

Zadatak 001 (Martina, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednačbu

$$\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3} = 2.$$

Rješenje 001

Iracionalna jednačba je jednačba u kojoj se nepoznanica pojavljuje pod znakom korijena (odnosno s nekim racionalnim eksponentom).

Uobičajna metoda rješavanja:

Kvadriramo jednačbu kako bismo je sveli na jednačbu bez korijena. Često je potrebno i više puta kvadrirati.

Pozor! Vrijednost izraza (radikanda) pod drugim korijenom mora biti uvijek pozitivna.

Dobivene rezultate uvijek moramo uvrstiti u početnu jednačbu kako bismo provjerili zadovoljavaju li oni zadanu jednačbu. Ako ne zadovoljavaju, odbacuju se.

1. inačica

Kvadriramo obje strane jednačbe

$$\begin{aligned}\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3} = 2 \quad / \quad 2 &\Rightarrow (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3})^2 = 2^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 + 2 \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-3} + (\sqrt{x-3})^2 = 4 &\Rightarrow \\ \Rightarrow x+1 + 2 \cdot \sqrt{(x+1) \cdot (x-3)} + x-3 = 4 &\Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot \sqrt{(x+1) \cdot (x-3)} = 4 - x - 1 - x + 3 &\Rightarrow 2 \cdot \sqrt{(x+1) \cdot (x-3)} = 6 - 2x \Rightarrow \\ \Rightarrow [\text{dijelimo brojem 2}] \Rightarrow 2 \cdot \sqrt{(x+1) \cdot (x-3)} = 6 - 2x &/ : 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{(x+1) \cdot (x-3)} = 3 - x.\end{aligned}$$

Iznovice kvadriramo

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+1) \cdot (x-3)} = 3 - x \quad / \quad 2 &\Rightarrow (\sqrt{(x+1) \cdot (x-3)})^2 = (3 - x)^2 \Rightarrow \\ (x+1) \cdot (x-3) = 9 - 6x + x^2 &\Rightarrow x^2 - 3x + x - 3 = 9 - 6x + x^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow -3x + x + 6x = 9 + 3 &\Rightarrow 4x = 12 \quad / : 4 \Rightarrow x = 3.\end{aligned}$$

Rezultat moramo uvrstiti u početnu jednačbu da bi se provjerilo je li on njezino rješenje. Za $x = 3$

$$\sqrt{3+1} + \sqrt{3-3} = 2 \Rightarrow \sqrt{4} + \sqrt{0} = 2 \Rightarrow 2 + 0 = 2 \Rightarrow 2 = 2.$$

Dakle, $x = 3$, jest rješenje.

2. inačica

Na lijevoj strani ostavimo jedan korijen, a drugi "prebacimo" na desnu stranu i kvadriramo.

$$\begin{aligned}\sqrt{x+1} + \sqrt{x-3} &= 2. \\ \sqrt{x+1} &= 2 - \sqrt{x-3}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{x+1} = 2 - \sqrt{x-3} \quad / \quad 2 &\Rightarrow x+1 = 4 - 4 \cdot \sqrt{x-3} + x-3 \Rightarrow \\ \Rightarrow [\text{ponovno korijen "prebacimo" na lijevu stranu}] &\Rightarrow \\ \Rightarrow 4 \cdot \sqrt{x-3} = 4 + x - 3 - x - 1 &\Rightarrow 4 \cdot \sqrt{x-3} = 0 \quad / : 4 \Rightarrow \sqrt{x-3} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{x-3} = 0 \quad / \quad 2 &\Rightarrow x-3 = 0 \Rightarrow x = 3.\end{aligned}$$

3. inačica

Koristimo se razlikom kvadrata:

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2.$$

Početnu jednačbu pomnožimo izrazom

$$\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}.$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1}+\sqrt{x-3} &= 2 \quad / \cdot (\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}) \Rightarrow \\ (\sqrt{x+1}+\sqrt{x-3}) \cdot (\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}) &= 2 \cdot (\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}) \Rightarrow \\ (\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{x-3})^2 &= 2 \cdot (\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}) \Rightarrow x+1-x+3 = 2 \cdot (\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}) \Rightarrow \\ \Rightarrow 4 &= 2 \cdot (\sqrt{x+1}-\sqrt{x-3}) \quad / : 2 \Rightarrow 2 = \sqrt{x+1}-\sqrt{x-3} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{x+1}-\sqrt{x-3} &= 2. \end{aligned}$$

Sada postoje dvije jednačbe:

$$\begin{aligned} \sqrt{x+1}+\sqrt{x-3} &= 2 \\ \sqrt{x+1}-\sqrt{x-3} &= 2. \end{aligned}$$

Zbrojimo ih:

$$2 \cdot \sqrt{x+1} = 4 \quad / : 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \quad / ^2 \Rightarrow x+1 = 4 \Rightarrow x = 3.$$

Vježba 001

Riješi iracionalnu jednačbu

$$\sqrt{x+8}+\sqrt{x-1} = 3.$$

Rezultat: 1.

Zadatak 002 (Snježana, hotelijerska škola)

Riješi iracionalnu jednačbu

$$\sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 2.$$

Rješenje 002

Iracionalna jednačba je jednačba u kojoj se nepoznanica pojavljuje pod znakom korijena (odnosno s nekim racionalnim eksponentom).

Uobičajna metoda rješavanja:

Kvadriramo jednačbu kako bismo je sveli na jednačbu bez korijena. Često je potrebno i više puta kvadrirati.

Pozor! Vrijednost drugog korijena je uvijek pozitivna.

Dobivene rezultate uvijek moramo uvrstiti u početnu jednačbu kako bismo provjerili zadovoljavaju li oni zadanu jednačbu. Ako ne zadovoljavaju, odbacuju se.

$$\begin{aligned} \sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 2 &\Rightarrow \sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 2 \quad / ^2 \Rightarrow x+\sqrt{x-4} = 4 \Rightarrow \sqrt{x-4} = 4-x \quad / ^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow x-4 &= 16-8x+x^2 \Rightarrow x^2-9x+20 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{81-80}}{2} = \frac{9 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{9+1}{2} = 5 \quad \text{i} \quad x_2 = \frac{9-1}{2} = 4. \end{aligned}$$

Provjera!

Ovi rezultati moraju se uvrstiti u početnu jednačbu da bi se provjerilo jesu li oni njezina rješenja.

$$\sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 2,$$

| | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| $\sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 2,$ $x_1 = 5$ | $\sqrt{x+\sqrt{x-4}} = 2,$ $x_2 = 4$ |
|--------------------------------------|--------------------------------------|

| | |
|--|--|
| $\sqrt{5+\sqrt{5-4}} = 2,$ $\sqrt{5+\sqrt{1}} = 2,$ $\sqrt{5+1} = 2,$ $\sqrt{6} \neq 2.$ $x_1 \text{ nije rješenje}$ | $\sqrt{4+\sqrt{4-4}} = 2,$ $\sqrt{4+\sqrt{0}} = 2,$ $\sqrt{4+0} = 2,$ $\sqrt{4} = 2,$ $2 = 2.$ $x_2 \text{ jest rješenje}$ |
|--|--|

Vježba 002

Riješi iracionalnu jednačbu

$$\sqrt{x+\sqrt{x-9}} = 3.$$

Rezultat: $x = 9.$

Zadatak 003 (Iva, hotelijerska škola)

Riješi iracionalnu jednačbu

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = \sqrt{4x+16}..$$

Rješenje 003

Iracionalna jednačba je jednačba u kojoj se nepoznanica pojavljuje pod znakom korijena (odnosno s nekim racionalnim eksponentom).

Uobičajna metoda rješavanja:

Kvadriramo jednačbu kako bismo je sveli na jednačbu bez korijena. Često je potrebno i više puta kvadrirati.

Pozor! Vrijednost drugog korijena je uvijek pozitivna.

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = \sqrt{4x+16}.$$

Postavimo uvjete:

$$x+4 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4, \quad 2x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}, \quad 4x+16 \geq 0 \Rightarrow x \geq -4.$$

Sada je:

$$\begin{aligned} \sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = \sqrt{4x+16} &\Rightarrow \sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = \sqrt{4 \cdot (x+4)} \Rightarrow [\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}] \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{x+4} &\Rightarrow \sqrt{x+4} + \sqrt{2x-1} = 2 \cdot \sqrt{x+4} \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 2 \cdot \sqrt{x+4} - \sqrt{x+4} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{2x-1} = \sqrt{x+4} & \quad / \sqrt{} \Rightarrow 2x-1 = x+4 \Rightarrow 2x-x = 4+1 \Rightarrow x=5. \end{aligned}$$

Uvjeti su ispunjeni pa je rješenje $x = 5.$

Vježba 003

Riješi iracionalnu jednačbu

$$\sqrt{9x+18} + \sqrt{x+2} = 4.$$

Rezultat: $-1.$

Zadatak 004 (Ivana, gimnazija)

Riješite jednačbu $\sqrt{4x+30} = 2\sqrt{x} + \sqrt{6}.$

Rješenje 004

Diskusija!

$$\left. \begin{array}{l} 4x+30 \geq 0 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq -\frac{15}{2} \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq 0.$$

Kvadriramo jednačbu:

$$\sqrt{4x+30} = 2\sqrt{x} + \sqrt{6} \quad /^2 \Rightarrow \left[(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \right] \Rightarrow 4x+30 = 4x + 4\sqrt{6x} + 6 \Rightarrow 4\sqrt{6x} = 24 \quad /:4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{6x} = 6 \quad /^2 \Rightarrow 6x = 36 \quad /:6 \Rightarrow x = 6.$$

Budući da je uvjet $x \geq 0$, znači rješenje je $x = 6$.

Vježba 004

Riješite jednadžbu $\sqrt{4x+15} = 2\sqrt{x} + \sqrt{3}$.

Rezultat: 3.

Zadatak 005 (Ivana, gimnazija)

Riješite jednadžbu $\sqrt{x+2} = 3 - \sqrt{x-1}$.

Rješenje 005

Diskusija!

$$\left. \begin{array}{l} x+2 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq -2 \\ x \geq 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow x \in [1, +\infty).$$

Dakle, rješenja jednadžbe mogu biti iz polusegmenta $[1, +\infty)$. Kvadriramo iracionalnu jednadžbu:

$$\sqrt{x+2} = 3 - \sqrt{x-1} \quad /^2 \Rightarrow \left[(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \right] \Rightarrow x+2 = 9 - 6\sqrt{x-1} + x-1 \Rightarrow 6\sqrt{x-1} = 9-1-2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{x-1} = 6 \quad /:6 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1 \quad /^2 \Rightarrow x-1=1 \Rightarrow x=2 \Rightarrow 2 \in [1, +\infty).$$

Budući da je uvjet $x \geq 1$, znači rješenje je $x = 2$.

Vježba 005

Riješite jednadžbu $\sqrt{x+2} = 3$.

Rezultat: 7.

Zadatak 006 (Ivana, gimnazija)

Nađite zbroj korijena jednadžbe $\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$.

Rješenje 006

Diskusija!

$$\left. \begin{array}{l} 4-x \geq 0 \\ 5+x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x \geq -4 \quad / \cdot (-1) \\ x \geq -5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \leq 4 \\ x \geq -5 \end{array} \right\} \Rightarrow x \in [-5, 4].$$

Dakle, rješenja jednadžbe mogu biti na segmentu $[-5, 4]$.

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3 \Rightarrow \sqrt{5+x} = 3 - \sqrt{4-x} \quad /^2 \Rightarrow \left[(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5+x = 9 - 6\sqrt{4-x} + 4-x \Rightarrow 6\sqrt{4-x} = 9+4-x-5-x \Rightarrow 6\sqrt{4-x} = 8-2x \quad /:2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{4-x} = 4-x \quad /^2 \Rightarrow 9(4-x) = 16-8x+x^2 \Rightarrow 36-9x-16+8x-x^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^2 - x + 20 = 0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow x_1, x_2 \in [-5, 4].$$

Rješenja jednadžbe su: $x_1 = 4$, $x_2 = -5$. Zbroj korijena glasi: $x_1 + x_2 = 4 - 5 = -1$.

Vježba 006

Nađite umnožak korijena jednadžbe $\sqrt{4-x} + \sqrt{5+x} = 3$.

Rezultat: -20.

Zadatak 007 (Ivana, gimnazija)Koliko rješenja ima nejednadžba $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x-5} \geq \sqrt{5-2x}$?**Rješenje 007**

Diskusija!

$$\left. \begin{array}{l} 2x+1 \geq 0 \\ 2x-5 \geq 0 \\ 5-2x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x \geq -1 \text{ /:}2 \\ 2x \geq 5 \text{ /:}2 \\ -2x \geq -5 \text{ /:}(-2) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq \frac{5}{2} \\ x \leq \frac{5}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{5}{2}.$$

Dakle, rješenje nejednadžbe može biti samo broj $x = \frac{5}{2}$. Provjera:

$$\sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} + 1} + \sqrt{2 \cdot \frac{5}{2} - 5} \geq \sqrt{5 - 2 \cdot \frac{5}{2}} \Rightarrow \sqrt{5+1} + \sqrt{5-5} \geq \sqrt{5-5} \Rightarrow \sqrt{6} + 0 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{6} \geq 0.$$

Nejednadžba ima jedno rješenje.

Vježba 007Koliko rješenja ima nejednadžba $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-5} \geq \sqrt{5-x}$?**Rezultat:** Ima jedno rješenje.**Zadatak 008 (Mix, hotelijerska škola)**Riješi iracionalnu jednadžbu: $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-1} = 1$.**Rješenje 008**Uvedemo supstituciju $y = \sqrt{x-1}$ pa jednadžba poprima oblik:

$$\left. \begin{array}{l} y = \sqrt{x-1} \\ x = y^2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow y + \sqrt{y^2 + 1 - 2} \cdot y = 1 \Rightarrow y + \sqrt{(y-1)^2} = 1 \Rightarrow y + |y-1| = 1.$$

Zbog $y-1 \geq 0 \Rightarrow y \geq 1$ slijedi:

$$y + y - 1 = 1 \Rightarrow 2 \cdot y = 2 \Rightarrow y = 1.$$

Rješenje jednadžbe glasi:

$$\left. \begin{array}{l} x = y^2 + 1 \\ y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 1^2 + 1 = 2.$$

Vježba 008Riješi iracionalnu jednadžbu: $2 \cdot \sqrt{x-1} - 10 = 0$.**Rezultat:** $x = 26$.**Zadatak 009 (Mix, hotelijerska škola)**Riješi iracionalnu jednadžbu: $x^{\frac{1}{4}} + 2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = 3$.**Rješenje 009**Uvedemo supstituciju $t = x^{\frac{1}{4}}$ pa jednadžba poprima oblik:

$$\left. \begin{array}{l} t = x^{\frac{1}{4}} \\ t^2 = x^{\frac{1}{2}} \end{array} \right\} \Rightarrow t + 2 \cdot t^2 = 3 \Rightarrow 2 \cdot t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{2 \cdot 2} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{-1+5}{4} = 1 \\ t_2 = \frac{-1-5}{4} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Rješenje glasi:

$$x^{\frac{1}{4}} = t \Rightarrow x^{\frac{1}{4}} = 1 / ^4 \Rightarrow x = 1 \text{ (rješenje)} \quad , \quad x^{\frac{1}{4}} = t \Rightarrow x^{\frac{1}{4}} = -\frac{3}{2} \text{ (nema smisla).}$$

Vježba 009

Riješi iracionalnu jednačbu: $x^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot x = 3$.

Rezultat: $x = 1$.

Zadatak 010 (Anita, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednačbu: $\sqrt{x^2 - 9} + x^2 - 9 = 20$.

Rješenje 010

$$\sqrt{x^2 - 9} + x^2 - 9 = 20 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{substitucija} \\ t = \sqrt{x^2 - 9} \Rightarrow t^2 = x^2 - 9 \end{array} \right] \Rightarrow t + t^2 = 20 \Rightarrow t^2 + t - 20 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{-1+9}{2} = 4 \\ t_2 = \frac{-1-9}{2} = -5 \text{ (nema smisla).} \end{cases}$$

Sada računamo x:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - 9} = t \\ t = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 9} = 4 / ^2 \Rightarrow x^2 - 9 = 16 \Rightarrow x^2 = 25 / \sqrt{} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

Provjera!

Ovi rezultati moraju se uvrstiti u početnu jednačbu da bi se provjerilo jesu li oni njezina rješenja.

$$\sqrt{x^2 - 9} + x^2 - 9 = 20.$$

| | |
|---|---|
| $\sqrt{x^2 - 9} + x^2 - 9 = 20.$ $x_1 = 5$ | $\sqrt{x^2 - 9} + x^2 - 9 = 20.$ $x_2 = -5$ |
| $\sqrt{5^2 - 9} + 5^2 - 9 = 20.$ $\sqrt{16} + 16 = 20.$ $4 + 16 = 20$ $20 = 20$ $x_1 \text{ je rješenje}$ | $\sqrt{(-5)^2 - 9} + (-5)^2 - 9 = 20.$ $\sqrt{16} + 16 = 20.$ $4 + 16 = 20$ $20 = 20$ $x_2 \text{ je rješenje}$ |

Rješenja jednačbe su: $x_1 = 5$ i $x_2 = -5$.

Vježba 010

Riješi iracionalnu jednačbu: $\sqrt{x^2 - 9} + x^2 - 9 = 0$.

Rezultat: $x = 3$.

Zadatak 011 (Anita, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednađbu: $\sqrt{12-x} \cdot \sqrt{x^2-8} = 3$.

Rješenje 011

$$\begin{aligned} \sqrt{12-x} \cdot \sqrt{x^2-8} = 3 &\Rightarrow \sqrt{12-x} \cdot \sqrt{x^2-8} = 3 / 2 \Rightarrow 12-x \cdot \sqrt{x^2-8} = 9 \Rightarrow -x \cdot \sqrt{x^2-8} = 9-12 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -x \cdot \sqrt{x^2-8} = -3 / \cdot (-1) \Rightarrow x \cdot \sqrt{x^2-8} = 3 / 2 \Rightarrow x^2 \cdot (x^2-8) = 9 \Rightarrow x^4 - 8x^2 - 9 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{bikvadratna jednađba} \\ \text{supstitucija: } t = x^2, \quad t^2 = x^4 \end{array} \right] \Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \\ &= \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{8 \pm 10}{2} = \begin{cases} t_1 = \frac{8+10}{2} = 9 \\ t_2 = \frac{8-10}{2} = -1 \text{ (nema smisla)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Sada računamo x:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 = t \\ t = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 = 9 / \sqrt{\quad} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -3. \end{cases}$$

Provjera!

Ovi rezultati moraju se uvrstiti u početnu jednađbu da bi se provjerilo jesu li oni njezina rješenja.

$$\sqrt{12-x} \cdot \sqrt{x^2-8} = 3.$$

| | |
|---|---|
| $\sqrt{12-x} \cdot \sqrt{x^2-8} = 3$ $x_1 = 3$ | $\sqrt{12-x} \cdot \sqrt{x^2-8} = 3$ $x_2 = -3$ |
| $\sqrt{12-3} \cdot \sqrt{3^2-8} = 3$ $\sqrt{12-3} \cdot 1 = 3$ $\sqrt{9} = 3$ $3 = 3$ $x_1 \text{ je rješenje}$ | $\sqrt{12+3} \cdot \sqrt{(-3)^2-8} = 3$ $\sqrt{12+3} \cdot \sqrt{9-8} = 3$ $\sqrt{12+3} \cdot 1 = 3$ $\sqrt{15} \neq 3$ $x_2 \text{ nije rješenje}$ |

Rješenje jednađbe je: $x_1 = 3$.

Vježba 011

Riješi iracionalnu jednađbu: $\sqrt{12-\sqrt{x^2-7}} = 3$.

Rezultat: Rješenja jednađbe su: $x_1 = 4$ i $x_2 = -4$.

Zadatak 012 (Anita, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednađbu: $x^2 - 2 \cdot x + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 6$.

Rješenje 012

$$\begin{aligned} x^2 - 2 \cdot x + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 6 &\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x + 6 - 6 + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 6 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x + 6 + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 6 + 6 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x + 6 + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 12 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[t = \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} \Rightarrow t^2 = x^2 - 2 \cdot x + 6 \right] \Rightarrow t^2 + t = 12 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2} = \begin{cases} t_1 = \frac{-1+7}{2} = 3 \\ t_2 = \frac{-1-7}{2} = -4 \text{ (nema smisla)} \end{cases}$$

Sada računamo x:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = t \\ t = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 3 / ^2 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x + 6 = 9 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 - 2 \cdot x + 6 = 9 \Rightarrow x^2 - 2 \cdot x - 3 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} =$$

$$= \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{2+4}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{2-4}{2} = -1. \end{cases}$$

Provjera!

Ovi rezultati moraju se uvrstiti u početnu jednadžbu da bi se provjerilo jesu li oni njezina rješenja.

$$x^2 - 2 \cdot x + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 6.$$

| | |
|---|---|
| $x^2 - 2 \cdot x + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 6$ $x_1 = 3$ | $x^2 - 2 \cdot x + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 6} = 6$ $x_2 = -1$ |
| $3^2 - 2 \cdot 3 + \sqrt{3^2 - 2 \cdot 3 + 6} = 6$ $9 - 6 + \sqrt{9 - 6 + 6} = 6$ $3 + 3 = 6$ $6 = 6$ $x_1 \text{ je rješenje}$ | $(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + \sqrt{(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 6} = 6$ $1 + 2 + \sqrt{1 + 2 + 6} = 6$ $3 + 3 = 6$ $6 = 6$ $x_2 \text{ je rješenje}$ |

Rješenja jednadžbe su: $x_1 = 3$ i $x_2 = -1$.

Vježba 012

Riješi iracionalnu jednadžbu: $x^2 - 2 \cdot x + \sqrt{x^2 - 2 \cdot x + 9} = 3$.

Rezultat: Rješenja jednadžbe su: $x_1 = 0$ i $x_2 = 2$.

Zadatak 013 (Anita, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednadžbu: $\sqrt{25 - x^2} = 7 - x$.

Rješenje 013

$$\sqrt{25 - x^2} = 7 - x \Rightarrow \left[(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \right] \Rightarrow \sqrt{25 - x^2} = 7 - x / ^2 \Rightarrow 25 - x^2 = 49 - 14 \cdot x + x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25 - x^2 - 49 + 14 \cdot x - x^2 = 0 \Rightarrow -2 \cdot x^2 + 14 \cdot x - 24 = 0 \quad /: (-2) \Rightarrow x^2 - 7 \cdot x + 12 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} \Rightarrow x_1 = \frac{7+1}{2} = 4, \quad x_2 = \frac{7-1}{2} = 3.$$

Provjera!

Ovi rezultati moraju se uvrstiti u početnu jednadžbu da bi se provjerilo jesu li oni njezina rješenja.

$$\sqrt{25-x^2} = 7-x.$$

| | |
|---|---|
| $\sqrt{25-x^2} = 7-x.$ $x_1 = 4$ | $\sqrt{25-x^2} = 7-x.$ $x_2 = 3$ |
| $\sqrt{25-4^2} = 7-4$ $\sqrt{25-16} = 3$ $\sqrt{9} = 3$ $3 = 3$ $x_1 \text{ je rješenje}$ | $\sqrt{25-3^2} = 7-3$ $\sqrt{25-9} = 7-3$ $\sqrt{16} = 4$ $4 = 4$ $x_2 \text{ je rješenje}$ |

Rješenja jednadžbe su: $x_1 = 4$ i $x_2 = 3$.

Vježba 013

Riješi iracionalnu jednadžbu: $\sqrt{20-x^2} = 6-x$.

Rezultat: Rješenja jednadžbe su: $x_1 = 4$ i $x_2 = 2$.

Zadatak 014 (Anita, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednadžbu: $\sqrt{5+\sqrt[3]{x}} + \sqrt{5-\sqrt[3]{x}} = 3\sqrt{x}$.

Rješenje 014

$$\begin{aligned} \sqrt{5+\sqrt[3]{x}} + \sqrt{5-\sqrt[3]{x}} = 3\sqrt{x} &\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{supstitucija} \\ t = \sqrt[3]{x} \end{array} \right] \Rightarrow \sqrt{5+t} + \sqrt{5-t} = t / 2 \Rightarrow \left[(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow 5+t+2 \cdot \sqrt{5+t} \cdot \sqrt{5-t} + 5-t = t^2 \Rightarrow 10+2 \cdot \sqrt{25-t^2} = t^2 \Rightarrow 2 \cdot \sqrt{25-t^2} = t^2 - 10 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 \right] \Rightarrow 4 \cdot (25-t^2) = t^4 - 20 \cdot t^2 + 100 \Rightarrow 100 - 4 \cdot t^2 = t^4 - 20 \cdot t^2 + 100 \Rightarrow \\ &\Rightarrow t^4 - 16 \cdot t^2 = 0 \Rightarrow t^2 \cdot (t^2 - 16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t^2 = 0 \\ t^2 - 16 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (nema smisla)} \\ t^2 = 16 / \sqrt{} \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 4 \\ t_2 = -4 \text{ (nema smisla)}. \end{cases} \end{aligned}$$

Sada računamo x:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt[3]{x} = t \\ t = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt[3]{x} = 4 / 3 \Rightarrow x = 64.$$

Provjera!

Ovaj rezultat mora se uvrstiti u početnu jednadžbu da bi se provjerilo je li on njezino rješenje.

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{5+\sqrt[3]{x}} + \sqrt{5-\sqrt[3]{x}} = 3\sqrt{x} \\ x = 64 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{5+\sqrt[3]{64}} + \sqrt{5-\sqrt[3]{64}} = 3\sqrt{64} \Rightarrow \sqrt{5+4} + \sqrt{5-4} = 4 \Rightarrow 3+1=4 \Rightarrow 4=4.$$

Rješenje jednadžbe je $x = 64$.

Vježba 014

Riješi iracionalnu jednađbu: $\sqrt{4+\sqrt{x}} + \sqrt{4-\sqrt{x}} = 4$.

Rezultat: Rješenje jednađbe je: $x = 0$.

Zadatak 015 (Anita, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednađbu: $3 \cdot \sqrt{x-2} - 2 \cdot \sqrt{x-5} = \sqrt{3 \cdot x - 2}$.

Rješenje 015

$$\begin{aligned}
3 \cdot \sqrt{x-2} - 2 \cdot \sqrt{x-5} &= \sqrt{3 \cdot x - 2} \Rightarrow [(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2] \Rightarrow 3 \cdot \sqrt{x-2} - 2 \cdot \sqrt{x-5} = \sqrt{3 \cdot x - 2} \quad /^2 \Rightarrow \\
\Rightarrow 9 \cdot (x-2) - 12 \cdot \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-5} + 4 \cdot (x-5) &= 3 \cdot x - 2 \Rightarrow 9 \cdot x - 18 - 12 \cdot \sqrt{(x-2) \cdot (x-5)} + 4 \cdot x - 20 = 3 \cdot x - 2 \Rightarrow \\
\Rightarrow 9 \cdot x - 18 + 4 \cdot x - 20 - 3 \cdot x + 2 &= 12 \cdot \sqrt{(x-2) \cdot (x-5)} \Rightarrow 10 \cdot x - 36 = 12 \cdot \sqrt{(x-2) \cdot (x-5)} \quad /:2 \Rightarrow \\
\Rightarrow 5 \cdot x - 18 &= 6 \cdot \sqrt{(x-2) \cdot (x-5)} \quad /^2 \Rightarrow 25 \cdot x^2 - 180 \cdot x + 324 = 36 \cdot (x-2) \cdot (x-5) \Rightarrow \\
\Rightarrow 25 \cdot x^2 - 180 \cdot x + 324 &= 36 \cdot (x^2 - 5 \cdot x - 2 \cdot x + 10) \Rightarrow 25 \cdot x^2 - 180 \cdot x + 324 = 36 \cdot x^2 - 180 \cdot x - 72 \cdot x + 360 \Rightarrow \\
\Rightarrow 25 \cdot x^2 + 324 &= 36 \cdot x^2 - 72 \cdot x + 360 \Rightarrow 25 \cdot x^2 + 324 - 36 \cdot x^2 + 72 \cdot x - 360 = 0 \Rightarrow -11 \cdot x^2 + 72 \cdot x - 36 = 0 \Rightarrow \\
\Rightarrow -11 \cdot x^2 + 72 \cdot x - 36 &= 0 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow 11 \cdot x^2 - 72 \cdot x + 36 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{72 \pm \sqrt{72^2 - 4 \cdot 11 \cdot 36}}{2 \cdot 11} = \\
&= \frac{72 \pm \sqrt{3600}}{22} = \frac{72 \pm 60}{22} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{72+60}{22} = \frac{132}{22} = 6 \\ t_2 = \frac{72-60}{22} = \frac{12}{22} = \frac{6}{11} \end{cases}
\end{aligned}$$

Pozor! Vrijednost izraza (radikanda) pod drugim korijenom mora biti uvijek pozitivna.

Uvjeti zadatka su:

$$\left. \begin{array}{l} x-2 \geq 0 \\ x-5 \geq 0 \\ 3 \cdot x-2 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \geq 5 \\ x \geq \frac{2}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq 5.$$

Zbog uvjeta rješenje je $x = 6$.

Vježba 015

Riješi iracionalnu jednađbu: $2 \cdot \sqrt{x-1} = \sqrt{3 \cdot x+1}$.

Rezultat: Rješenje jednađbe je: $x = 5$.

Zadatak 016 (4a, hotelijerska škola)

Riješi iracionalnu jednađbu: $(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x + (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 4$.

Rješenje 016

Uočimo da je umnožak korijena jednak 1:

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3}) \cdot (2-\sqrt{3})} = \sqrt{4-3} = \sqrt{1} = 1.$$

Zato vrijedi:

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x \cdot (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{supstitucija} \\ (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = t \Rightarrow (\sqrt{2-\sqrt{3}})^x = \frac{1}{t} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$t + \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4 \cdot t + 1 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 1}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm 2 \cdot \sqrt{3}}{2} =$$

$$= 2 \pm \sqrt{3}.$$

Rješenja su:

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = t \\ t = 2 + \sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 2 + \sqrt{3} \quad / \quad 2 \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^{2 \cdot x} = (2 + \sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2 + \sqrt{3})^x = (2 + \sqrt{3})^2 \Rightarrow x_1 = 2,$$

$$\left. \begin{array}{l} (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = t \\ t = 2 - \sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = (2 + \sqrt{3})^{-1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^x = (2 + \sqrt{3})^{-1} \quad / \quad 2 \Rightarrow (\sqrt{2+\sqrt{3}})^{2 \cdot x} = (2 + \sqrt{3})^{-2} \Rightarrow (2 + \sqrt{3})^x = (2 + \sqrt{3})^{-2} \Rightarrow x_2 = -2.$$

Vježba 016

Riješi iracionalnu jednačbu: $(\sqrt{3+2 \cdot \sqrt{2}})^x + (\sqrt{3-2 \cdot \sqrt{2}})^x = 6.$

Rezultat: Rješenje jednačbe je: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$.

Zadatak 017 (Marija, gimnazija)

Riješi iracionalnu jednačbu: $\sqrt{5 \cdot x + 7} - \sqrt{2 \cdot x + 3} = \sqrt{3 \cdot x + 4}.$

Rješenje 017

Pozor! Vrijednost drugog korijena je uvijek pozitivna. Postavimo uvjete:

$$\left. \begin{array}{l} 5 \cdot x + 7 \geq 0 \\ 2 \cdot x + 3 \geq 0 \\ 3 \cdot x + 4 \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq -\frac{3}{2} \left. \begin{array}{l} x \geq -\frac{7}{5} \\ x \geq -\frac{4}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq -\frac{4}{3}.$$

Tražimo rješenje jednačbe:

$$\sqrt{5 \cdot x + 7} - \sqrt{2 \cdot x + 3} = \sqrt{3 \cdot x + 4} \Rightarrow \sqrt{5 \cdot x + 7} - \sqrt{2 \cdot x + 3} = \sqrt{3 \cdot x + 4} \quad / \quad 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot x + 7 - 2 \cdot \sqrt{5 \cdot x + 7} \cdot \sqrt{2 \cdot x + 3} + 2 \cdot x + 3 = 3 \cdot x + 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot \sqrt{(5 \cdot x + 7) \cdot (2 \cdot x + 3)} = 3 \cdot x + 4 - 5 \cdot x - 7 - 2 \cdot x - 3 \Rightarrow -2 \cdot \sqrt{(5 \cdot x + 7) \cdot (2 \cdot x + 3)} = -4 \cdot x - 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2 \cdot \sqrt{(5 \cdot x + 7) \cdot (2 \cdot x + 3)} = -4 \cdot x - 6 \quad / \quad (-2) \Rightarrow \sqrt{(5 \cdot x + 7) \cdot (2 \cdot x + 3)} = 2 \cdot x + 3 \quad / \quad 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (5 \cdot x + 7) \cdot (2 \cdot x + 3) = (2 \cdot x + 3)^2 \Rightarrow (5 \cdot x + 7) \cdot (2 \cdot x + 3) - (2 \cdot x + 3)^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{izlučimo} \\ 2 \cdot x + 3 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (2 \cdot x + 3) \cdot (5 \cdot x + 7 - 2 \cdot x - 3) = 0 \Rightarrow (2 \cdot x + 3) \cdot (3 \cdot x + 4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot x + 3 = 0 \\ 3 \cdot x + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \text{ (nije rješenje zbog uvjeta)} \\ x = -\frac{4}{3} \text{ (je rješenje)}. \end{cases}$$

Vježba 017

Riješi iracionalnu jednačbu: $\sqrt{2 \cdot x + 5} - \sqrt{x - 15} = 0$.

Rezultat: $x = 10$.

Zadatak 018 (Marija, gimnazija)

Koliki je zbroj rješenja jednačbe: $\sqrt{x^2 + x - 2} + x^2 + x - 2 = 6$?

Rješenje 018

$$\sqrt{x^2 + x - 2} + x^2 + x - 2 = 6 \Rightarrow \begin{cases} \text{supstitucija} \\ t = \sqrt{x^2 + x - 2} \\ t^2 = x^2 + x - 2 \end{cases} \Rightarrow t + t^2 = 6 \Rightarrow t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} =$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{-1 + 5}{2} = 2 \\ t_2 = \frac{-1 - 5}{2} = -3 \text{ (nema rješenja, } \sqrt{a} \geq 0 \text{)}. \end{cases}$$

Tražimo rješenja zadane jednačbe:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x^2 + x - 2} = t \\ t = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{x^2 + x - 2} = 2 \quad / \quad 2 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 4 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -3. \end{cases}$$

Provjera!

Ovi rezultati moraju se uvrstiti u početnu jednačbu da bi se provjerilo jesu li oni njezina rješenja.

$$\sqrt{x^2 + x - 2} + x^2 + x - 2 = 6$$

| | |
|---|--|
| $\sqrt{x^2 + x - 2} + x^2 + x - 2 = 6$ $x_1 = 2$ | $\sqrt{x^2 + x - 2} + x^2 + x - 2 = 6$ $x_2 = -3$ |
| $\sqrt{2^2 + 2 - 2} + 2^2 + 2 - 2 = 6$ $\sqrt{4} + 4 = 6$ $2 + 4 = 6$ $6 = 6$ $x_1 \text{ je rješenje}$ | $\sqrt{(-3)^2 - 3 - 2} + (-3)^2 - 3 - 2 = 6$ $\sqrt{9 - 5} + 9 - 5 = 6$ $\sqrt{4} + 4 = 6$ $2 + 4 = 6$ $6 = 6$ $x_2 \text{ je rješenje}$ |

Zbroj rješenja jednačbe je: $x_1 + x_2 = 2 - 3 = -1$.

Vježba 018

Koliki je zbroj rješenja jednačbe: $\sqrt{x - 1} + x - 1 = 12$?

Rezultat: 10.

Zadatak 019 (Anamarija, hotelijerska škola)Riješi jednađbu $\sqrt{x^2 - x + 1} = x$.**Rješenje 019**

Ponovimo!

Jednađba $\sqrt{f(x)} = g(x)$ ekvivalentna je sustavu $\begin{cases} f(x) = [g(x)]^2 \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$

Zadana je jednađba ekvivalentna sustavu:

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - x + 1} = x \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \sqrt{x^2 - x + 1} = x / 2 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x^2 - x + 1 = x^2 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x + 1 = 0 \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x = -1 / \cdot (-1) \\ x \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 1 \\ x \geq 0 \end{array} \right\}.$$

Budući da je $1 \geq 0$, zaključujemo da je $x = 1$ rješenje početne jednađbe.**Vježba 019**Riješi jednađbu $\sqrt{x^2 + x + 1} = x$.**Rezultat:** Nema rješenja.**Zadatak 020 (Anamarija, hotelijerska škola)**Riješi jednađbu $\sqrt[3]{3x-1} = 2$.**Rješenje 020**

$$\sqrt[3]{3x-1} = 2 \Rightarrow \sqrt[3]{3x-1} = 2 / 3 \Rightarrow 3x-1 = 2^3 \Rightarrow 3x-1 = 8 \Rightarrow 3x = 9 / :3 \Rightarrow x = 3.$$

Vježba 020Riješi jednađbu $\sqrt[6]{2x+1} = 1$.**Rezultat:** $x = 0$.