

I.

Zadatak 091 (Biba, gimnazija)

Kojom se brzinom giba čestica, ako joj je ukupna relativistička energija dva puta veća od energije mirovanja? (brzina svjetlosti u praznini c)

Rješenje 091

$$E = 2 \cdot E_0, \quad c, \quad v = ?$$

Jedan je od osnovnih rezultata specijalne teorije relativnosti promjena mase i brzine. Masa tijela koje se giba veća je od mase tijela koje miruje.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

gdje je m masa u gibanju, m_0 masa mirovanja, v brzina tijela, c brzina svjetlosti. Općenito, masa tijela m i energija povezane su relacijom

$$E = m \cdot c^2.$$



Ukupna relativistička energija čestice je

$$E = m \cdot c^2,$$

gdje je m masa čestice u gibanju.

Energija čestice u mirovanju je

$$E = m_0 \cdot c^2,$$

gdje je m_0 masa čestice u mirovanju. Prema uvjetu zadatka dobije se:

$$\begin{aligned} 2 \cdot E_0 = E &\Rightarrow 2 \cdot m_0 \cdot c^2 = m \cdot c^2 \Rightarrow 2 \cdot m_0 \cdot c^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2 \cdot m_0 \cdot c^2 &= \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 \quad / \cdot \frac{1}{m_0 \cdot c^2} \Rightarrow 2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left[\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] &\Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad / 2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{1}{4} &= 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{4-1}{4} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} &= \frac{3}{4} \quad / \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \Rightarrow v^2 = \frac{3}{4} \cdot c^2 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c. \end{aligned}$$

Vježba 091

Kojom se brzinom giba čestica, ako joj je energija mirovanja dva puta manja od ukupne relativističke energije? (brzina svjetlosti u praznini c)

Rezultat: $v = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c.$

www.halapa.com

II.

Zadatak 092 (Biba, gimnazija)

Izračunati količinu gibanja i kinetičku energiju elektrona koji se giba brzinom $0.85 \cdot c$. (masa elektrona u mirovanju $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

Rješenje 092

$$v = 0.85 \cdot c, \quad m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, \quad p = ?, \quad E_k = ?$$

Ako je brzina v čestice mase mirovanja m_0 usporediva s brzinom svjetlosti (relativistička čestica), količina gibanja čestice je

$$p = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Ako tijelo u stanju mirovanja ima masu m_0 , a kad se giba brzinom v masu m , onda je njegova kinetička energija jednaka razlici između ukupne relativističke energije E i energije mirovanja E_0 .

$$E_k = E - E_0 \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$



Računamo količinu gibanja.

$$\begin{aligned} p &= \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot c \cdot \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot c \cdot \frac{0.85 \cdot c}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow p = \frac{m_0 \cdot c \cdot \frac{0.85 \cdot c}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow p = \frac{0.85 \cdot m_0 \cdot c}{\sqrt{1 - 0.85^2}} = \frac{0.85 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\sqrt{1 - 0.85^2}} = 4.41 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Računamo kinetičku energiju.

$$\begin{aligned} E_k &= m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{0.85 \cdot c}{c}\right)^2}} - 1 \right) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E_k = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-0.85^2}} - 1 \right) = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-0.85^2}} - 1 \right) = 7.37 \cdot 10^{-14} \text{ J}.$$

Vježba 092

Izračunati količinu gibanja elektrona koji se giba brzinom $0.95 \cdot c$. (masa elektrona u mirovanju $m_0 = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, brzina svjetlosti u praznini $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

Rezultat: $8.31 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

www.halapa.com

III.

Zadatak 292 (Josip, tehnička škola)

Jedan kraj opruge dugačke 6 m zatitran je frekvencijom 60 Hz. Val koji se širi oprugom dosegne drugi kraj za 0.5 s. Koliko iznosi valna duljina vala?

- A. 1.1 m B. 0.5 m C. 5.7 m D. 7.2 m E. 0.2 m

Rješenje 292

$$l = 6 \text{ m}, \quad v = 60 \text{ Hz}, \quad t = 0.5 \text{ s}, \quad \lambda = ?$$

Valna duljina je udaljenost dviju najbližih točaka vala koje titraju u istoj fazi. Vrijedi formula:

$$v = \lambda \cdot \nu,$$

gdje je v brzina širenja vala, λ valna duljina, ν frekvencija titranja.

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.



Brzinu vala možemo izraziti na dva načina:

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{l}{t} \\ v = \lambda \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{l}{t} = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda \cdot \nu = \frac{l}{t} \Rightarrow \lambda \cdot \nu = \frac{l}{t} \cdot \frac{1}{\nu} \Rightarrow \lambda = \frac{l}{t \cdot \nu} = \frac{6 \text{ m}}{0.5 \text{ s} \cdot 60 \frac{1}{\text{s}}} = 0.2 \text{ m}.$$

Odgovor je pod E.

Vježba 292

Jedan kraj opruge dugačke 12 m zatitran je frekvencijom 120 Hz. Val koji se širi oprugom dosegne drugi kraj za 0.5 s. Koliko iznosi valna duljina vala?

- A. 1.1 m B. 0.5 m C. 5.7 m D. 7.2 m E. 0.2 m

Rezultat: E.

IV.

Zadatak 484 (Maro, elektrotrojarška škola)

Za koliko će vremena grijač snage 500 W zagrijati 400 g vode od 15 °C do 98 °C?
(specifični toplinski kapacitet vode $c = 4200 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rješenje 484

$$P = 500 \text{ W}, \quad m = 400 \text{ g} = 0.4 \text{ kg}, \quad t_1 = 15 \text{ }^\circ\text{C}, \quad t_2 = 98 \text{ }^\circ\text{C}, \quad c = 4200 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)},$$

$$t = ?$$

Kelvinova i Celzijeva ljestvica su dvije različite temperaturne ljestvice.

Međunarodni sustav mjernih jedinica (SI) za temperaturu propisuje jedinicu kelvin (K). Tu temperaturu zovemo termodinamička temperatura (T).

Temperaturna razlika od 1 K jednaka je temperaturnoj razlici od 1 °C, što izražavamo jednadžbom:

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Toplina Q je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1),$$

gdje je m masa tijela, c specifični toplinski kapacitet, a Δt promjena temperature.

Zakon očuvanja energije:

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Kad tijelo obavlja rad, mijenja mu se energija. Promjena energije tijela jednaka je utrošenom radu.

Snaga P jednaka je omjeru rada W i vremena t za koje je rad obavljen, tj.

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow W = P \cdot t.$$



Za zagrijavanje vode utrošena je električna energija

$$W = P \cdot t.$$

Unutarnja energija vode povećala se za

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1).$$

Pretpostavimo li da je sva električna energija utrošena na zagrijavanje vode,

$$W = Q \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot \Delta t \Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P \cdot t = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) \cdot \frac{1}{P} \Rightarrow t = \frac{m \cdot c \cdot (t_2 - t_1)}{P} = \frac{0.4 \text{ kg} \cdot 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot (98 - 15) \text{ K}}{500 \text{ W}} = 278.88 \text{ s.}$$

Vježba 484

Za koliko će vremena grijač snage 1000 W zagrijati 800 g vode od 15 °C do 98 °C?
(specifični toplinski kapacitet vode $c = 4200 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$)

Rezultat: 278.88 s.

V.

Zadatak 226 (Melita, srednja škola)

Vozeći brzinom 90 km / h automobil stigne bicikl brzine 18 km / h za 25 sekundi. Kolika je bila početna udaljenost automobila i bicikla?

Rješenje 226

$$v_1 = 90 \text{ km / h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m / s}, \quad v_2 = 18 \text{ km / h} = [18 : 3.6] = 5 \text{ m / s}, \quad t = 25 \text{ s},$$

$$s = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

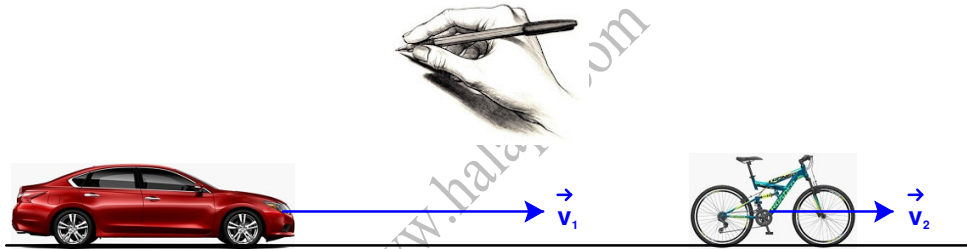
$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada se dva tijela gibaju **usporedno u istom smjeru**, relativna brzina v kojom se prvo tijelo (brže tijelo) giba u odnosu na drugo tijelo (sporije tijelo) jednaka je razlici brzina v_1 i v_2 pa iznosi:

$$v = v_1 - v_2.$$



Relativna brzina automobila u odnosu na bicikl je

$$v = v_1 - v_2.$$

Početna udaljenost automobila i bicikla iznosila je s , a nakon t sekundi automobil će stići bicikla pa vrijedi:

$$s = v \cdot t \Rightarrow s = (v_1 - v_2) \cdot t = \left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \cdot 25 \text{ s} = 500 \text{ m} = 0.5 \text{ km}.$$

Vježba 226

Vozeći brzinom 90 km / h automobil stigne bicikl brzine 18 km / h za 50 sekundi. Kolika je bila početna udaljenost automobila i bicikla?

Rezultat: 1 km.

VI.

Zadatak 227 (Melita, srednja škola)

Vozeći brzinom 90 km / h putnički vlak duljine 150 m pretekne teretni vlak duljine 410 m za 65 sekundi. Kolika je brzina teretnog vlaka?

Rješenje 227

$$v_1 = 90 \text{ km / h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m / s}, \quad d_1 = 150 \text{ m}, \quad d_2 = 410 \text{ m}, \quad t = 65 \text{ s},$$

$$v_2 = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

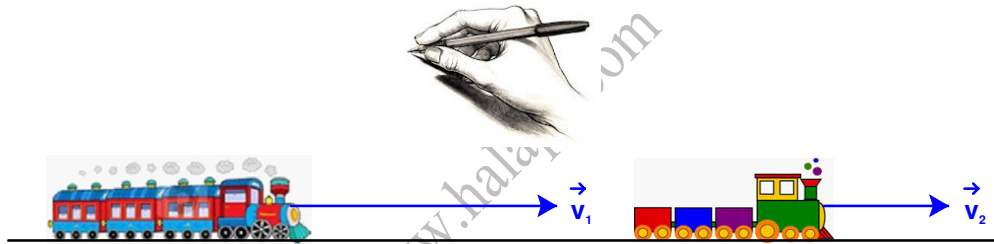
$$s = v \cdot t,$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada se dva tijela gibaju **usporodno u istom smjeru**, relativna brzina v kojom se prvo tijelo (brže tijelo) giba u odnosu na drugo tijelo (sporije tijelo) jednaka je razlici brzina v_1 i v_2 pa iznosi:

$$v = v_1 - v_2.$$



Relativna brzina putničkog vlaka u odnosu na teretni vlak je

$$v = v_1 - v_2.$$

Da bi putnički vlak pretekao teretni mora prijeći put jednak zbroju vlastite duljine d_1 i duljine teretnog vlaka d_2 .

$$d_1 + d_2 = v \cdot t \Rightarrow d_1 + d_2 = (v_1 - v_2) \cdot t \Rightarrow d_1 + d_2 = v_1 \cdot t - v_2 \cdot t \Rightarrow v_2 \cdot t = v_1 \cdot t - (d_1 + d_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_2 \cdot t = v_1 \cdot t - (d_1 + d_2) \quad / \cdot \frac{1}{t} \Rightarrow v_2 = v_1 - \frac{d_1 + d_2}{t} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \frac{150 \text{ m} + 410 \text{ m}}{65 \text{ s}} = 16.38 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Vježba 227

Vozeći brzinom 90 km / h putnički vlak duljine 300 m pretekne teretni vlak duljine 820 m za 130 sekundi. Kolika je brzina teretnog vlaka?

Rezultat: 16.38 m / s.

VII.

Zadatak 662 (Željko, srednja škola)

Dva automobila vozeći jedan drugom ususret brzinama 90 km/h i 108 km/h, na međusobnoj udaljenosti 110 m počinju istodobno kočiti s usporenjima 7 m/s² i 8 m/s². Na kojoj međusobnoj udaljenosti će se zaustaviti?

Rješenje 662

$$v_1 = 90 \text{ km/h} = [90 : 3.6] = 25 \text{ m/s}, \quad v_2 = 108 \text{ km/h} = [108 : 3.6] = 30 \text{ m/s},$$

$$d = 110 \text{ m}, \quad a_1 = 7 \text{ m/s}^2, \quad a_2 = 8 \text{ m/s}^2, \quad x = ?$$

Jednoliko ubrzano gibanje duž puta s jest gibanje za koje vrijedi izraz

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot s \Rightarrow s = \frac{v^2}{2 \cdot a},$$

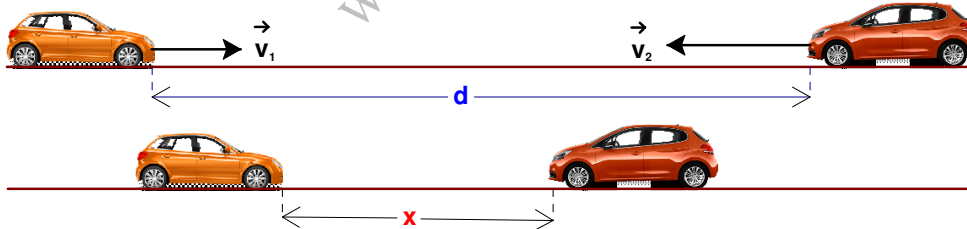
gdje je v brzina tijela pošto se pokrenulo iz mirovanja i gibalo jednoliko ubrzano akceleracijom a za vrijeme t . Ista formula vrijedi i kod jednoliko usporenog gibanja.



Uočimo da automobil kada usporava i zaustavi se prijeđe jednak put kao da je iz mirovanja ubrzavao do jednake brzine.

Izračunamo putove s_1 i s_2 koje automobili prijeđu do zaustavljanja i zbroj tih putova oduzmemo od početne međusobne udaljenosti d .

$$x = d - (s_1 + s_2) \Rightarrow x = d - \left(\frac{v_1^2}{2 \cdot a_1} + \frac{v_2^2}{2 \cdot a_2} \right) = 110 \text{ m} - \left(\frac{\left(25 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} + \frac{\left(30 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) = 9.11 \text{ m}.$$



Vježba 662

Dva automobila vozeći jedan drugom ususret brzinama 90 km/h i 108 km/h, na međusobnoj udaljenosti 0.11 km počinju istodobno kočiti s usporenjima 7 m/s² i 8 m/s². Na kojoj međusobnoj udaljenosti će se zaustaviti?

Rezultat: 9.11 m.

VIII.

Zadatak 262 (Josip, tehnička škola)

Fotografska bljeskalica sadrži kondenzator kapaciteta $200 \mu\text{F}$ koji se pomoću elektronskog sklopa napuni na napon 250 V . Jednim bljeskom napon padne na 200 V . Odredi energiju bljeska i naboj koji prođe bljeskalicom.

Rješenje 262

$$C = 200 \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ F}, \quad U_1 = 250 \text{ V}, \quad U_2 = 200 \text{ V}, \quad \Delta W = ?, \quad \Delta Q = ?$$

Energija nabijenog kondenzatora jednaka je

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2,$$

gdje je C kapacitet kondenzatora, U napon između ploča.

Naboj kondenzatora je:

$$Q = C \cdot U,$$

gdje je C kapacitet kondenzatora, U napon između ploča.



Energija bljeska iznosi:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_1^2 \\ W_2 &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_2^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta W = W_1 - W_2] \Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_1^2 - \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_2^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (U_1^2 - U_2^2) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot ((250 \text{ V})^2 - (200 \text{ V})^2) = 2.25 \text{ J}.$$

Količina naboja je:

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= C \cdot U_1 \\ Q_2 &= C \cdot U_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [\Delta Q = Q_1 - Q_2] \Rightarrow \Delta Q = C \cdot U_1 - C \cdot U_2 \Rightarrow \Delta Q = C \cdot (U_1 - U_2) =$$

$$= 2 \cdot 10^{-4} \text{ F} \cdot (250 \text{ V} - 200 \text{ V}) = 0.01 \text{ C} = 10^{-2} \text{ C}.$$



Vježba 262

Fotografska bljeskalica sadrži kondenzator kapaciteta $200 \mu\text{F}$ koji se pomoću elektronskog sklopa napuni na napon 280 V . Jednim bljeskom napon padne na 220 V . Odredi energiju bljeska.

Rezultat: 3 J.

IX.

Zadatak 289 (Petra, gimnazija)

Na dvije potpuno jednake opruge ovješena su tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 4 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih tijela $T_1 : T_2$?

- A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ B. $T_1 : T_2 = 2 : 1$ C. $T_1 : T_2 = 1 : 2$ D. $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rješenje 289

$$m_1 : m_2 = 4 : 1, \quad T_1 : T_2 = ?$$

Sila koja djeluje na tijelo mase m i pod djelovanjem koje tijelo harmonički titra jednaka je

$$F = -k \cdot x,$$

gdje je k konstanta elastičnosti, x pomak, elongacija ili udaljenost od položaja ravnoteže. Predznak minus pokazuje da je harmonička sila suprotnog smjera od elongacije. U numeričkim izračunima dopušteno je zanemariti minus. Kada je riječ o opruzi, konstanta k zove se konstanta elastičnosti opruge.

Pomoću konstante elastičnosti k možemo izraziti periodu titranja

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Kada je riječ o opruzi, konstanta k zove se konstanta elastičnosti opruge.



$$\left. \begin{aligned} T_1 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_1}{k}} \\ T_2 &= 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_2}{k}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_1}{k}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_1}{k}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{\sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\frac{m_1}{k}}{\frac{m_2}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow \left[\frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{1} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{4}{1}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2}{1} \Rightarrow T_1 : T_2 = 2 : 1.$$

Odgovor je pod B.

Vježba 289

Na dvije potpuno jednake opruge ovješena su tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 16 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih tijela $T_1 : T_2$?

- A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ B. $T_1 : T_2 = 2 : 1$ C. $T_1 : T_2 = 1 : 2$ D. $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rezultat: D.

X.

Zadatak 290 (Petra, gimnazija)

Dva jednostavna njihala imaju jednake duljine niti. Na niti su ovješena tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 4 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih njihala $T_1 : T_2$?

- A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ B. $T_1 : T_2 = 2 : 1$ C. $T_1 : T_2 = 1 : 2$ D. $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rješenje 290

$$l_1 = l_2 = l, \quad m_1 : m_2 = 4 : 1, \quad T_1 : T_2 = ?$$

Perioda T je vrijeme jednog ophoda (titraja).

Matematičko njihalo je njihalo (zamišljeno) koje ima nerastezljivu nit bez mase i kojega je masa kuglice koja njšje koncentrirana u jednoj točki. Uz male amplitude takvo njihalo izvodi harmonijske titraje. Perioda titranja matematičkog njihala jest

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdje je l duljina njihala, a g akceleracija slobodnog pada.



$$\left. \begin{array}{l} T_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_1}{k}} \\ T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l_2}{k}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} T_1 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{k}} \\ T_2 = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{k}} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{k}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{k}}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{k}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{k}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{1} \Rightarrow T_1 : T_2 = 1 : 1.$$

Odgovor je pod A.

Vježba 290

Dva jednostavna njihala imaju jednake duljine niti. Na niti su ovješena tijela različitih masa čiji je omjer $m_1 : m_2 = 2 : 1$. Kako se odnose periode titranja tih njihala $T_1 : T_2$?

- A. $T_1 : T_2 = 1 : 1$ B. $T_1 : T_2 = 2 : 1$ C. $T_1 : T_2 = 1 : 2$ D. $T_1 : T_2 = 4 : 1$

Rezultat: A.