Zadatak 021 (Irma, gimnazija)

Riješite eksponencijalnu jednadžbu $2^x = 362$. (Rezultat zaokružite na jednu decimalu.)

Rješenje 021

1.inačica

Budući da jednadžba ima nepoznanicu u eksponentu, logaritmirat ćemo cijelu jednadžbu:

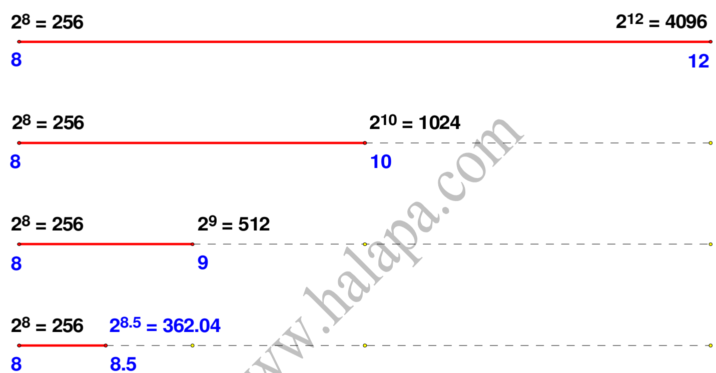
$$2^{x} = 372 \;/\log \;\Rightarrow\; \log 2^{x} = \log 362 \;\Rightarrow\; \left[\log a^{n} = n \cdot \log a\right] \;\Rightarrow\; x \cdot \log 2 = \log 362 \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\; x \cdot \log 2 = \log 362 \;/:\log 2 \;\Rightarrow\; x = \frac{\log 362}{\log 2} = 8.49985 \approx 8.5.$$

2.inačica

Jednadžbu možemo približno riješiti isprobavanjem različitih x ova u jednadžbi $2^x = 362$. Nakon određenog broja pokušaja, doći ćemo do približnog rješenja. Na primjer, prvi pokušaj može biti $x = 8$ pa nakon uvrštavanja zaključujemo da x treba biti veći od 8 jer je $2^8 = 256 < 362$. Ako pokušamo s $x = 12$ dobit ćemo veći rezultat jer je $2^{12} = 4096 > 362$. To nam govori da je traženi broj između 8 i 12 pa će naš idući pokušaj biti raspolavljanje tog segmenta [8, 12], tj. 10. Nakon uvrštavanja broja 10 postaje jasno nalazi li se traženi broj x u segmentu [8, 10] ili [10, 12]. Idući korak bit će raspolavljanje tog segmenta na dva dijela i tako dalje do željene točnosti. Ovakav postupak zove se metoda raspolavljanja.

Ilustracija cijelog postupka:



Vježba 021

Riješite eksponencijalnu jednadžbu $2^x = 5.66$. (Rezultat zaokružite na jednu decimalu.)

Rezultat: $x \approx 2.5$.

Zadatak 022 (1A, hotelijerska škola)

Koliko iznosi $5 \cdot 5^n$?

Rješenje 022

Potencije istih baza množimo tako da bazu prepišemo, a eksponente zbrojimo:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}.$$

Također vrijedi da je $a^1 = a$. Sada je:

$$5 \cdot 5^n = 5^1 \cdot 5^n = 5^{1+n} = 5^{n+1}.$$

Vježba 022

Koliko iznosi $3 \cdot 3^n$?

Rezultat: 3^{n+1}.

Zadatak 023 (1A, hotelijerska škola)

Izračunajte: $5 \cdot 3^n - 3^{n+1}$.

Rješenje 023

Ponovimo množenje potencija istih baza i zakon distribucije množenja prema zbrajanju:

- $a^{n+m} = a^n \cdot a^m$
- $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$.

Sada je:

$$5 \cdot 3^n - 3^{n+1} = 5 \cdot 3^n - 3^n \cdot 3^1 = 3^n \cdot (5 - 3) = 3^n \cdot 2 = 2 \cdot 3^n.$$

Vježba 023

Izračunajte: $7 \cdot 3^{n} - 3^{n+1}$.

Rezultat: $4 \cdot 3^{n}$.

Zadatak 024 (Rex, gimnazija)

Kolika je vrijednost izraza: $\left(\frac{1}{\log_{3/2} 2} - \frac{1}{\log_{2/3} 3}\right) \cdot \frac{1}{\log_2 3 + \log_2 2}$?

Rješenje 024

$$\left(\frac{1}{\log_{3/2} 2} - \frac{1}{\log_{2/3} 3}\right) \cdot \frac{1}{\log_2 3 + \log_2 2} = \left[\log_b a = \frac{1}{\log_a b}\ ,\ \log_b a + \log_b c = \log_b (a \cdot c)\right] =$$

$$= \left(\log_2 \frac{3}{2} - \log_3 \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{\log_2 6} = \left[\log_b \frac{a}{c} = \log_b a - \log_b c\right] = (\log_2 3 - \log_2 2 - \log_3 2 + \log_3 3) \cdot \frac{1}{\log_2 6} =$$

$$= [\log_b b = 1] = (\log_2 3 - 1 - \log_3 2 + 1) \cdot \frac{1}{\log_2 6} = (\log_2 3 - \log_3 2) \cdot \frac{1}{\log_2 6} = \frac{\log_2 3}{\log_2 6} - \frac{\log_3 2}{\log_2 6} =$$

$$= \left[\frac{\log_b a}{\log_b c} = \log_c a\right] = \log_6 3 - \log_3 2 \cdot \log_6 2 = \log_6 \frac{6}{2} - \log_3 2 \cdot \log_6 2 = \log_6 6 - \log_6 2 - \log_3 2 \cdot \log_6 2 =$$

$$= 1 - \log_6 2 \cdot (1 + \log_3 2) = 1 - \log_6 2 \cdot (\log_3 3 + \log_3 2) = 1 - \log_6 2 \cdot \log_3 6 = 1 - \frac{\log_6 2}{\log_6 3} = 1 - \log_3 2 =$$

$$= 1 - \frac{\log 2}{\log 3} = 1 - \frac{0.30103}{0.47712} = 0.36907.$$

Vježba 024

Kolika je vrijednost izraza: $\frac{\log_2 18 - \log_2 3}{\log_2 3 + \log_2 2}$?

Rezultat: 1.

Zadatak 025 (Marija, gimnazija)

Riješite jednadžbu $(\log x)^{\log x} = 1$.

Rješenje 025

Diskusija!

$$\left.\begin{matrix} x > 0 \\ \log x > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x > 0 \\ \log x > \log 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x > 0 \\ x > 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \in \langle 1, +\infty \rangle.$$

Logaritmiramo zadanu jednadžbu:

$$(\log x)^{\log x} = 1 \ /\log \Rightarrow \log(\log x)^{\log x} = \log 1 \Rightarrow \log x \cdot \log(\log x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x = 0 \text{ (nemoguće)} \\ \log(\log x) = 0 \Rightarrow \log(\log x) = \log 1 \Rightarrow \log x = 1 \Rightarrow \log x = \log 10 \Rightarrow x = 10. \end{cases}$$

Vježba 025

Riješite jednadžbu $(\log x)^2 = 1$.

Rezultat: $x_1 = 0.1, \quad x_2 = 10$.

Zadatak 026 (4A, hotelijerska škola)

Za rješenja jednadžbe $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{x}} = \frac{9}{4}$ vrijedi

A. zbroj rješenja je 5 B. zbroj rješenja je 1 C. umnožak rješenja je 1 D. zbroj rješenja je – 1
E. umnožak rješenja je 12

Rješenje 026

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{x}} = \frac{9}{4} \Rightarrow \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}\right] \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-x+1} \cdot \left(\left(\frac{3}{2}\right)^{3}\right)^{\frac{2}{x}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} \Rightarrow \left[\left(a^{n}\right)^{m} = a^{n \cdot m}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-x+1} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{6}{x}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} \Rightarrow \left[a^{n} \cdot a^{m} = a^{n+m}\right] \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{-x+1+\frac{6}{x}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)\right] \Rightarrow -x+1+\frac{6}{x} = 2 \; / \cdot x, \; x \neq 0 \Rightarrow -x^{2}+x+6 = 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^{2}+x-2x+6 = 0 \Rightarrow -x^{2}-x+6 = 0 \; / \cdot (-1) \Rightarrow x^{2}+x-6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -6 \end{cases}.$$

Ponovimo Vièteove formule:

$$ax^{2}+bx+c = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

Sada je:

$$x^{2}+x-6 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = -1 \quad , \quad x_1 \cdot x_2 = -6.$$

Odgovor je pod D.

Vježba 026

Za rješenja jednadžbe $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{x}} = \frac{9}{4}$ vrijedi

A. zbroj rješenja je 5 B. umnožak rješenja je 6 C. umnožak rješenja je 1
D. umnožak rješenja je – 6 E. umnožak rješenja je 12

Rezultat: Odgovor je pod D.

Zadatak 027 (Sanela, ekonomska škola)

Riješi jednadžbu: $\log_4 \log_2 x = 0.$

Rješenje 027

Diskusija!

$$\left.\begin{matrix} x > 0 \\ \log_2 x > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x > 0 \\ \log_2 x > \log_2 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} x > 0 \\ x > 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x > 1.$$

$$\log_4 \log_2 x = 0 \Rightarrow \left[\log_b 1 = 0\right] \Rightarrow \log_4 \log_2 x = \log_4 1 \Rightarrow \left[\log_b f(x) = \log_b g(x) \Rightarrow f(x) = g(x)\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2 x = 1 \Rightarrow \left[\log_b b = 1\right] \Rightarrow \log_2 x = \log_2 2 \Rightarrow x = 2.$$

Vježba 027

Riješi jednadžbu: $\log_2 \log_4 x = 0.$

Rezultat: x = 4.

Zadatak 028 (4A, hotelijerska škola)

Koliko rješenja u skupu realnih brojeva ima jednadžba $\log_2\left(x^2-1\right)=2+\log_2 x$?

Rješenje 028

$$\log_2\left(x^2-1\right)=2+\log_2 x \Rightarrow \left[\text{Diskusija! } x^2-1>0\ ,\ x>0 \Rightarrow x^2>1\ ,\ x>0 \Rightarrow x>0\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2\left(x^2-1\right)=\log_2 4+\log_2 x \Rightarrow \left[\log_b a+\log_b c=\log_b(a\cdot c)\right] \Rightarrow \log_2\left(x^2-1\right)=\log_2(4\cdot x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2-1=4x \Rightarrow x^2-4x-1=0 \Rightarrow x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{4\pm\sqrt{16+4}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{20}}{2}=\frac{4\pm 2\cdot\sqrt{5}}{2}=2\pm\sqrt{5}.$$

$$x_1=2+\sqrt{5}>0\ (\text{je rješenje}) \qquad , \qquad x_2=2-\sqrt{5}<0\ (\text{nije rješenje}).$$

Ima jedno rješenje.

Vježba 028

Koliko rješenja u skupu realnih brojeva ima jednadžba $\log_2\left(x^2-1\right)=1+\log_2 x$?

Rezultat: Ima jedno rješenje.

Zadatak 029 (Robert, tehnička škola)

Koliki je zbroj rješenja jednadžbe $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$?

Rješenje 029

$$4^x-12\cdot 2^x+32=0 \Rightarrow \left(2^2\right)^x-12\cdot 2^x+32=0 \Rightarrow \left(2^x\right)^2-12\cdot 2^x+32=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{c}\text{supstitucija}\\ t=2^x\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2-12\cdot t+32=0 \Rightarrow t_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{12\pm\sqrt{144-4\cdot 1\cdot 32}}{2\cdot 1}=\frac{12\pm\sqrt{144-128}}{2}=$$

$$=\frac{12\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{12\pm 4}{2} \Rightarrow t_1=\frac{12+4}{2}=\frac{16}{2}=8\ ,\ t_2=\frac{12-4}{2}=\frac{8}{2}=4.$$

Vraćamo se na supstituciju:

$$2^x=t \Rightarrow \begin{cases}2^{x_1}=t_1\\ 2^{x_2}=t_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2^{x_1}=8\\ 2^{x_2}=4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2^{x_1}=2^3\\ 2^{x_2}=2^2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_1=3\\ x_2=2\end{cases} \Rightarrow x_1+x_2=3+2=5.$$

Vježba 029

Koliki je umnožak rješenja jednadžbe $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$?

Rezultat: 6.

Zadatak 030 (Max, tehnička škola)

Koliko znamenaka ima broj 333^{333}?

Rješenje 030

Neka je n cijeli broj za koji vrijedi $n \le \log x < n + 1$. Ako je $n \ge 0$, tada x ima točno n + 1 znamenku prije decimalne točke.

Zadani broj označimo slovom x i logaritmiramo:

$$x=333^{333}\ /\log \Rightarrow \log x=\log 333^{333} \Rightarrow \log x=333\cdot\log 333 \Rightarrow \log x=\underbrace{839}_{n}.9739298.$$

Budući da je n = 839, zadani broj ima 840 znamenaka.

Vježba 030

Koliko znamenaka ima broj 222^{222}?

Rezultat: 521.

Zadatak 031 (Melita, gimnazija)

Ako je $\log\left(\sqrt{2005}+\sqrt{1995}\right)=n,$ kolika je vrijednost $\log\left(\sqrt{2005}-\sqrt{1995}\right)$?

$A.\ n-1 \qquad B.\ 1-n \qquad C.\ \frac{1}{n} \qquad D.\ n+1 \qquad E.$ ne može se odrediti

Rješenje 031

Stavimo $x=\log\left(\sqrt{2005}-\sqrt{1995}\right)$. Sada je:

$$\left.\begin{matrix} n=\log\left(\sqrt{2005}+\sqrt{1995}\right) \\ x=\log\left(\sqrt{2005}-\sqrt{1995}\right)\end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{bmatrix}\text{zbrajamo} \\ \text{jednakosti}\end{bmatrix} \Rightarrow n+x=\log\left(\sqrt{2005}+\sqrt{1995}\right)+\log\left(\sqrt{2005}-\sqrt{1995}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+x=\log\left[\left(\sqrt{2005}+\sqrt{1995}\right)\cdot\left(\sqrt{2005}-\sqrt{1995}\right)\right] \Rightarrow \begin{bmatrix}\text{razlika} \\ \text{kvadrata}\end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+x=\log\left[\left(\sqrt{2005}\right)^2-\left(\sqrt{1995}\right)^2\right] \Rightarrow n+x=\log\left(2005-1995\right) \Rightarrow n+x=\log 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n+x=1 \Rightarrow x=1-n.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 031

Ako je $\log\left(\sqrt{2005}+\sqrt{1905}\right)=n,$ kolika je vrijednost $\log\left(\sqrt{2005}-\sqrt{1905}\right)$?

Rezultat: x = 2 – n.

Zadatak 032 (Mia, gimnazija)

Koliko je $\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\log\frac{4}{5}+\ \ldots\ +\log\frac{n}{n+1}$?

Rješenje 032

1.inačica

Uporabit ćemo pravilo za logaritam količnika (kvocijenta):

$$\left.\begin{matrix} \log\frac{a}{b}=\log a-\log b \\ \log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\log\frac{4}{5}+\ \ldots\ +\log\frac{n}{n+1}=?\end{matrix}\right\} \Rightarrow \log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\log\frac{4}{5}+\ \ldots\ +\log\frac{n}{n+1}=$$

$$=\log 1-\log 2+\log 2-\log 3+\log 3-\log 4+\log 4-\log 5+\log 5-\ \ldots\ +\log n-\log\left(n+1\right)=\log 1-\log\left(n+1\right)=$$

$$=-\log\left(n+1\right)=\log\frac{1}{n+1}.$$

2.inačica

Primjenom pravila za logaritam produkta dobije se:

$$\left.\begin{matrix} \log a+\log b=\log\left(a\cdot b\right) \\ \log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\log\frac{4}{5}+\ \ldots\ +\log\frac{n}{n+1}=?\end{matrix}\right\} \Rightarrow \log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\log\frac{4}{5}+\ \ldots\ +\log\frac{n}{n+1}=$$

$$=\log\left[\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\ \ldots\ \cdot\frac{n}{n+1}\right]=\log\frac{1}{n+1}.$$

Vježba 032

Koliko je $\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+\ \ldots\ +\log\frac{10}{11}$?

Rezultat: $\log\frac{1}{11}.$

Zadatak 033 (Anamarija, hotelijerska škola)

Koliko je $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ ... \ \cdot \log_{n-1} n, \ n \in N, \ n \geq 3$?

Rješenje 033

1.inačica

Uporabit ćemo sljedeće svojstvo logaritma $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ pa sve logaritme zapišimo po bazi 2:

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ ... \ \cdot \log_{n-1} n = \log_2 3 \cdot \frac{\log_2 4}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_2 5}{\log_2 4} \cdot \ ... \ \cdot \frac{\log_2 n}{\log_2 (n-1)} = \log_2 n.$$

2.inačica

Uporabit ćemo sljedeće svojstvo logaritma $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$ pa sve logaritme zapišimo po bazi 10:

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ ... \ \cdot \log_{n-1} n = \frac{\log 3}{\log 2} \cdot \frac{\log 4}{\log 3} \cdot \frac{\log 5}{\log 4} \cdot \ ... \ \cdot \frac{\log n}{\log (n-1)} = \frac{\log n}{\log 2} = \log_2 n.$$

Vježba 033

Koliko je $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ ... \ \cdot \log_{63} 64$?

Rezultat: 6.

Zadatak 034 (Anamarija, hotelijerska škola)

Ako je $\log x + \log y = 3$, $\log^2 x + \log^2 y = 6$, koliko je $x^2 + y^2$?

Rješenje 034

Iz prve jednadžbe dobije se:

$$\log x + \log y = 3 \ \Rightarrow \ \log(x \cdot y) = 3 \ \Rightarrow \ x \cdot y = 1000.$$

Iz druge jednadžbe slijedi:

$$\log^2 x - \log^2 y = 6 \ \Rightarrow \ (\log x + \log y) \cdot (\log x - \log y) = 6 \ \Rightarrow \ 3 \cdot (\log x - \log y) = 6 \ /:3 \ \Rightarrow \ \log x - \log y = 2 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ \log \frac{x}{y} = 2 \ \Rightarrow \ \frac{x}{y} = 100 \ \Rightarrow \ x = 100 \cdot y.$$

Riješimo sustav:

$$\left. \begin{array}{l} x \cdot y = 1000 \\ x = 100 \cdot y \end{array} \right\} \Rightarrow 100 \cdot y \cdot y = 1000 \ \Rightarrow \ 100 \cdot y^2 = 1000 \ /:100 \ \Rightarrow \ y^2 = 10 \ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 100 \cdot y \ \Rightarrow \ x^2 = 10000 \cdot y^2 \\ y^2 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \ x^2 = 10000 \cdot 10 = 100000.$$

Rezultat je: $x^2 + y^2 = 100000 + 10 = 100010$.

Vježba 034

Ako je $\log x + \log y = 3$, $\log^2 x + \log^2 y = 6$, koliko je $x^2 - y^2$?

Rezultat: 99990.

Zadatak 035 (Anamarija, hotelijerska škola)

Koji uvjet zadovoljavaju brojevi a i b ako za svaki x > 0 vrijedi $\log_a x = 2 \cdot \log_b x$?

Rješenje 035

Pravilo: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$.

$$\log_a x = 2 \cdot \log_b x \ \Rightarrow \ \frac{1}{\log_x a} = \frac{2}{\log_x b} \ \Rightarrow \ \log_x b = 2 \cdot \log_x a \ \Rightarrow \ \log_x b = \log_x a^2 \ \Rightarrow \ b = a^2.$$

Vježba 035

Koji uvjet zadovoljavaju brojevi a i b ako za svaki x > 0 vrijedi $\log_a x = 5 \cdot \log_b x$?

Rezultat: $b = a^5.$

Zadatak 036 (Anamarija, hotelijerska škola)

Izračunati $\log_a \left(b^{c \cdot \log_b a} \right)$, gdje je a > 0, b > 0.

Rješenje 036

Pravilo: $\log_b a^n = n \cdot \log_b a.$

$$\log_a \left(b^{c \cdot \log_b a} \right) = c \cdot \log_b a \cdot \log_a b = c \cdot \left(\log_b a \cdot \log_a b \right) = c \cdot 1 = c.$$

Vježba 036

Izračunati $\log_a \left(b^{2 \cdot \log_b a} \right)$, gdje je a > 0, b > 0.

Rezultat: 2.

Zadatak 037 (Anamarija, hotelijerska škola)

Riješi jednadžbu: $\log_4 \left(\log_3 \left(\log_2 (x-1) \right) \right) = 0.$

Rješenje 037

Diskusija!

$$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1.$$

$$\log_4 \left(\log_3 \left(\log_2 (x-1) \right) \right) = 0 \Rightarrow \log_4 \left(\log_3 \left(\log_2 (x-1) \right) \right) = \log_4 1 \Rightarrow \log_3 \left(\log_2 (x-1) \right) = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_3 \left(\log_2 (x-1) \right) = \log_3 3 \Rightarrow \log_2 (x-1) = 3 \Rightarrow \log_2 (x-1) = \log_2 8 \Rightarrow x - 1 = 8 \Rightarrow x = 9.$$

Vježba 037

Riješi jednadžbu: $\log_4 \left(\log_3 \left(\log_2 x \right) \right) = 0.$

Rezultat: x = 8.

Zadatak 038 (Anamarija, hotelijerska škola)

Riješite jednadžbu: $\log 10 + \frac{1}{3} \cdot \log \left(271 + 3^{\sqrt{2x}} \right) = 2.$

Rješenje 038

$$\log 10 + \frac{1}{3} \cdot \log \left(271 + 3^{\sqrt{2x}} \right) = 2 \Rightarrow 1 + \frac{1}{3} \cdot \log \left(271 + 3^{\sqrt{2x}} \right) = 2 \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \log \left(271 + 3^{\sqrt{2x}} \right) = 2 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \log \left(271 + 3^{\sqrt{2x}} \right) = 1 \; / \cdot 3 \Rightarrow \log \left(271 + 3^{\sqrt{2x}} \right) = 3 \Rightarrow \log \left(271 + 3^{\sqrt{2x}} \right) = \log 1000 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 271 + 3^{\sqrt{2x}} = 1000 \Rightarrow 3^{\sqrt{2x}} = 1000 - 271 \Rightarrow 3^{\sqrt{2x}} = 729 \Rightarrow 3^{\sqrt{2x}} = 3^6 \Rightarrow \sqrt{2x} = 6 \; / \sqrt{\;} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x = 36 \; / : 2 \Rightarrow x = 18.$$

Vježba 038

Riješite jednadžbu: $\log 10 + \frac{1}{3} \cdot \log \left(271 + 3^{\sqrt{x}} \right) = 2.$

Rezultat: x = 36.

Zadatak 039 (Anamarija, hotelijerska škola)

Nađite x, ako je $\log_2 x = \frac{1}{2} \cdot \log_2 4 - 1.$

Rješenje 039

1.inačica

Diskusija!

$$x > 0.$$

$$\log_2 x = \frac{1}{2} \cdot \log_2 4 - 1 \Rightarrow \log_2 x = \frac{1}{2} \cdot \log_2 2^2 - 1 \Rightarrow \log_2 x = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \log_2 2 - 1 \Rightarrow \log_2 x = \log_2 2 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2 x = 1 - 1 \Rightarrow \log_2 x = 0 \Rightarrow \log_2 x = \log_2 1 \Rightarrow x = 1.$$

2.inačica

Diskusija!

$$x > 0.$$

$$\log_2 x = \frac{1}{2} \cdot \log_2 4 - 1 \Rightarrow \log_2 x = \log_2 4^{\frac{1}{2}} - 1 \Rightarrow \log_2 x = \log_2 2 - 1 \Rightarrow \log_2 x = 1 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_2 x = 0 \Rightarrow \log_2 x = \log_2 1 \Rightarrow x = 1.$$

Vježba 039

Nađite x, ako je $\log_2 (2x) = \frac{1}{2} \cdot \log_2 4 - 1.$

Rezultat: x = 0.5.

Zadatak 040 (Anamarija, hotelijerska škola)

Ako je $\log_3 7 = a$, $\log_9 25 = b$, nađite $\log_7 5$.

Rješenje 040

$$\left.\begin{array}{l} \log_3 7 = a \\ \log_9 25 = b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log_3 7 = a \\ \frac{\log_3 25}{\log_3 9} = b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log_3 7 = a \\ \frac{\log_3 5^2}{\log_3 3^2} = b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log_3 7 = a \\ \frac{2 \cdot \log_3 5}{2 \cdot \log_3 3} = b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log_3 7 = a \\ \frac{\log_3 5}{\log_3 3} = b \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \log_3 7 = a \\ \log_3 5 = b \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log_7 5 = \frac{\log_3 5}{\log_3 7} = \frac{b}{a}.$$

Vježba 040

Ako je $\log_3 7 = a$, $\log_9 25 = b$, nađite $\log_5 7$.

Rezultat: $\frac{a}{b}.$