.

Zadatak 385 (4A, TUPŠ)

Riješi jednadžbu $0.2 \cdot 10^{4 \cdot x - 7} - 200 = 0.$

Rješenje 385

Ponovimo!

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x) \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad \frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Decimalni broj piše se u obliku decimalnog razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadska jedinica (10, 100, 1000, 10000, 100000, …) koja ima toliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka na decimalnom mjestu, tj. iza decimalne točke ili decimalnog zareza).

1.inačica

$$0.2 \cdot 10^{4 \cdot x - 7} - 200 = 0 \Rightarrow 0.2 \cdot 10^{4 \cdot x - 7} = 200 \Rightarrow 0.2 \cdot 10^{4 \cdot x - 7} = 200 \; / \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10^{4 \cdot x - 7} = 1000 \Rightarrow 10^{4 \cdot x - 7} = 10^{3} \Rightarrow 4 \cdot x - 7 = 3 \Rightarrow 4 \cdot x = 3 + 7 \Rightarrow 4 \cdot x = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x = 10 \; / : 4 \Rightarrow x = \frac{10}{4} \Rightarrow x = \frac{10}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{2}.$$

2.inačica

$$0.2 \cdot 10^{4 \cdot x - 7} - 200 = 0 \Rightarrow 0.2 \cdot 10^{4 \cdot x - 7} = 200 \Rightarrow \frac{2}{10} \cdot 10^{4 \cdot x - 7} = 200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{4 \cdot x - 7} = 200 \Rightarrow 2 \cdot 10^{-1 + 4 \cdot x - 7} = 200 \Rightarrow 2 \cdot 10^{4 \cdot x - 8} = 200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 10^{4 \cdot x - 8} = 200 \; / : 2 \Rightarrow 10^{4 \cdot x - 8} = 100 \Rightarrow 10^{4 \cdot x - 8} = 10^{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 \cdot x - 8 = 2 \Rightarrow 4 \cdot x = 2 + 8 \Rightarrow 4 \cdot x = 10 \Rightarrow 4 \cdot x = 10 \; / : 4 \Rightarrow x = \frac{10}{4} \Rightarrow x = \frac{10}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{2}.$$

Vježba 385

Riješi jednadžbu $0.3 \cdot 10^{4 \cdot x - 7} - 300 = 0.$

Rezultat: $x = \frac{5}{2}.$

Zadatak 386 (Tonka, gimnazija)

Pojednostavnite: $\frac{28^{n+2}}{2^{2 \cdot n + 4} \cdot 7^{n-1}}.$

Rješenje 386

Ponovimo!

$$(a \cdot b)^{n} = a^{n} \cdot b^{n} \quad , \quad \left(a^{n}\right)^{m} = a^{n \cdot m} \quad , \quad \frac{a^{n}}{a^{m}} = a^{n-m}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

$$\frac{28^{n+2}}{2^{2 \cdot n + 4} \cdot 7^{n-1}} = \frac{(4 \cdot 7)^{n+2}}{2^{2 \cdot n + 4} \cdot 7^{n-1}} = \frac{4^{n+2} \cdot 7^{n+2}}{2^{2 \cdot n + 4} \cdot 7^{n-1}} = \frac{\left(2^{2}\right)^{n+2} \cdot 7^{n+2}}{2^{2 \cdot n + 4} \cdot 7^{n-1}} = \frac{2^{2 \cdot n + 4} \cdot 7^{n+2}}{2^{2 \cdot n + 4} \cdot 7^{n-1}} =$$

$$=\frac{2^{2\cdot n+4}\cdot 7^{n+2}}{2^{2\cdot n+4}\cdot 7^{n-1}}=\frac{7^{n+2}}{7^{n-1}}=7^{n+2-(n-1)}=7^{n+2-n+1}=7^{n+2-n+1}=7^{3}=343.$$

Vježba 386

Pojednostavnite: $\frac{28^{n+2}}{2^{2\cdot n+4}\cdot 7^{n}}$.

Rezultat: 49.

Zadatak 387 (Ms, gimnazija)

Zadan je sustav: $\begin{cases} 3^{x}\cdot 5^{y}=405 \\ 2^{x}\cdot 7^{y}=112. \end{cases}$ Izračunajte x i y.

Rješenje 387

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_{b} a=c \qquad \log_{b} a=b^{c} \;\; \rightarrow \qquad a=b^{c}$$

Dekadski logaritam
Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x=\log x.$$

$$\log(a\cdot b)=\log a+\log b \quad , \quad \log a^{n}=n\cdot\log a \quad , \quad a^{1}=a.$$

$$a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x).$$

Prosti brojevi (prim – brojevi) su prirodni brojevi djeljivi bez ostatka samo s brojem 1 i sami sa sobom, a veći od broja 1. Prirodni brojevi koji su veći od broja 1, a nisu prosti brojevi nazivaju se složenim brojevima. Svaki se složeni broj može na jednoznačan način rastaviti na proste faktore.
Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} 3^{x}\cdot 5^{y}=405 \\ 2^{x}\cdot 7^{y}=112 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 3^{x}\cdot 5^{y}=405 \;/\log \\ 2^{x}\cdot 7^{y}=112 \;/\log \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log\left(3^{x}\cdot 5^{y}\right)=\log 405 \\ \log\left(2^{x}\cdot 7^{y}\right)=\log 112 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log 3^{x}+\log 5^{y}=\log 405 \\ \log 2^{x}+\log 7^{y}=\log 112 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\cdot\log 3+y\cdot\log 5=\log 405 \\ x\cdot\log 2+y\cdot\log 7=\log 112 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda suprotnih} \\ \text{koeficijenata} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\cdot\log 3+y\cdot\log 5=\log 405 \;/\cdot \log 7 \\ x\cdot\log 2+y\cdot\log 7=\log 112 \;/\cdot (-\log 5) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\cdot\log 3\cdot\log 7+y\cdot\log 5\cdot\log 7=\log 405\cdot\log 7 \\ -x\cdot\log 2\cdot\log 5-y\cdot\log 7\cdot\log 5=-\log 112\cdot\log 5 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x\cdot\log 3\cdot\log 7 - x\cdot\log 2\cdot\log 5 = \log 405\cdot\log 7 - \log 112\cdot\log 5\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x\cdot\left(\log 3\cdot\log 7 - \log 2\cdot\log 5\right) = \log 405\cdot\log 7 - \log 112\cdot\log 5\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x\cdot\left(\log 3\cdot\log 7 - \log 2\cdot\log 5\right) = \log 405\cdot\log 7 - \log 112\cdot\log 5\ /\cdot\frac{1}{\log 3\cdot\log 7 - \log 2\cdot\log 5}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x = \frac{\log 405\cdot\log 7 - \log 112\cdot\log 5}{\log 3\cdot\log 7 - \log 2\cdot\log 5}\ \Rightarrow\ x = 4.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{matrix} 2^x\cdot 7^y = 112 \\ x = 4 \end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ 2^4\cdot 7^y = 112\ \Rightarrow\ 16\cdot 7^y = 112\ \Rightarrow\ 16\cdot 7^y = 112\ /:16\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 7^y = 7\ \Rightarrow\ 7^y = 7^1\ \Rightarrow\ y = 1.$$

Rješenje glasi:

$$(x,\ y) = (4,\ 1).$$

2.inačica

Uočimo da su baze potencija u zadanim jednadžbama prosti brojevi: 2, 3, 5 i 7. Brojeve 405 i 112 rastavit ćemo na proste faktore. To se može učiniti na jednoznačan način.

$$\left.\begin{matrix} 3^x\cdot 5^y = 405 \\ 2^x\cdot 7^y = 112 \end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} 3^x\cdot 5^y = 81\cdot 5 \\ 2^x\cdot 7^y = 16\cdot 7 \end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} 3^x\cdot 5^y = 3^4\cdot 5 \\ 2^x\cdot 7^y = 2^4\cdot 7 \end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} 3^x\cdot 5^y = 3^4\cdot 5^1 \\ 2^x\cdot 7^y = 2^4\cdot 7^1 \end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix} x = 4 \\ y = 1 \end{matrix}\right\}.$$

Vježba 387

Zadan je sustav: $\left\{\begin{matrix} 3^x\cdot 5^y = 225 \\ 2^x\cdot 7^y = 196. \end{matrix}\right.$ Izračunajte x i y.

Rezultat: x = 2, y = 2.

Zadatak 388 (Tony, tehnička škola)

Neka je a = log 2. Onda je log 25 jednak:

$A.\ 5\cdot a \qquad B.\ 3-5\cdot a \qquad C.\ 4-8\cdot a \qquad D.\ 2-2\cdot a$

Rješenje 388

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\to$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log *x* zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log\frac{a}{b} = \log a - \log b \quad , \quad \log a^n = n\cdot\log a \quad , \quad \log 100 = 2 \quad , \quad \log 10 = 1.$$

Proširiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka pomnožiti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a}{b} = \frac{a\cdot n}{b\cdot n}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

1.inačica

$$\log 25 = \log \frac{100}{4} = \log 100 - \log 4 = 2 - \log 2^{2} = 2 - 2 \cdot \log 2 = [\, a = \log 2 \,] = 2 - 2 \cdot a.$$

Odgovor je pod D.

2.inačica

$$\log 25 = \log 5^{2} = 2 \cdot \log 5 = 2 \cdot \log \frac{10}{2} = 2 \cdot (\log 10 - \log 2) = 2 \cdot (1 - \log 2) = [\, a = \log 2 \,] =$$

$$= 2 \cdot (1 - a) = 2 - 2 \cdot a.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 388

Neka je a = log 4. Onda je log 25 jednak:

$A.\ 2 - a \qquad B.\ a - 2 \qquad C.\ 2 \cdot a - 2 \qquad D.\ 1 - 2 \cdot a$

Rezultat: A.

Zadatak 389 (Tonka, gimnazija)

Riješi jednadžbu: $5^{x-1} + 5^{x} + 5^{x+1} = 155.$

Rješenje 389

Ponovimo!

$$a^{n} \cdot a^{m} = a^{n+m} \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^{n}} \quad , \quad a^{1} = a \quad , \quad n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1 \quad , \quad a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b+c).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

$$5^{x-1} + 5^{x} + 5^{x+1} = 155 \Rightarrow 5^{x} \cdot 5^{-1} + 5^{x} + 5^{x} \cdot 5^{1} = 155 \Rightarrow 5^{x} \cdot 5^{-1} + 5^{x} + 5^{x} \cdot 5^{1} = 155 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5^{x} \cdot \left(5^{-1} + 1 + 5^{1}\right) = 155 \Rightarrow 5^{x} \cdot \left(\frac{1}{5} + 1 + 5\right) = 155 \Rightarrow 5^{x} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{1} + \frac{5}{1}\right) = 155 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5^{x} \cdot \frac{1+5+25}{5} = 155 \Rightarrow 5^{x} \cdot \frac{31}{5} = 155 \Rightarrow 5^{x} \cdot \frac{31}{5} = 155 \ / \cdot \frac{5}{31} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5^{x} = 155 \cdot \frac{5}{31} \Rightarrow 5^{x} = \frac{155}{1} \cdot \frac{5}{31} \Rightarrow 5^{x} = \frac{155}{1} \cdot \frac{5}{31} \Rightarrow 5^{x} = 5 \cdot 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5^{x} = 5^{2} \Rightarrow x = 2.$$

Vježba 389

Riješi jednadžbu: $5^{x-1} + 5^{x} + 5^{x+1} = 31.$

Rezultat: x = 1.

Zadatak 390 (Tonka, gimnazija)

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} 5^{2\cdot x-1}\cdot 3^{y+1}=135 \\ 1+\log_2 x=\log_2 y \end{cases}.$

Rješenje 390

Ponovimo!

$$\log_b b=1 \quad , \quad \log_b x+\log_b y=\log_b (x\cdot y) \quad , \quad \log_b f(x)=\log_b g(x) \Rightarrow f(x)=g(x).$$

$$a^{n+m}=a^n\cdot a^m \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \quad , \quad a^1=a \quad , \quad a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n \quad , \quad \frac{a}{b}\cdot c=\frac{a\cdot c}{b}.$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1 \quad , \quad a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Najprije provedemo raspravu!
Iz jednadžbe

$$1+\log_2 x=\log_2 y$$

slijedi

$$\left.\begin{array}{l} x>0 \\ y>0 \end{array}\right\}.$$

$$\left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x-1}\cdot 3^{y+1}=135 \\ 1+\log_2 x=\log_2 y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x}\cdot 5^{-1}\cdot 3^y\cdot 3^1=135 \\ \log_2 2+\log_2 x=\log_2 y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x}\cdot\frac{1}{5}\cdot 3^y\cdot 3=135 \\ \log_2 (2\cdot x)=\log_2 y \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x}\cdot 3^y\cdot\frac{3}{5}=135 \\ 2\cdot x=y \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x}\cdot 3^y\cdot\frac{3}{5}=135 \ /\cdot\frac{5}{3} \\ y=2\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x}\cdot 3^y=135\cdot\frac{5}{3} \\ y=2\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x}\cdot 3^y=135\cdot\frac{5}{3} \\ y=2\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5^{2\cdot x}\cdot 3^y=225 \\ y=2\cdot x \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5^{2\cdot x}\cdot 3^{2\cdot x}=225 \Rightarrow (5\cdot 3)^{2\cdot x}=225 \Rightarrow 15^{2\cdot x}=225 \Rightarrow 15^{2\cdot x}=15^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot x=2 \Rightarrow 2\cdot x=2 \ /:2 \Rightarrow x=1.$$

Računamo y.

$$\left.\begin{array}{l} y=2\cdot x \\ x=1 \end{array}\right\} \Rightarrow y=2\cdot 1 \Rightarrow y=2.$$

Rješenje sustava glasi:

$$(x,\ y)=(1,\ 2).$$

Vježba 390

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} 5^{2\cdot x-1}\cdot 3^{y}=45 \\ 1+\log_2 x=\log_2 y \end{cases}.$

Rezultat: $(x,\ y)=(1,\ 2)$.

Zadatak 391 (Tonka, gimnazija)

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} x-y=90 \\ \log x+\log y=3 \end{cases}$.

Rješenje 391

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^c \qquad a=b^c$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x=\log x.$$

$$\log 1000=3 \quad , \quad \log a+\log b=\log(a\cdot b) \quad , \quad \log f(x)=\log g(x) \ \Rightarrow \ f(x)=g(x).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b} \ , \ n\neq 0 \ , \ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Najprije provedemo raspravu!
Iz jednadžbe

$$\log x+\log y=3$$

slijedi

$$\left.\begin{array}{l} x>0 \\ y>0 \end{array}\right\}.$$

$$\left.\begin{array}{l} x-y=90 \\ \log x+\log y=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=90+y \\ \log(x\cdot y)=3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=90+y \\ \log(x\cdot y)=\log 1000 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=90+y \\ x\cdot y=1000 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{bmatrix} \Rightarrow (90+y)\cdot y=1000 \Rightarrow 90\cdot y+y^2=1000 \Rightarrow 90\cdot y+y^2-1000=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2+90\cdot y-1000=0 \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y^2+90\cdot y-1000=0 \\ a=1 \ , \ b=90 \ , \ c=-1000 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=1 \ , \ b=90 \ , \ c=-1000 \\ y_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \end{array}\right\} \Rightarrow y_{1,2}=\frac{-90\pm\sqrt{90^2-4\cdot 1\cdot(-1000)}}{2\cdot 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{1,2}=\frac{-90\pm\sqrt{8100+4000}}{2} \Rightarrow y_{1,2}=\frac{-90\pm\sqrt{12100}}{2} \Rightarrow y_{1,2}=\frac{-90\pm 110}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = \frac{-90+110}{2} \\ y_2 = \frac{-90-110}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = \frac{20}{2} \\ y_2 = \frac{-200}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = \frac{20}{2} \\ y_2 = \frac{-200}{2} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} y_1 = 10 \\ y_2 = -100 \text{ nema smisla zbog rasprave} \end{array}\right\} \Rightarrow y = 10.$$

Računamo x.

$$\left.\begin{array}{l} x = 90 + y \\ y = 10 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 90 + 10 \Rightarrow x = 100.$$

Rješenje sustava glasi:

$$(x, y) = (100, 10).$$

Vježba 391

Riješi sustav jednadžbi: $\begin{cases} x - y - 90 = 0 \\ \log x + \log y - 3 = 0 \end{cases}.$

Rezultat: $(x, y) = (100, 10).$

Zadatak 392 (Max, gimnazija)

Ako je $\log_6 2 = m$, koliko je $\log_6 9$?

Rješenje 392

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y \quad , \quad \log_b a^n = n \cdot \log_b a \quad , \quad \log_b b = 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$\log_6 9 = \log_6 \frac{36}{4} = \log_6 36 - \log_6 4 = \log_6 6^2 - \log_6 2^2 = 2 \cdot \log_6 6 - 2 \cdot \log_6 2 =$$

$$= \left[\log_6 2 = m \right] = 2 \cdot 1 - 2 \cdot m = 2 - 2 \cdot m = 2 - 2 \cdot m = 2 \cdot (1 - m).$$

Vježba 392

Ako je $\log_6 2 = a$, koliko je $\log_6 9$?

Rezultat: $2 \cdot (1 - a).$

Zadatak 393 (Max, gimnazija)

Ako je $\log 5 = a$, $\log 3 = b$, koliko je $\log_{30} 8$?

Rješenje 393

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log_b a = \frac{\log a}{\log b} \quad , \quad \log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \quad , \quad \log(a \cdot b) = \log a + \log b.$$

$$\log 10 = 1.$$

$$\log_{30} 8 = \frac{\log 8}{\log 30} = \frac{\log 2^3}{\log(10 \cdot 3)} = \frac{3 \cdot \log 2}{\log 10 + \log 3} = \frac{3 \cdot \log 2}{1 + \log 3} = \frac{3 \cdot \log \frac{10}{5}}{1 + \log 3} =$$

$$= \frac{3 \cdot (\log 10 - \log 5)}{1 + \log 3} = \frac{3 \cdot (1 - \log 5)}{1 + \log 3} = \begin{bmatrix} \log 5 = a \\ \log 3 = b \end{bmatrix} = \frac{3 \cdot (1 - a)}{1 + b}.$$

Vježba 393

Ako je $\log 5 = x$, $\log 3 = y$, koliko je $\log_{30} 8$?

Rezultat: $\frac{3 \cdot (1 - x)}{1 + y}.$

Zadatak 394 (Max, gimnazija)

Ako je $\log 64 = p$, koliko je $\log \sqrt[3]{25}$?

Rješenje 394

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad \log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \cdot \log a \quad , \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \quad , \quad \log 100 = 2.$$

$$n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Iz

$$\log 64 = p$$

dobije se

$$\log 64 = p \Rightarrow \log 2^6 = p \Rightarrow 6 \cdot \log 2 = p \Rightarrow 6 \cdot \log 2 = p \;/:6 \Rightarrow \log 2 = \frac{p}{6}.$$

Sada je

$$\log \sqrt[3]{25} = \frac{1}{3} \cdot \log 25 = \frac{1}{3} \cdot \log \frac{100}{4} = \frac{1}{3} \cdot (\log 100 - \log 4) = \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \log 2^2\right) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot (2 - 2 \cdot \log 2) = \left[\log 2 = \frac{p}{6}\right] = \frac{1}{3} \cdot \left(2 - 2 \cdot \frac{p}{6}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(2 - 2 \cdot \frac{p}{6}\right) = \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{p}{3}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{1} - \frac{p}{3}\right) = \frac{1}{3} \cdot \frac{6 - p}{3} = \frac{6 - p}{9}.$$

Vježba 394

Ako je $\log 64 = a$, koliko je $\log \sqrt[3]{25}$?

Rezultat: $\frac{6 - a}{9}.$

Zadatak 395 (Tomo, gimnazija)

Riješi jednadžbu $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x = 36.$

Rješenje 395

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad , \quad \log_b a^n = n \cdot \log_b a \quad , \quad \log_{b^n} a = \frac{1}{n} \cdot \log_b a \quad , \quad n = \frac{n}{1}.$$

$$\log_b b = 1 \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad \sqrt[3]{a^3} = a.$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad , \quad \log_b f(x) = \log_b g(x) \Rightarrow f(x) = g(x).$$

$$\log f(x) = \log g(x) \Rightarrow f(x) = g(x).$$

1.inačica

$$\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x = 36 \Rightarrow \log_3 x \cdot \frac{\log_3 x}{\log_3 9} \cdot \frac{\log_3 x}{\log_3 27} = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x \cdot \frac{\log_3 x}{\log_3 3^2} \cdot \frac{\log_3 x}{\log_3 3^3} = 36 \Rightarrow \log_3 x \cdot \frac{\log_3 x}{2 \cdot \log_3 3} \cdot \frac{\log_3 x}{3 \cdot \log_3 3} = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x \cdot \frac{\log_3 x}{2 \cdot 1} \cdot \frac{\log_3 x}{3 \cdot 1} = 36 \Rightarrow \log_3 x \cdot \frac{\log_3 x}{2} \cdot \frac{\log_3 x}{3} = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\log_3 x}{1} \cdot \frac{\log_3 x}{2} \cdot \frac{\log_3 x}{3} = 36 \Rightarrow \frac{\log_3^3 x}{6} = 36 \Rightarrow \frac{\log_3^3 x}{6} = 36 \; / \cdot 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3^3 x = 36 \cdot 6 \Rightarrow \log_3^3 x = 6^2 \cdot 6 \Rightarrow \log_3^3 x = 6^3 \Rightarrow \log_3^3 x = 6^3 \; / \sqrt[3]{\;} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x = 6 \Rightarrow x = 3^6 \Rightarrow x = 729.$$

2.inačica

$$\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x = 36 \Rightarrow \frac{\log x}{\log 3} \cdot \frac{\log x}{\log 9} \cdot \frac{\log x}{\log 27} = 36 \Rightarrow \frac{\log x}{\log 3} \cdot \frac{\log x}{\log 3^2} \cdot \frac{\log x}{\log 3^3} = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\log x}{\log 3} \cdot \frac{\log x}{2 \cdot \log 3} \cdot \frac{\log x}{3 \cdot \log 3} = 36 \Rightarrow \frac{\log^3 x}{6 \cdot \log^3 3} = 36 \Rightarrow \frac{\log^3 x}{6 \cdot \log^3 3} = 36 \; / \cdot 6 \cdot \log^3 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log^3 x = 36 \cdot 6 \cdot \log^3 3 \Rightarrow \log^3 x = 6^2 \cdot 6 \cdot \log^3 3 \Rightarrow \log^3 x = 6^3 \cdot \log^3 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log^3 x = (6 \cdot \log 3)^3 \Rightarrow \log^3 x = (6 \cdot \log 3)^3 \; / \sqrt[3]{\;} \Rightarrow \log x = 6 \cdot \log 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log x = \log 3^6 \Rightarrow x = 3^6 \Rightarrow x = 729.$$

3.inačica

$$\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x = 36 \Rightarrow \log_3 x \cdot \log_{3^2} x \cdot \log_{3^3} x = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_3 x \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_3 x = 36 \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot \log_3^3 x = 36 \Rightarrow \frac{1}{6} \cdot \log_3^3 x = 36 \; / \cdot 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3^3 x = 36 \cdot 6 \Rightarrow \log_3^3 x = 6^2 \cdot 6 \Rightarrow \log_3^3 x = 6^3 \Rightarrow \log_3^3 x = 6^3 \; / \sqrt[3]{\;} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 x = 6 \Rightarrow x = 3^6 \Rightarrow x = 729.$$

Vježba 395

Riješi jednadžbu $\log_2 x \cdot \log_4 x \cdot \log_8 x = 36.$

Rezultat: $x = 64.$

Zadatak 396 (4A, TUPŠ)

Količina prodanih proizvoda mijenja se po logaritamskom zakonu $f(x) = 160 + 10 \cdot \log_2 (200 \cdot x + 1)$, gdje je x količina kuna uloženih u reklamiranje tog proizvoda, a f(x) broj kilograma prodanih proizvoda.

a) Koliko bi se proizvoda prodalo ako se ništa ne uloži u reklamiranje?
b) Koliko bi se proizvoda prodalo ako se uloži 2000 kuna?

Rješenje 396

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log_b 1 = 0 \quad , \quad \log_b a = \frac{\log a}{\log b}.$$

a)

$$\left.\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 160 + 10 \cdot \log_2 (200 \cdot x + 1) \end{array}\right\} \Rightarrow f(0) = 160 + 10 \cdot \log_2 (200 \cdot 0 + 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(0) = 160 + 10 \cdot \log_2 (0 + 1) \Rightarrow f(0) = 160 + 10 \cdot \log_2 1 \Rightarrow f(0) = 160 + 10 \cdot 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(0) = 160 + 0 \Rightarrow f(0) = 160.$$

Prodalo bi se 160 kg proizvoda.

b)

$$\left.\begin{array}{l} x = 2\,000 \\ f(x) = 160 + 10 \cdot \log_2 (200 \cdot x + 1) \end{array}\right\} \Rightarrow f(2\,000) = 160 + 10 \cdot \log_2 (200 \cdot 2\,000 + 1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(2\,000) = 160 + 10 \cdot \log_2 (400\,000 + 1) \Rightarrow f(2\,000) = 160 + 10 \cdot \log_2 400\,001 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(2\,000) = 160 + 10 \cdot \frac{\log 400\,001}{\log 2} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{džepno} \\ \text{računalo} \end{array}\right] \Rightarrow f(2\,000) = 346.10.$$

Prodalo bi se 346.10 kg proizvoda.

Vježba 396

Količina prodanih proizvoda mijenja se po logaritamskom zakonu $f(x) = 160 + 10 \cdot \log_2 (200 \cdot x + 1)$, gdje je x količina kuna uloženih u reklamiranje tog proizvoda, a f(x) broj kilograma prodanih proizvoda. Koliko bi se proizvoda prodalo ako se uloži 100 kuna?

Rezultat: $f(100) = 302.88\ kg.$

Zadatak 397 (4A, TUPŠ)

Riješi jednadžbu: $\sqrt{32^{x-3}} = \frac{1}{4}.$

Rješenje 397

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m} \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad , \quad a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Jednadžbu ćemo riješiti svođenjem na bazu 2.

$$\sqrt{32^{x-3}} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sqrt{\left(2^5\right)^{x-3}} = \frac{1}{2^2} \Rightarrow \sqrt{2^{5 \cdot (x-3)}} = 2^{-2} \Rightarrow \sqrt{2^{5 \cdot x - 15}} = 2^{-2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{\frac{5 \cdot x - 15}{2}} = 2^{-2} \Rightarrow \frac{5 \cdot x - 15}{2} = -2 \Rightarrow \frac{5 \cdot x - 15}{2} = -2 \ / \cdot 2 \Rightarrow 5 \cdot x - 15 = -4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 5\cdot x=-4+15\ \Rightarrow\ 5\cdot x=11\ \Rightarrow\ 5\cdot x=11\ /:5\ \Rightarrow\ x=\frac{11}{5}.$$

Vježba 397

Riješi jednadžbu: $2\cdot\sqrt{32^{x-3}}=\frac{1}{2}.$

Rezultat: $x=\frac{11}{5}.$

Zadatak 398 (4A, TUPŠ)

Riješi jednadžbu: $4^{3\cdot x-1}=8^{x+1}.$

Rješenje 398

Ponovimo!

$$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^{f(x)}=a^{g(x)}\ \Rightarrow\ f(x)=g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Jednadžbu ćemo riješiti svođenjem na bazu 2.

$$4^{3\cdot x-1}=8^{x+1}\ \Rightarrow\ \left(2^{2}\right)^{3\cdot x-1}=\left(2^{3}\right)^{x+1}\ \Rightarrow\ 2^{2\cdot(3\cdot x-1)}=2^{3\cdot(x+1)}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2^{6\cdot x-2}=2^{3\cdot x+3}\ \Rightarrow\ 6\cdot x-2=3\cdot x+3\ \Rightarrow\ 6\cdot x-3\cdot x=3+2\ \Rightarrow\ 3\cdot x=5\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 3\cdot x=5\ /:3\ \Rightarrow\ x=\frac{5}{3}.$$

Vježba 398

Riješi jednadžbu: $8^{x+1}=4^{3\cdot x-1}.$

Rezultat: $x=\frac{5}{3}.$

Zadatak 399 (4A, TUPŠ)

Riješi jednadžbu: $16^{5-x}=2\cdot8^{2\cdot x+3}.$

Rješenje 399

Ponovimo!

$$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\cdot m}\quad,\quad a^{1}=a\quad,\quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}.$$

$$a^{f(x)}=a^{g(x)}\ \Rightarrow\ f(x)=g(x).$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

Jednadžbu ćemo riješiti svođenjem na bazu 2.

$$16^{5-x}=2\cdot8^{2\cdot x+3}\ \Rightarrow\ \left(2^{4}\right)^{5-x}=2^{1}\cdot\left(2^{3}\right)^{2\cdot x+3}\ \Rightarrow\ 2^{4\cdot(5-x)}=2^{1}\cdot2^{3\cdot(2\cdot x+3)}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2^{20-4\cdot x}=2^{1}\cdot2^{6\cdot x+9}\ \Rightarrow\ 2^{20-4\cdot x}=2^{1+6\cdot x+9}\ \Rightarrow\ 20-4\cdot x=1+6\cdot x+9\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ -4\cdot x-6\cdot x=1+9-20\ \Rightarrow\ -10\cdot x=-10\ \Rightarrow\ -10\cdot x=-10\ /:(-10)\ \Rightarrow\ x=1.$$

Vježba 399

Riješi jednadžbu: $\frac{1}{2}\cdot 16^{5-x}=8^{2\cdot x+3}$.

Rezultat: $x=1$.

Zadatak 400 (2B, TUPŠ)

Riješi jednadžbu: $5^{x-2}\cdot\sqrt{125}=\frac{1}{5^{x}}$.

Rješenje 400

Ponovimo!

$$a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m}\quad,\quad a^{-n}=\frac{1}{a^{n}}\quad,\quad \sqrt[n]{a^{m}}=a^{\frac{m}{n}}\quad,\quad a^{f(x)}=a^{g(x)}\ \Rightarrow\ f(x)=g(x).$$

$$n=\frac{n}{1}\quad,\quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad \frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}\quad,\quad b\cdot\frac{a}{b}=a.$$

$$5^{x-2}\cdot\sqrt{125}=\frac{1}{5^{x}}\ \Rightarrow\ 5^{x}\cdot 5^{-2}\cdot\sqrt{5^{3}}=5^{-x}\ \Rightarrow\ 5^{x}\cdot 5^{-2}\cdot 5^{\frac{3}{2}}=5^{-x}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 5^{x-2+\frac{3}{2}}=5^{-x}\ \Rightarrow\ x-2+\frac{3}{2}=-x\ \Rightarrow\ x+x=2-\frac{3}{2}\ \Rightarrow\ 2\cdot x=\frac{2}{1}-\frac{3}{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot x=\frac{4-3}{2}\ \Rightarrow\ 2\cdot x=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ 2\cdot x=\frac{1}{2}\ /\cdot\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ x=\frac{1}{4}.$$

Vježba 400

Riješi jednadžbu: $5^{2\cdot x-2}\cdot\sqrt{125}=1$.

Rezultat: $x=\frac{1}{4}$.