Zadatak 361 (Zvonko, srednja škola)

Ako je $\log_7 2 = c$ i $\log_7 5 = d$ izračunajte $\log_{70} 2.5.$

Rješenje 361

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad , \quad \log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y \quad , \quad \log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y.$$

$$\log_b b = 1 \quad , \quad \log_b a^n = n \cdot \log_b a.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

$$\log_{70} 2.5 = \frac{\log_7 2.5}{\log_7 70} = \frac{\log_7 \frac{25}{10}}{\log_7 (7 \cdot 10)} = \frac{\log_7 \frac{25}{10}}{\log_7 7 + \log_7 10} = \frac{\log_7 \frac{5}{2}}{1 + \log_7 10} = \frac{\log_7 5 - \log_7 2}{1 + \log_7 (2 \cdot 5)} =$$

$$= \frac{\log_7 5 - \log_7 2}{1 + \log_7 2 + \log_7 5} = \begin{bmatrix} \log_7 2 = c \\ \log_7 5 = d \end{bmatrix} = \frac{d - c}{1 + c + d}.$$

Vježba 361

Ako je $\log_7 2 = c$ i $\log_7 5 = d$ izračunajte $\log_{70} 25.$

Rezultat: $\frac{2 \cdot d}{1 + c + d}.$

Zadatak 362 (Zvonko, srednja škola)

Ako je $\log_5 2 = a$ i $\log_5 3 = b$ izračunajte $\log_{45} 100.$

Rješenje 362

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad , \quad \log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad \log_b a^n = n \cdot \log_b a..$$

$$\log_{45} 100 = \frac{\log_5 100}{\log_5 45} = \frac{\log_5 (4 \cdot 25)}{\log_5 (5 \cdot 9)} = \frac{\log_5 4 + \log_5 25}{\log_5 5 + \log_5 9} = \frac{\log_5 2^2 + \log_5 5^2}{1 + \log_5 3^2} =$$

$$=\frac{2\cdot\log_5 2+2\cdot\log_5 5}{1+2\cdot\log_5 3}=\frac{2\cdot\log_5 2+2\cdot 1}{1+2\cdot\log_5 3}=\frac{2\cdot\log_5 2+2}{1+2\cdot\log_5 3}=\begin{bmatrix}\log_5 2=a\\ \log_5 3=b\end{bmatrix}=\frac{2\cdot a+2}{1+2\cdot b}.$$

Vježba 362

Ako je $\log_5 2=a$ i $\log_5 3=b$ izračunajte $\log_{45} 50.$

Rezultat: $\frac{a+2}{1+2\cdot b}.$

Zadatak 363 (Toby, gimnazija)

Ako je $\log_{30} 3=a$ i $\log_{30} 5=b$ izračunajte $\log_{30} 8.$

Rješenje 363

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^c \; \rightarrow \qquad a=b^c$$

$$\log_b a^n=n\cdot\log_b a \quad , \quad \log_b \frac{x}{y}=\log_b x-\log_b y \quad , \quad \log_b b=1.$$

$$\log_b (x\cdot y)=\log_b x+\log_b y.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

$$\log_{30} 8=\log_{30} 2^3=3\cdot\log_{30} 2=3\cdot\log_{30}\frac{30}{15}=3\cdot\left(\log_{30} 30-\log_{30} 15\right)=3\cdot\left(1-\log_{30} 15\right)=$$

$$=3\cdot\left(1-\log_{30}(3\cdot 5)\right)=3\cdot\left(1-\left(\log_{30} 3+\log_{30} 5\right)\right)=3\cdot\left(1-\log_{30} 3-\log_{30} 5\right)=$$

$$=\begin{bmatrix}\log_{30} 3=a\\ \log_{30} 5=b\end{bmatrix}=3\cdot(1-a-b).$$

Vježba 363

Ako je $\log_{30} 3=a$ i $\log_{30} 5=b$ izračunajte $\log_{30} 16.$

Rezultat: $4\cdot(1-a-b).$

Zadatak 364 (Robert, srednja škola)

Ako je $\log_6 2=m,$ koliko je $\log_6 9$?

Rješenje 364

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^c \; \rightarrow \qquad a=b^c$$

$$\log_b \frac{x}{y}=\log_b x-\log_b y \quad , \quad \log_b a^n=n\cdot\log_b a \quad , \quad \log_b b=1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \quad , \quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$\log_6 9=\log_6\frac{36}{4}=\log_6 36-\log_6 4=\log_6 6^2-\log_6 2^2=2\cdot\log_6 6-2\cdot\log_6 2=$$

$$=2\cdot 1-2\cdot\log_6 2=2-2\cdot\log_6 2=\left[\log_6 2=m\right]=2-2\cdot m=2\cdot(1-m).$$

2.inačica

$$\log_6 9=\log_6 3^2=2\cdot\log_6 3=2\cdot\log_6\frac{6}{2}=2\cdot\left(\log_6 6-\log_6 2\right)=2\cdot\left(1-\log_6 2\right)=$$

$$=\left[\log_6 2=m\right]=2\cdot(1-m).$$

Vježba 364

Ako je $\log_6 2=m,$ koliko je $\log_6 27$?

Rezultat: $3\cdot(1-m).$

Zadatak 365 (Ante, srednja škola)

Riješi jednadžbu $\log_4\log_2 x+\log_2\log_4 x=2.$

Rješenje 365

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^c \qquad a=b^c$$
$$\rightarrow$$

$$\log_{b^n} a=\frac{1}{n}\cdot\log_b a \quad , \quad \log_b a^n=n\cdot\log_b a \quad , \quad \log_b b=1.$$

$$\log_b x+\log_b y=\log_b(x\cdot y) \quad , \quad (a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \quad , \quad a^1=a.$$

$$a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad \sqrt[3]{a^3}=a \quad , \quad a=b \Rightarrow b=a.$$

1.inačica

$$\log_4\log_2 x+\log_2\log_4 x=2 \Rightarrow \log_{2^2}\left(\log_2 x\right)+\log_2\log_{2^2} x=2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x+\log_2\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right)=2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x+\log_2\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right)=2 \;/\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2\log_2 x+2\cdot\log_2\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right)=4 \Rightarrow \log_2\log_2 x+\log_2\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right)^2=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2\left(\log_2 x\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right)^2\right)=4 \Rightarrow 2^4=\log_2 x\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2 x\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right)^2=2^4 \Rightarrow \log_2 x\cdot\frac{1}{4}\cdot\left(\log_2 x\right)^2=16 \Rightarrow \frac{1}{4}\cdot\left(\log_2 x\right)^3=16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}\cdot\left(\log_2 x\right)^3 = 16 \;/\cdot 4 \Rightarrow \left(\log_2 x\right)^3 = 64 \Rightarrow \left(\log_2 x\right)^3 = 64 \;/\sqrt[3]{\ } \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2 x = \sqrt[3]{64} \Rightarrow \log_2 x = \sqrt[3]{4^3} \Rightarrow \log_2 x = \sqrt[3]{4^3} \Rightarrow \log_2 x = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^4 = x \Rightarrow x = 2^4 \Rightarrow x = 16.$$

2.inačica

$$\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2 \Rightarrow \log_{2^2}\left(\log_2 x\right) + \log_2\left(\log_{2^2} x\right) = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x + \log_2\left(\frac{1}{2}\cdot\log_2 x\right) = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x + \log_2\frac{1}{2} + \log_2\log_2 x = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x + \log_2 2^{-1} + \log_2\log_2 x = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x - 1\cdot\log_2 2 + \log_2\log_2 x = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x - 1\cdot 1 + \log_2\log_2 x = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x - 1 + \log_2\log_2 x = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x + \log_2\log_2 x = 2 + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x + \log_2\log_2 x = 3 \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_2\log_2 x + \log_2\log_2 x = 3 \;/\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2\log_2 x + 2\cdot\log_2\log_2 x = 6 \Rightarrow 3\cdot\log_2\log_2 x = 6 \Rightarrow 3\cdot\log_2\log_2 x = 6 \;/:3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2\log_2 x = 2 \Rightarrow 2^2 = \log_2 x \Rightarrow \log_2 x = 2^2 \Rightarrow \log_2 x = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^4 = x \Rightarrow x = 2^4 \Rightarrow x = 16.$$

Vježba 365

Riješi jednadžbu $\log_2 \log_4 x + \log_4 \log_2 x = 2.$

Rezultat: x = 16.

Zadatak 366 (Ivan, maturant)

Dokaži $\dfrac{\log_a x}{\log_{(a\cdot b)} x} = 1 + \log_a b,$ za sve pozitivne brojeve a, b i x.

Rješenje 366

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \;\rightarrow \qquad a = b^c$$

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}, \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a\cdot d}{b\cdot c}, \quad \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}, \quad \log_b(x\cdot y) = \log_b x + \log_b y.$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log_b a = \frac{\log a}{\log b} \quad , \quad \log(x \cdot y) = \log x + \log y \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad \frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

$$\frac{\log_a x}{\log_{(a \cdot b)} x} = \frac{\frac{1}{\log_x a}}{\frac{1}{\log_x (a \cdot b)}} = \frac{\log_x (a \cdot b)}{\log_x a} = \log_a (a \cdot b) = \log_a a + \log_a b = 1 + \log_a b.$$

2.inačica

$$\frac{\log_a x}{\log_{(a \cdot b)} x} = \frac{\frac{\log x}{\log a}}{\frac{\log x}{\log(a \cdot b)}} = \frac{\frac{\log x}{\log a}}{\frac{\log x}{\log(a \cdot b)}} = \frac{\frac{1}{\log a}}{\frac{1}{\log(a \cdot b)}} = \frac{\log(a \cdot b)}{\log a} = \log_a (a \cdot b) =$$

$$= \log_a a + \log_a b = 1 + \log_a b.$$

3.inačica

$$\frac{\log_a x}{\log_{(a \cdot b)} x} = \frac{\frac{\log x}{\log a}}{\frac{\log x}{\log(a \cdot b)}} = \frac{\frac{\log x}{\log a}}{\frac{\log x}{\log(a \cdot b)}} = \frac{\frac{1}{\log a}}{\frac{1}{\log(a \cdot b)}} = \frac{\log(a \cdot b)}{\log a} = \log_a (a \cdot b) =$$

$$= \frac{\log(a \cdot b)}{\log a} = \frac{\log a + \log b}{\log a} = \frac{\log a}{\log a} + \frac{\log b}{\log a} = \frac{\log a}{\log a} + \frac{\log b}{\log a} = 1 + \frac{\log b}{\log a} = 1 + \log_a b.$$

Vježba 366

Dokaži $\dfrac{\log_b x}{\log_{(a \cdot b)} x} = 1 + \log_b a,$ za sve pozitivne brojeve a, b i x.

Rezultat: Dokaz analogan.

Zadatak 367 (Jele, gimnazija)

Odredite dva uzastopna cijela broja kojima je određen interval kojem pripada rješenje jednadžbe $\log_{\frac{1}{3}} x = x - 3.$

$A.\ \langle 2, 3 \rangle \qquad B.\ \langle 1, 2 \rangle \qquad C.\ \langle 0, 1 \rangle \qquad D.\ \langle -1, 0 \rangle$

Rješenje 367

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

$$\log_{b^n} a = \frac{1}{n}\cdot \log_b a \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad \log_b a^n = n \cdot \log_b a \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Tražimo rješenje jednadžbe

$$\log_{\frac{1}{3}} x = x - 3.$$

Na lijevoj strani jednadžbe je funkcija $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x.$ Nacrtamo njezin graf.

$$y = \log_{\frac{1}{3}} x \Rightarrow y = \log_{3^{-1}} x \Rightarrow y = -\log_3 x.$$

- $\left.\begin{matrix} x = \frac{1}{9} \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = \frac{1}{3^2} \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 3^{-2} \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = -\log_3 3^{-2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = -(-2)\cdot \log_3 3 \Rightarrow y = 2 \cdot 1 \Rightarrow y = 2$$

- $\left.\begin{matrix} x = \frac{1}{3} \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = \frac{1}{3^1} \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 3^{-1} \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = -\log_3 3^{-1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = -(-1)\cdot \log_3 3 \Rightarrow y = 1 \cdot 1 \Rightarrow y = 1$$

- $\left.\begin{matrix} x = 1 \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = -\log_3 1 \Rightarrow y = 0$

- $\left.\begin{matrix} x = 3 \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = -\log_3 3 \Rightarrow y = -1$

- $\left.\begin{matrix} x = 9 \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x = 3^2 \\ y = -\log_3 x \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = -\log_3 3^2 \Rightarrow y = -2 \cdot \log_3 3 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y = -2 \cdot 1 \Rightarrow y = -2$$

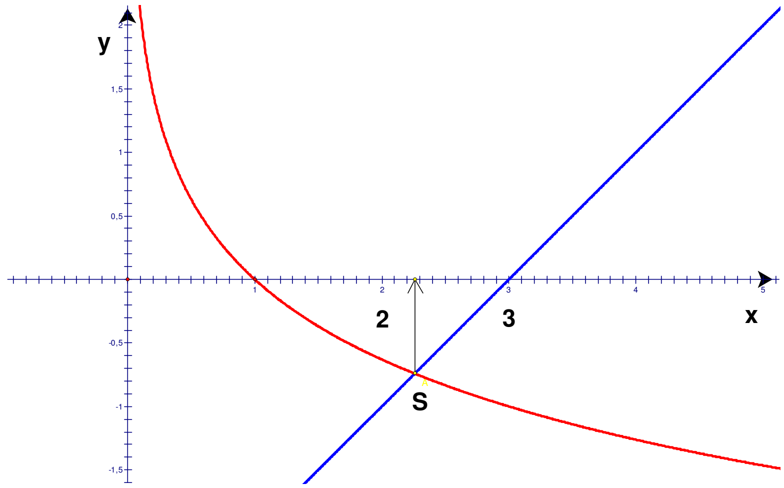
x	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
y	2	1	0	– 1	– 2

Na desnoj strani jednadžbe je funkcija $f(x) = x - 3.$ Nacrtamo njezin graf.

- $\left.\begin{matrix} x = 0 \\ y = x - 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = 0 - 3 \Rightarrow y = -3$

- $\left.\begin{matrix} x = 3 \\ y = x - 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow y = 3 - 3 \Rightarrow y = 0$

x	0	3
y	– 3	0



Sa slike vidi se da se rješenje jednadžbe nalazi u intervalu između 2 i 3 Odgovor je pod A.

Vježba 367

Odredite dva uzastopna cijela broja kojima je određen interval kojem pripada rješenje jednadžbe $\log_{\frac{1}{2}} x = x - 2.$

$$A. \left\langle 2,\ 3 \right\rangle \qquad B. \left\langle 1,\ 2 \right\rangle \qquad C. \left\langle 0,\ 1 \right\rangle \qquad D. \left\langle -1,\ 0 \right\rangle$$

Rezultat: B.

Zadatak 368 (Jelena, gimnazija)

Ako je $\log_{36} 24 - \sqrt{a} = 0,$ izračunajte $\log_6 8.$

Rješenje 368

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad , \quad \log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad \log_b a^n = n \cdot \log_b a.$$

$$\frac{a-b}{n} = \frac{a}{n} - \frac{b}{n} \quad , \quad \frac{a+b}{n} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

1.inačica

$$\log_{36} 24 - \sqrt{a} = 0 \Rightarrow \log_{36} 24 = \sqrt{a} \Rightarrow \frac{\log_6 24}{\log_6 36} = \sqrt{a} \Rightarrow \frac{\log_6 (6 \cdot 4)}{\log_6 6^2} = \sqrt{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\log_6 6 + \log_6 4}{2 \cdot \log_6 6} = \sqrt{a} \Rightarrow \frac{1 + \log_6 4}{2 \cdot 1} = \sqrt{a} \Rightarrow \frac{1 + \log_6 4}{2} = \sqrt{a} \Rightarrow \frac{1 + \log_6 2^2}{2} = \sqrt{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1+2\cdot\log_6 2}{2}=\sqrt{a} \Rightarrow \frac{1+2\cdot\log_6 2}{2}=\sqrt{a} \;/\cdot 2 \Rightarrow 1+2\cdot\log_6 2=2\cdot\sqrt{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\log_6 2=2\cdot\sqrt{a}-1 \Rightarrow 2\cdot\log_6 2=2\cdot\sqrt{a}-1 \;/\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow \log_6 2=\frac{2\cdot\sqrt{a}-1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_6 2=\frac{2\cdot\sqrt{a}}{2}-\frac{1}{2} \Rightarrow \log_6 2=\frac{2\cdot\sqrt{a}}{2}-\frac{1}{2} \Rightarrow \log_6 2=\sqrt{a}-\frac{1}{2}.$$

Sada je:

$$\log_6 8=\log_6 2^3=3\cdot\log_6 2=\left[\log_6 2=\sqrt{a}-\frac{1}{2}\right]=3\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{1}{2}\right).$$

2.inačica

$$\log_{36} 24-\sqrt{a}=0 \Rightarrow \log_{36} 24=\sqrt{a} \Rightarrow \frac{\log_6 24}{\log_6 36}=\sqrt{a} \Rightarrow \frac{\log_6 (6\cdot 4)}{\log_6 6^2}=\sqrt{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\log_6 6+\log_6 4}{2\cdot\log_6 6}=\sqrt{a} \Rightarrow \frac{\log_6 6}{2\cdot\log_6 6}+\frac{\log_6 4}{2\cdot\log_6 6}=\sqrt{a} \Rightarrow \frac{\log_6 6}{2\cdot\log_6 6}+\frac{\log_6 4}{2\cdot\log_6 6}=\sqrt{a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\log_6 4}{\log_6 6}=\sqrt{a} \Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\log_6 4=\sqrt{a} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_6 4=\sqrt{a}-\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\log_6 2^2=\sqrt{a}-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\log_6 2=\sqrt{a}-\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\log_6 2=\sqrt{a}-\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2\cdot\log_6 2=2\cdot\sqrt{a}-1 \Rightarrow 2\cdot\log_6 2=2\cdot\sqrt{a}-1 \;/\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow \log_6 2=\frac{2\cdot\sqrt{a}-1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_6 2=\sqrt{a}-\frac{1}{2}.$$

Sada je:

$$\log_6 8=\log_6 2^3=3\cdot\log_6 2=\left[\log_6 2=\sqrt{a}-\frac{1}{2}\right]=3\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{1}{2}\right).$$

Vježba 368

Ako je $\log_{36} 24-\sqrt{a}=0$, izračunajte $\log_6 16$.

Rezultat: $4\cdot\left(\sqrt{a}-\frac{1}{2}\right).$

Zadatak 369 (Tomislav, gimnazija)

Nađi vezu između a, b i x ako je $30^a=3,\ 30^b=5,\ 30^{-x}=8.$

Rješenje 369

Ponovimo!

$$\left.\begin{matrix} a=b \\ c=d \end{matrix}\right\} \Rightarrow a\cdot c=b\cdot d \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad \frac{a+b}{n}=\frac{a}{n}+\frac{b}{n} \quad , \quad \frac{a-b}{n}=\frac{a}{n}-\frac{b}{n}.$$

$$a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c} \quad , \quad \frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \qquad , \qquad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \underset{\rightarrow}{\log_b a = b^c} \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam
Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad \log(x \cdot y) = \log x + \log y \quad , \quad \log \frac{x}{y} = \log x - \log y.$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} 30^a = 3 \\ 30^b = 5 \\ 30^{-x} = 8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{pomnožimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array}\right] \Rightarrow 30^a \cdot 30^b \cdot 30^{-x} = 3 \cdot 5 \cdot 8 \Rightarrow 30^{a+b-x} = 120 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array}\right] \Rightarrow 30^{a+b-x} = 120 \ / \log \Rightarrow \log 30^{a+b-x} = \log 120 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a+b-x) \cdot \log 30 = \log 120 \Rightarrow (a+b-x) \cdot \log 30 = \log 120 \ / \cdot \frac{1}{\log 30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b-x = \frac{\log 120}{\log 30} \Rightarrow a+b-x = \frac{\log(4 \cdot 30)}{\log 30} \Rightarrow a+b-x = \frac{\log 4 + \log 30}{\log 30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b-x = \frac{\log 4}{\log 30} + \frac{\log 30}{\log 30} \Rightarrow a+b-x = \frac{\log 4}{\log 30} + \frac{\log 30}{\log 30} \Rightarrow a+b-x = \frac{\log 4}{\log 30} + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b-x = \frac{\log 2^2}{\log 30} + 1 \Rightarrow a+b-x = \frac{2 \cdot \log 2}{\log 30} + 1 \Rightarrow a+b-x = 2 \cdot \frac{\log 2}{\log 30} + 1.$$

Preoblikujemo jednadžbu $30^{-x} = 8$ tako da je logaritmiramo.

$$30^{-x} = 8 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array}\right] \Rightarrow 30^{-x} = 8 \ / \log \Rightarrow \log 30^{-x} = \log 8 \Rightarrow -x \cdot \log 30 = \log 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x \cdot \log 30 = \log 2^3 \Rightarrow -x \cdot \log 30 = 3 \cdot \log 2 \Rightarrow -x \cdot \log 30 = 3 \cdot \log 2 \ / \cdot \frac{1}{3 \cdot \log 30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{x}{3} = \frac{\log 2}{\log 30}.$$

Sada je:

$$\left.\begin{array}{l} a+b-x=2\cdot\dfrac{\log 2}{\log 30}+1 \\ -\dfrac{x}{3}=\dfrac{\log 2}{\log 30} \end{array}\right\} \Rightarrow a+b-x=2\cdot\left(-\frac{x}{3}\right)+1 \Rightarrow a+b-x=-\frac{2\cdot x}{3}+1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b-x=-\frac{2\cdot x}{3}+1 \;/\cdot 3 \Rightarrow 3\cdot a+3\cdot b-3\cdot x=-2\cdot x+3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\cdot a+3\cdot b=-2\cdot x+3+3\cdot x \Rightarrow 3\cdot a+3\cdot b=x+3 \Rightarrow 3\cdot(a+b)=x+3.$$

2.inačica

Preoblikujemo svaku jednadžbu tako da je logaritmiramo.

$$\left.\begin{array}{l} 30^{a}=3 \\ 30^{b}=5 \\ 30^{-x}=8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbe}\end{array}\right] \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 30^{a}=3 \;/\log \\ 30^{b}=5 \;/\log \\ 30^{-x}=8 \;/\log \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log 30^{a}=\log 3 \\ \log 30^{b}=\log 5 \\ \log 30^{-x}=\log 8 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} a\cdot\log 30=\log 3 \\ b\cdot\log 30=\log 5 \\ -x\cdot\log 30=\log 8 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a\cdot\log 30=\log 3 \;/:\log 30 \\ b\cdot\log 30=\log 5 \;/:\log 30 \\ -x\cdot\log 30=\log 8 \;/:\log 30 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a=\dfrac{\log 3}{\log 30} \\ b=\dfrac{\log 5}{\log 30} \\ -x=\dfrac{\log 8}{\log 30} \end{array}\right\}.$$

Zbrojimo a i b.

$$a+b=\frac{\log 3}{\log 30}+\frac{\log 5}{\log 30} \Rightarrow a+b=\frac{\log 3+\log 5}{\log 30} \Rightarrow a+b=\frac{\log(3\cdot 5)}{\log 30} \Rightarrow a+b=\frac{\log 15}{\log 30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b=\frac{\log\left(\frac{30}{2}\right)}{\log 30} \Rightarrow a+b=\frac{\log 30-\log 2}{\log 30} \Rightarrow a+b=\frac{\log 30}{\log 30}-\frac{\log 2}{\log 30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+b=\frac{\log 30}{\log 30}-\frac{\log 2}{\log 30} \Rightarrow a+b=1-\frac{\log 2}{\log 30}.$$

Preoblikujemo jednadžbu $30^{-x}=8$ tako da je logaritmiramo.

$$30^{-x}=8 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu}\end{array}\right] \Rightarrow 30^{-x}=8 \;/\log \Rightarrow \log 30^{-x}=\log 8 \Rightarrow -x\cdot\log 30=\log 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x\cdot\log 30=\log 2^{3} \Rightarrow -x\cdot\log 30=3\cdot\log 2 \Rightarrow -x\cdot\log 30=3\cdot\log 2 \;/\cdot\frac{1}{3\cdot\log 30} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{x}{3}=\frac{\log 2}{\log 30} \Rightarrow -\frac{x}{3}=\frac{\log 2}{\log 30} \;/\cdot(-1) \Rightarrow \frac{x}{3}=-\frac{\log 2}{\log 30}.$$

Sada je:

$$\left.\begin{array}{l} a+b=1-\dfrac{\log 2}{\log 30} \\ \dfrac{x}{3}=-\dfrac{\log 2}{\log 30} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} a+b=1+\left(-\dfrac{\log 2}{\log 30}\right) \\ \dfrac{x}{3}=-\dfrac{\log 2}{\log 30} \end{array}\right\} \Rightarrow a+b=1+\frac{x}{3} \Rightarrow a+b=1+\frac{x}{3} \;/\cdot 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 3\cdot(a+b)=3+x\ \Rightarrow\ 3\cdot(a+b)=x+3.$$

Vježba 369

Nađi vezu između a, b i x ako je $30^{a}=3,\ 30^{b}=5,\ 30^{x}=2^{-3}.$

Rezultat: $3\cdot(a+b)=x+3.$

Zadatak 370 (Marin, gimnazija)

Ako je log a + 3 · log b = 2 i log a – log b = 1, onda je izraz a · b jednak:

$$A.\ 100 \qquad B.\ 10 \qquad C.\ \sqrt{10} \qquad D.\ 10\cdot\sqrt{10}$$

Rješenje 370

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a=c \qquad \log_b a=b^{c} \qquad a=b^{c}$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj log x zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x=\log x.$$

$$\log 10=1 \quad , \quad \log x+\log y=\log(x\cdot y) \quad , \quad \log x-\log y=\log\frac{x}{y} \quad , \quad \log a^{n}=n\cdot\log a.$$

$$\log\sqrt[n]{a}=\frac{1}{n}\cdot\log a \quad , \quad \sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} \quad , \quad \sqrt{a^{2}}=a\ ,\ a\ge 0 \quad , \quad a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}.$$

$$\left(\sqrt[4]{a}\right)^{2}=\sqrt{a} \quad , \quad a^{1}=a \quad , \quad a^{n}\cdot a^{m}=a^{n+m} \quad , \quad (a\cdot b)^{n}=a^{n}\cdot b^{n}.$$

$$n=\frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d} \quad , \quad \left.\begin{array}{l}a=b\\ c=d\end{array}\right\}\Rightarrow\ a\cdot c=b\cdot d \quad , \quad \left.\begin{array}{l}a=b\\ c=d\end{array}\right\}\Rightarrow\ a+c=b+d.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\ne 0\ ,\ n\ne 1.$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l}\log a+3\cdot\log b=2\\ \log a-\log b=1\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{zbrojimo}\\ \text{jednadžbe}\end{array}\right]\Rightarrow\ \log a+3\cdot\log b+\log a-\log b=2+1\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot\log a+2\cdot\log b=3\ \Rightarrow\ 2\cdot\log a+2\cdot\log b=3\ /:2\ \Rightarrow\ \log a+\log b=\frac{3}{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \log(a\cdot b)=\frac{3}{2}\ \Rightarrow\ a\cdot b=10^{\frac{3}{2}}\ \Rightarrow\ a\cdot b=\sqrt{10^{3}}\ \Rightarrow\ a\cdot b=\sqrt{10^{2}\cdot 10^{1}}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ a\cdot b=\sqrt{10^{2}}\cdot\sqrt{10}\ \Rightarrow\ a\cdot b=10\cdot\sqrt{10}.$$

Odgovor je pod D.

2.inačica

$$\left.\begin{array}{l}\log a+3\cdot\log b=2\\ \log a-\log b=1\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\text{metoda suprotnih}\\ \text{koeficijenata}\end{array}\right]\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\log a+3\cdot\log b=2\\ \log a-\log b=1\ /\cdot(-1)\end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}\log a+3\cdot\log b=2\\ -\log a+\log b=-1\end{array}\right\} \Rightarrow 4\cdot\log b=1 \Rightarrow 4\cdot\log b=1\ /:4 \Rightarrow \log b=\frac{1}{4} \Rightarrow b=10^{\frac{1}{4}} \Rightarrow b=\sqrt[4]{10}.$$

Računamo a.

$$\left.\begin{array}{l}\log a-\log b=1\\ b=\sqrt[4]{10}\end{array}\right\} \Rightarrow \log a-\log\sqrt[4]{10}=1 \Rightarrow \log a-\frac{1}{4}\cdot\log 10=1 \Rightarrow \log a-\frac{1}{4}\cdot 1=1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log a-\frac{1}{4}=1 \Rightarrow \log a=1+\frac{1}{4} \Rightarrow \log a=\frac{1}{1}+\frac{1}{4} \Rightarrow \log a=\frac{4+1}{4} \Rightarrow \log a=\frac{5}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a=10^{\frac{5}{4}} \Rightarrow a=\sqrt[4]{10^5} \Rightarrow a=\sqrt[4]{10^4\cdot 10^1} \Rightarrow a=\sqrt[4]{10^4}\cdot\sqrt[4]{10} \Rightarrow a=10\cdot\sqrt[4]{10}.$$

Sada je:

$$a\cdot b=\begin{bmatrix} a=10\cdot\sqrt[4]{10}\\ b=\sqrt[4]{10}\end{bmatrix}=10\cdot\sqrt[4]{10}\cdot\sqrt[4]{10} \Rightarrow a\cdot b=10\cdot\left(\sqrt[4]{10}\right)^2 \Rightarrow a\cdot b=10\cdot\sqrt{10}.$$

Odgovor je pod D.

3.inačica

$$\left.\begin{array}{l}\log a+3\cdot\log b=2\\ \log a-\log b=1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\log a+\log b^3=2\\ \log\frac{a}{b}=1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}\log\left(a\cdot b^3\right)=2\\ \log\frac{a}{b}=1\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}a\cdot b^3=10^2\\ \frac{a}{b}=10^1\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}\text{pomnožimo}\\ \text{jednadžbe}\end{bmatrix} \Rightarrow a\cdot b^3\cdot\frac{a}{b}=10^2\cdot 10^1 \Rightarrow a\cdot b^3\cdot\frac{a}{b}=10^3 \Rightarrow a^2\cdot b^2=10^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a\cdot b)^2=10^3 \Rightarrow (a\cdot b)^2=10^3\ /\sqrt{\ } \Rightarrow a\cdot b=\sqrt{10^3} \Rightarrow a\cdot b=\sqrt{10^2\cdot 10^1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\cdot b=\sqrt{10^2}\cdot\sqrt{10} \Rightarrow a\cdot b=10\cdot\sqrt{10}.$$

Vježba 370

Ako je log a + 3 · log b = 5 i log a – log b = 1, onda je izraz a · b jednak:

$A.\ 1000 \qquad B.\ 100 \qquad C.\ 100\cdot\sqrt{10} \qquad D.\ 10$

Rezultat: A.

Zadatak 371 (Petar, gimnazija)

Riješi sustav: $\left\{\begin{array}{l}2^x\cdot 3^y=12\\ 2^y\cdot 3^x=18\end{array}\right.$.

Rješenje 371

Ponovimo!

$$\left.\begin{array}{l}a=b\\ c=d\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{b}{d} \quad , \quad \frac{a\cdot b}{c\cdot d}=\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{d} \quad , \quad \frac{a^n}{a^m}=a^{n-m} \quad , \quad a^{-n}=\frac{1}{a^n} \quad , \quad a^1=a.$$

$$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n.$$

$$a^{f(x)}=a^{g(x)} \Rightarrow f(x)=g(x) \quad , \quad a^n\cdot a^m=a^{n+m} \quad , \quad a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \quad , \quad n \neq 0 \quad , \quad n \neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^{x} \cdot 3^{y} = 12 \\ 2^{y} \cdot 3^{x} = 18 \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{2^{x} \cdot 3^{y}}{2^{y} \cdot 3^{x}} = \frac{12}{18} \Rightarrow \frac{2^{x}}{2^{y}} \cdot \frac{3^{y}}{3^{x}} = \frac{12}{18} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2^{x-y} \cdot 3^{y-x} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2^{x-y} \cdot 3^{-(x-y)} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2^{x-y}}{3^{x-y}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x-y} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x-y} = \left(\frac{2}{3}\right)^{1} \Rightarrow x - y = 1.$$

Računamo y.

$$\left. \begin{array}{l} 2^{x} \cdot 3^{y} = 12 \\ x - y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2^{x} \cdot 3^{y} = 12 \\ x = 1 + y \end{array} \right\} \Rightarrow 2^{1+y} \cdot 3^{y} = 12 \Rightarrow 2^{1} \cdot 2^{y} \cdot 3^{y} = 12 \Rightarrow 2 \cdot 2^{y} \cdot 3^{y} = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 2^{y} \cdot 3^{y} = 12 \; /:2 \Rightarrow 2^{y} \cdot 3^{y} = 6 \Rightarrow (2 \cdot 3)^{y} = 6 \Rightarrow 6^{y} = 6 \Rightarrow 6^{y} = 6^{1} \Rightarrow y = 1.$$

Računamo x.

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x - 1 = 1 \Rightarrow x = 1 + 1 \Rightarrow x = 2.$$

Rješenje sustava je

$$(x, y) = (2, 1).$$

Vježba 371

Riješi sustav: $\begin{cases} 2^{x+1} \cdot 3^{y} = 24 \\ 2^{y+1} \cdot 3^{x} = 36 \end{cases}.$

Rezultat: $(x, y) = (2, 1).$

Zadatak 372 (Mario, gimnazija)

Ako je funkcija f(x) zadana izrazom $f(x) = \log x + 2 \cdot \log(2 \cdot x)$, onda je vrijednost izraza $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ jednaka:

$A.\ 1 \qquad B.\ 0 \qquad C.\ \log 16 \qquad D.\ \log 8$

Rješenje 372

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_{b} a = c \qquad \log_{b} a = b^{c} \qquad a = b^{c}$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad , \quad \log a + \log b = \log(a \cdot b) \quad , \quad a^1 = a.$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b \quad , \quad \log 1 = 0 \quad , \quad a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \quad , \quad a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c).$$

1.inačica

Preoblikujemo zadanu funkciju.

$$f(x) = \log x + 2 \cdot \log(2 \cdot x) \Rightarrow f(x) = \log x + \log(2 \cdot x)^2 \Rightarrow f(x) = \log x + \log\left(4 \cdot x^2\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = \log\left(x \cdot 4 \cdot x^2\right) \Rightarrow f(x) = \log\left(4 \cdot x^3\right) \Rightarrow f(x) = \log 4 + \log x^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = \log 4 + 3 \cdot \log x.$$

Sada je:

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \left[f(x) = \log 4 + 3 \cdot \log x\right] = \log 4 + 3 \cdot \log x + \log 4 + 3 \cdot \log \frac{1}{x} =$$

$$= \log 4 + 3 \cdot \log x + \log 4 + 3 \cdot (\log 1 - \log x) = \log 4 + 3 \cdot \log x + \log 4 + 3 \cdot (0 - \log x) =$$

$$= \log 4 + 3 \cdot \log x + \log 4 - 3 \cdot \log x = \log 4 + 3 \cdot \log x + \log 4 - 3 \cdot \log x = \log 4 + \log 4 =$$

$$= \log(4 \cdot 4) = \log 16.$$

Odgovor je pod C.

2.inačica

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \left[f(x) = \log x + 2 \cdot \log(2 \cdot x)\right] = \log x + 2 \cdot \log(2 \cdot x) + \log \frac{1}{x} + 2 \cdot \log\left(2 \cdot \frac{1}{x}\right) =$$

$$= \log x + 2 \cdot (\log 2 + \log x) + \log 1 - \log x + 2 \cdot \log\left(\frac{2}{x}\right) =$$

$$= \log x + 2 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log x + 0 - \log x + 2 \cdot (\log 2 - \log x) =$$

$$= \log x + 2 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log x - \log x + 2 \cdot \log 2 - 2 \cdot \log x =$$

$$= \log x + 2 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log x - \log x + 2 \cdot \log 2 - 2 \cdot \log x = 2 \cdot \log 2 + 2 \cdot \log 2 =$$

$$= 4 \cdot \log 2 = \log 2^4 = \log 16.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 372

Ako je funkcija f(x) zadana izrazom $f(x) = \log x + \log(2 \cdot x)$, onda je vrijednost izraza $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$ jednaka:

$$A.\ 2 \qquad B.\ 4 \qquad C.\ \log 4 \qquad D.\ \log 8$$

Rezultat: C.

Zadatak 373 (Tihomir, gimnazija)

Ako je $\log_3 x \cdot \log_x (2 \cdot x) \cdot \log_{2 \cdot x} y = \log_x x^2$ onda je y jednak:

$$A.\ 4 \qquad B.\ 9 \qquad C.\ 18 \qquad D.\ 27$$

Rješenje 373

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \atop \rightarrow \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log_b a = \frac{\log a}{\log b} \quad , \quad \log a^n = n \cdot \log a \quad , \quad \log_b b = 1 \quad , \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

$$\log f(x) = \log g(x) \;\Rightarrow\; f(x) = g(x).$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a \cdot n}{b \cdot n} = \frac{a}{b} \ , \ n \neq 0 \ , \ n \neq 1.$$

$$\log_3 x \cdot \log_x (2 \cdot x) \cdot \log_{2 \cdot x} y = \log_x x^2 \;\Rightarrow\; \frac{\log x}{\log 3} \cdot \frac{\log (2 \cdot x)}{\log x} \cdot \frac{\log y}{\log (2 \cdot x)} = 2 \cdot \log_x x \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\log x}{\log 3} \cdot \frac{\log (2 \cdot x)}{\log x} \cdot \frac{\log y}{\log (2 \cdot x)} = 2 \cdot 1 \;\Rightarrow\; \frac{\log y}{\log 3} = 2 \;\Rightarrow\; \frac{\log y}{\log 3} = 2 \ / \cdot \log 3 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log y = 2 \cdot \log 3 \;\Rightarrow\; \log y = \log 3^2 \;\Rightarrow\; \log y = \log 9 \;\Rightarrow\; y = 9.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 373

Ako je $\log_2 x \cdot \log_x (2 \cdot x) \cdot \log_{2 \cdot x} y = \log_x x^2$ onda je y jednak:

$$A.\ 4 \qquad B.\ 9 \qquad C.\ 18 \qquad D.\ 27$$

Rezultat: A.

Zadatak 374 (Max, gimnazija)

Apsolutna vrijednost razlike korijena jednadžbe $\left(10^{5-x}\right)^{6-x} = 100$ jednaka je:

$$A.\ 0 \qquad B.\ 5 \qquad C.\ 3 \qquad D.\ 6$$

Rješenje 374

Ponovimo!

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m} \quad , \quad a^{f(x)} = a^{g(x)} \;\Rightarrow\; f(x) = g(x) \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Množenje zagrada

$$(a+b)\cdot(c+d)=a\cdot c+a\cdot d+b\cdot c+b\cdot d.$$

Za realni broj x njegova je apsolutna vrijednost (modul) broj $|x|$ koji određujemo na ovaj način:

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geq 0 \\ -x, & x<0. \end{cases}$$

Ako je broj x pozitivan ili nula, tada je on jednak svojoj apsolutnoj vrijednosti. Za svaki x, $x \geq 0$, vrijedi $|x| = x$.

Ako je x negativan broj, njegova apsolutna vrijednost je suprotan broj – x koji je pozitivan. Za svaki x, $x < 0$, je $|x| = -x$.

$$\left(10^{5-x}\right)^{6-x}=100\ \Rightarrow\ 10^{(5-x)\cdot(6-x)}=10^{2}\ \Rightarrow\ (5-x)\cdot(6-x)=2\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 30-6\cdot x-5\cdot x+x^{2}=2\ \Rightarrow\ 30-6\cdot x-5\cdot x+x^{2}-2=0\ \Rightarrow\ x^{2}-11\cdot x+28=0\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x^{2}-11\cdot x+28=0 \\ a=1\ ,\ b=-11\ ,\ c=28 \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} a=1\ ,\ b=-11\ ,\ c=28 \\ x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^{2}-4\cdot a\cdot c}}{2\cdot a} \end{array}\right\}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{-(-11)\pm\sqrt{(-11)^{2}-4\cdot 1\cdot 28}}{2\cdot 1}\ \Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{11\pm\sqrt{121-112}}{2}\ \Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{11\pm\sqrt{9}}{2}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ x_{1,2}=\frac{11\pm 3}{2}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_{1}=\dfrac{11+3}{2} \\ x_{2}=\dfrac{11-3}{2} \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_{1}=\dfrac{14}{2} \\ x_{2}=\dfrac{8}{2} \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_{1}=\dfrac{14}{2} \\ x_{2}=\dfrac{8}{2} \end{array}\right\}\ \Rightarrow\ \left.\begin{array}{l} x_{1}=7 \\ x_{2}=4 \end{array}\right\}.$$

Apsolutna vrijednost razlike korijena (rješenja) jednadžbe iznosi:

$$\left|x_{2}-x_{1}\right|=|4-7|=|-3|=3.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 374

Apsolutna vrijednost razlike korijena jednadžbe $\left(10^{x-6}\right)^{x-5}=100$ jednaka je:

A. 0 *B.* 5 *C.* 3 *D.* 6

Rezultat: C.

Zadatak 375 (Max, gimnazija)

Broj realnih rješenja jednadžbe $10^{\log(x+3)}+10^{3}=10^{\log(x-3)}+10^{-3}$ jednak je:

A. 0 *B.* 1 *C.* 2 *D.* 4

Rješenje 375

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_{b} a=c \qquad \underset{\rightarrow}{\log_{b} a=b^{c}} \qquad a=b^{c}$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$10^{\log x} = x.$$

$$10^{\log(x+3)} + 10^{3} = 10^{\log(x-3)} + 10^{-3} \Rightarrow x + 3 + 1000 = x - 3 + 0.001 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 3 + 1000 = x - 3 + 0.001 \Rightarrow 3 + 1000 = -3 + 0.001 \Rightarrow 1003 \neq -2.999.$$

Dobije se netočna jednakost. Nema realnih brojeva za koje vrijedi zadana jednadžba.
Odgovor je pod A.

Vježba 375

Broj realnih rješenja jednadžbe $10^{\log(x+1)} + 10^{3} = 10^{\log(x-1)} + 10^{-3}$ jednak je:

$A.\ 0 \qquad B.\ 1 \qquad C.\ 2 \qquad D.\ 4$

Rezultat: C.

Zadatak 376 (Mirela, srednja škola)

Ako je $4 \cdot \log_4 x = 0$, onda je izraz $3 \cdot x + \log_2 \frac{1}{4}$ jednak:

$A.\ 2 \qquad B.\ -2 \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 3$

Rješenje 376

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$
$$\rightarrow$$

$$a^0 = 1 \quad , \quad \log_b f(x) = \log_b g(x) \Rightarrow f(x) = g(x) \quad , \quad \log_b 1 = 0 \quad , \quad a^1 = a.$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad , \quad \log_b a^n = n \cdot \log_b a \quad , \quad \log_b b = 1.$$

Iz $4 \cdot \log_4 x = 0$ slijedi:

1.inačica

$$4 \cdot \log_4 x = 0 \Rightarrow 4 \cdot \log_4 x = 0 \ /:4 \Rightarrow \log_4 x = 0 \Rightarrow x = 4^0 \Rightarrow x = 1.$$

2inačica

$$4 \cdot \log_4 x = 0 \Rightarrow 4 \cdot \log_4 x = 0 \ /:4 \Rightarrow \log_4 x = 0 \Rightarrow \log_4 x = \log_4 1 \Rightarrow x = 1.$$

Sada je:

$$3 \cdot x + \log_2 \frac{1}{4} = [\, x = 1 \,] = 3 \cdot 1 + \log_2 4^{-1} = 3 + (-1) \cdot \log_2 4 = 3 - \log_2 4 =$$

$$= 3 - \log_2 2^2 = 3 - 2 \cdot \log_2 2 = 3 - 2 \cdot 1 = 3 - 2 = 1.$$

Odgovor je pod C.

Vježba 376

Ako je $3 \cdot \log_4 x = 0,$ onda je izraz $4 \cdot x + \log_2 \frac{1}{4}$ jednak:

$$A.\ 2 \qquad B.\ -2 \qquad C.\ 1 \qquad D.\ 3$$

Rezultat: A.

Zadatak 377 (Mirela, srednja škola)

Rješenje jednadžbe $\log(x-3) = -2$ zadovoljava uvjet:

$$A.\ x \le 0 \qquad B.\ 0 < x \le 2 \qquad C.\ 2 < x \le 4 \qquad D.\ 4 < x \le 6$$

Rješenje 377

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

Dekadski logaritam
Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log 0.01 = -2 \quad , \quad \log f(x) = \log g(x) \Rightarrow f(x) = g(x).$$

1.inačica

$$\log(x-3) = -2 \Rightarrow x - 3 = 10^{-2} \Rightarrow x - 3 = 0.01 \Rightarrow x = 0.01 + 3 \Rightarrow x = 3.01.$$

Rješenje x = 3.01 zadovoljava uvjet $2 < x \le 4.$
Odgovor je pod C.

2.inačica

$$\log(x-3) = -2 \Rightarrow \log(x-3) = \log 0.01 \Rightarrow x - 3 = 0.01 \Rightarrow x = 0.01 + 3 \Rightarrow x = 3.01.$$

Rješenje x = 3.01 zadovoljava uvjet $2 < x \le 4.$
Odgovor je pod C.

Vježba 377

Rješenje jednadžbe $\log(x-4) = -2$ zadovoljava uvjet:

$$A.\ x \le 0 \qquad B.\ 0 < x \le 2 \qquad C.\ 2 < x \le 4 \qquad D.\ 4 < x \le 6$$

Rezultat: D.

Zadatak 378 (Mario, tehnička škola)

Koliko je x, ako je $\log_x 8 = -\frac{1}{3}$?

Rješenje 378

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.
Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^c \qquad a = b^c$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad , \quad n = \frac{n}{1} \quad , \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad , \quad \left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a.$$

$$a^1 = a \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m} \quad , \quad a = b \Rightarrow a^n = b^n.$$

1.inačica

$$\log_x 8 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x^{-\frac{1}{3}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{8}{1} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = \frac{1}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \text{potenciramo} \\ \text{brojem } 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = \frac{1}{8} \,/^{3} \Rightarrow \left(\sqrt[3]{x}\right)^3 = \left(\frac{1}{8}\right)^3 \Rightarrow x = \frac{1}{8^3} \Rightarrow x = 8^{-3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \left(2^3\right)^{-3} \Rightarrow x = 2^{-9}.$$

2.inačica

$$\log_x 8 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x^{-\frac{1}{3}} = 8 \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = 8 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{potenciramo} \\ \text{brojem } 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = 8 \,/^{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}\right)^3 = 8^3 \Rightarrow \frac{1}{\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^3} = \left(2^3\right)^3 \Rightarrow \frac{1}{x} = 2^9 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2^9}{1} \Rightarrow x = \frac{1}{2^9} \Rightarrow x = 2^{-9}.$$

3.inačica

$$\log_x 8 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x^{-\frac{1}{3}} = 8 \Rightarrow \begin{bmatrix} \text{potenciramo} \\ \text{brojem } -3 \end{bmatrix} \Rightarrow x^{-\frac{1}{3}} = 8 \,/^{-3} \Rightarrow \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{-3} = 8^{-3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 8^{-3} \Rightarrow x = \left(2^3\right)^{-3} \Rightarrow x = 2^{-9}.$$

Vježba 378

Koliko je x, ako je $\log_x 8 = -\frac{1}{2}$?

Rezultat: $x = 2^{-6}.$

Zadatak 379 (4A, TUPŠ)

Riješite jednadžbu $0.5^{2\cdot x-1} + 0.25^{x-1} = 48.$

Rješenje 379

Ponovimo!

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad , \quad a^1 = a \quad , \quad \left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m}.$$

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x) \quad , \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Decimalni broj piše se u obliku decimalnog razlomka tako da se u brojnik napiše zadani decimalni broj bez decimalne točke, a u nazivnik se napiše dekadska jedinica (10, 100, 1000, 10000, 100000, …)

koja ima toliko nula koliko decimalni broj ima decimala (znamenaka na decimalnom mjestu, tj. iza decimalne točke ili decimalnog zareza).
Skratiti razlomak znači brojnik i nazivnik tog razlomka podijeliti istim brojem različitim od nule i jedinice.

$$\frac{a\cdot n}{b\cdot n}=\frac{a}{b}\ ,\ n\neq 0\ ,\ n\neq 1.$$

Zakon distribucije množenja prema zbrajanju.

$$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c\quad ,\quad a\cdot b+a\cdot c=a\cdot(b+c).$$

1.inačica

$$0.5^{2\cdot x-1}+0.25^{x-1}=48\ \Rightarrow\ \left(\frac{5}{10}\right)^{2\cdot x-1}+\left(\frac{25}{100}\right)^{x-1}=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{5}{10}\right)^{2\cdot x-1}+\left(\frac{25}{100}\right)^{x-1}=48\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}+\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}+\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{x-1}=48\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-2}=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=48\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}\cdot 2=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}=48\ \Rightarrow\ 3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}=48\ \Rightarrow\ 3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}=48\ /:3\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}=16\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}=2^{4}\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}\ \Rightarrow\ 2\cdot x-1=-4\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 2\cdot x=-4+1\ \Rightarrow\ 2\cdot x=-3\ \Rightarrow\ 2\cdot x=-3\ /:2\ \Rightarrow\ x=-\frac{3}{2}=-1.5.$$

2.inačica

$$0.5^{2\cdot x-1}+0.25^{x-1}=48\ \Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+\left(0.5^{2}\right)^{x-1}=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+0.5^{2\cdot x-2}=48\ \Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+0.5^{2\cdot x-1}\cdot 0.5^{-1}=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+0.5^{2\cdot x-1}\cdot\left(\frac{5}{10}\right)^{-1}=48\ \Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+0.5^{2\cdot x-1}\cdot\frac{10}{5}=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+0.5^{2\cdot x-1}\cdot\frac{10}{5}=48\ \Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+0.5^{2\cdot x-1}\cdot 2=48\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}+2\cdot 0.5^{2\cdot x-1}=48\ \Rightarrow\ 3\cdot 0.5^{2\cdot x-1}=48\ \Rightarrow\ 3\cdot 0.5^{2\cdot x-1}=48\ /:3\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ 0.5^{2\cdot x-1}=16\ \Rightarrow\ \left(\frac{5}{10}\right)^{2\cdot x-1}=2^{4}\ \Rightarrow\ \left(\frac{5}{10}\right)^{2\cdot x-1}=2^{4}\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{2}\right)^{2\cdot x-1}=2^{4}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \left(2^{-1}\right)^{2\cdot x-1}=2^{4}\ \Rightarrow\ 2^{-2\cdot x+1}=2^{4}\ \Rightarrow\ -2\cdot x+1=4\ \Rightarrow\ -2\cdot x=4-1\ \Rightarrow\ -2\cdot x=3\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; -2 \cdot x = 3 \; /:(-2) \;\Rightarrow\; x = -\frac{3}{2} = -1.5.$$

Vježba 379

Riješite jednadžbu $0.5^{2 \cdot x - 1} + 4 \cdot 0.25^{x} = 48.$

Rezultat: $x = -\frac{3}{2}.$

Zadatak 380 (4A, TUPŠ)

Pacijent je dobio lijek protiv bolova. Količina lijeka K u organizmu, izražena u miligramima, opisana je formulom $K(t) = 2.5 \cdot 0.85^{t}$. Vrijeme t proteklo od trenutka dobivanja lijeka izraženo je u satima. Lijek prestaje djelovati kada je količina lijeka u organizmu manja od 1 mg. Nakon koliko će vremena lijek prestati djelovati?

Rješenje 380

Ponovimo!

Logaritam broja a po bazi b je broj c kojim treba potencirati bazu b da se dobije broj a.

Mnemotehničko pravilo za pamćenje osnovne veze eksponencijalne i logaritamske funkcije:

$$\log_b a = c \qquad \log_b a = b^{c} \;\rightarrow \qquad a = b^{c}$$

Dekadski logaritam

Logaritamska funkcija $\log_{10}$ označava se simbolom log. Broj $\log x$ zovemo dekadski, Briggsov ili obični logaritam.

$$\log_{10} x = \log x.$$

$$\log 1 = 0 \quad , \quad \log a^{n} = n \cdot \log a \quad , \quad \log(a \cdot b) = \log a + \log b.$$

1.inačica

$$\left.\begin{array}{l} K(t) = 2.5 \cdot 0.85^{t} \\ K(t) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2.5 \cdot 0.85^{t} = 1 \;\Rightarrow\; 2.5 \cdot 0.85^{t} = 1 \; /:2.5 \;\Rightarrow\; 0.85^{t} = 0.4 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array}\right] \Rightarrow 0.85^{t} = 0.4 \; / \log \;\Rightarrow\; \log 0.85^{t} = \log 0.4 \;\Rightarrow\; t \cdot \log 0.85 = \log 0.4 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; t \cdot \log 0.85 = \log 0.4 \; /: \log 0.85 \;\Rightarrow\; t = \frac{\log 0.4}{\log 0.85} \;\Rightarrow\; t = 5.64.$$

2.inačica

$$\left.\begin{array}{l} K(t) = 2.5 \cdot 0.85^{t} \\ K(t) = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 2.5 \cdot 0.85^{t} = 1 \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l} \text{logaritmiramo} \\ \text{jednadžbu} \end{array}\right] \Rightarrow 2.5 \cdot 0.85^{t} = 1 \; / \log \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; \log\left(2.5 \cdot 0.85^{t}\right) = \log 1 \;\Rightarrow\; \log 2.5 + \log 0.85^{t} = 0 \;\Rightarrow\; \log 2.5 + t \cdot \log 0.85 = 0 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; t \cdot \log 0.85 = -\log 2.5 \; \Rightarrow \; t \cdot \log 0.85 = -\log 2.5 \; /: \log 0.85 \; \Rightarrow \; t = -\frac{\log 2.5}{\log 0.85} \; \Rightarrow \; t = 5.64.$$

Vježba 380

Pacijent je dobio lijek protiv bolova. Količina lijeka K u organizmu, izražena u miligramima, opisana je formulom $K(t) = 2.5 \cdot 0.85^{t}$. Vrijeme t proteklo od trenutka dobivanja lijeka izraženo je u satima. Lijek prestaje djelovati kada je količina lijeka u organizmu manja od 0.001 g. Nakon koliko će vremena lijek prestati djelovati?

Rezultat: 5.64.