

I.

**Zadatak 053 (Filip, Mišo, strukovna škola)**

Napon na dalekovodu od 240 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 2.4 kV. Primarni krug ima 10000 zavoja. Koliko zavoja mora imati sekundarni krug? Kolika je struja u primarnom krugu ako je ona u sekundarnome 500 A? Gubitak zanemarite.

**Rješenje 053**

$$U_1 = 240 \text{ kV} = 2.4 \cdot 10^5 \text{ V}, \quad U_2 = 2.4 \text{ kV} = 2.4 \cdot 10^3 \text{ V}, \quad N_1 = 10000, \quad I_2 = 500 \text{ A}, \\ N_2 = ?, \quad I_1 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}, \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1},$$

gdje su  $N_1$ ,  $U_1$ ,  $I_1$  i  $N_2$ ,  $U_2$ ,  $I_2$  broj zavoja, napon i jakost struje u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.



Računamo broj zavoja u sekundarnom krugu.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 = \frac{2.4 \cdot 10^3 \text{ V}}{2.4 \cdot 10^5 \text{ V}} \cdot 10000 = 100.$$

Računamo struju u primarnom krugu.

1. inačica

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{N_2 \cdot I_1}{N_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 500 \text{ A} \cdot \frac{100}{10000} = 5 \text{ A}.$$

2. inačica

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{U_2 \cdot I_1}{U_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{U_2}{U_1} = 500 \text{ A} \cdot \frac{2.4 \cdot 10^3 \text{ V}}{2.4 \cdot 10^5 \text{ V}} = 5 \text{ A}.$$

**Vježba 053**

Napon na dalekovodu od 420 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 4.2 kV. Primarni krug ima 10000 zavoja. Koliko zavoja mora imati sekundarni krug? Kolika je struja u primarnom krugu ako je ona u sekundarnome 0.5 kA? Gubitak zanemarite.

**Rezultat:** 100, 5 A.

II.

**Zadatak 054 (Filip, Mišo, strukovna škola)**

Napon na dalekovodu od 110 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 1.1 kV. Primarni krug ima 5000 zavoja. Izračunaj: koliko zavoja mora imati sekundarni krug i kolika je struja u primarnom krugu, ako je struja u sekundarnom krugu 150 A?

**Rješenje 054**

$$U_1 = 110 \text{ kV} = 1.1 \cdot 10^5 \text{ V}, \quad U_2 = 1.1 \text{ kV} = 1.1 \cdot 10^3 \text{ V}, \quad N_1 = 5000, \quad I_2 = 150 \text{ A}, \\ N_2 = ?, \quad I_1 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}, \quad \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}, \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1},$$

gdje su  $N_1$ ,  $U_1$ ,  $I_1$  i  $N_2$ ,  $U_2$ ,  $I_2$  broj zavoja, napon i jakost struje u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.



Računamo broj zavoja u sekundarnom krugu.

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \Rightarrow \left[ \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \right] \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow N_2 = \frac{U_2}{U_1} \cdot N_1 = \frac{1.1 \cdot 10^3 \text{ V}}{1.1 \cdot 10^5 \text{ V}} \cdot 5000 = 50.$$

Računamo struju u primarnom krugu.

1. inačica

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{N_2 \cdot I_1}{N_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 150 \text{ A} \cdot \frac{50}{5000} = 1.5 \text{ A}.$$

2. inačica

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \cdot \frac{U_2 \cdot I_1}{U_1} \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{U_2}{U_1} = 150 \text{ A} \cdot \frac{1.1 \cdot 10^3 \text{ V}}{1.1 \cdot 10^5 \text{ V}} = 1.5 \text{ A}.$$



**Vježba 054**

Napon na dalekovodu od 330 kV pomoću silaznog transformatora smanji se na 3.3 kV. Primarni krug ima 5000 zavoja. Izračunaj: koliko zavoja mora imati sekundarni krug i kolika je struja u primarnom krugu, ako je struja u sekundarnom krugu 0.15 kA?

**Rezultat:** 50, 1.5 A.

### III.

**Zadatak 050 (Leo, tehnička škola)**

Transformator je priključen na gradsku mrežu napona 230 V. Ako se na sekundar transformatora priključi potrošač otpora  $15 \Omega$ , njime teče struja 1.5 A. Koliki je prijenosni omjer transformatora  $N_1 / N_2$ ? Kako glase jednadžbe za transformator?

**Rješenje 050**

$$U_1 = 230 \text{ V}, \quad R = 15 \Omega, \quad I = 1.5 \text{ A}, \quad N_1 / N_2 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

gdje su  $N_1$ ,  $U_1$  i  $N_2$ ,  $U_2$  broj zavoja i napon u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$\frac{U}{I} = R \Rightarrow U = I \cdot R.$$



$$\left. \begin{array}{l} U_2 = I \cdot R \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{I \cdot R} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{230 \text{ V}}{1.5 \text{ A} \cdot 15 \Omega} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{230 \text{ V}}{22.5 \text{ V}} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{kratimo} \\ \text{sa 2.5} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{92}{9}.$$

Za transformatore bez gubitka (idealne transformatore) vrijedi:

- $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$
- $\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}$
- $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$

gdje su  $U_1$ ,  $I_1$ ,  $N_1$  i  $U_2$ ,  $I_2$ ,  $N_2$  napon, jakost struje i broj zavoja u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

**Vježba 050**

Transformator je priključen na gradsku mrežu napona 0.23 kV. Ako se na sekundar transformatora priključi potrošač otpora  $15 \Omega$ , njime teče struja 1.5 A. Koliki je prijenosni omjer transformatora  $N_1 / N_2$ ?

**Rezultat:** 92 : 9.

## IV.

**Zadatak 051 (Marinela, Marija, gimnazija)**

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 1000 zavoja i otpor 100 Ω. Ako sekundarna zavojnica ima 500 zavoja, koliki je sekundarni napon?

**Rješenje 051**

$$I_1 = 0.1 \text{ A}, \quad N_1 = 1000, \quad R = 100 \text{ } \Omega, \quad N_2 = 500, \quad U_2 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

gdje su  $N_1$ ,  $U_1$  i  $N_2$ ,  $U_2$  broj zavoja i napon u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$\frac{U}{I} = R \Rightarrow U = I \cdot R.$$



$$\left. \begin{array}{l} U_1 = I_1 \cdot R \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \cdot \frac{U_2 \cdot N_2}{N_1} \Rightarrow U_2 = I_1 \cdot R \cdot \frac{N_2}{N_1} =$$

$$= 0.1 \text{ A} \cdot 100 \text{ } \Omega \cdot \frac{500}{1000} = 5 \text{ V.}$$

**Vježba 051**

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 800 zavoja i otpor 100 Ω. Ako sekundarna zavojnica ima 400 zavoja, koliki je sekundarni napon?

**Rezultat:** 5 V.

**V.**

**Zadatak 052 (Marinela, Marija, gimnazija)**

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 1500 zavoja i otpor 100 Ω. Ako sekundarna zavojnica ima 750 zavoja, koliki je sekundarni napon?

**Rješenje 052**

$$I_1 = 0.1 \text{ A}, \quad N_1 = 1500, \quad R = 100 \text{ } \Omega, \quad N_2 = 750, \quad U_2 = ?$$

Za transformator bez gubitka (idealni transformator) vrijedi:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2},$$

gdje su  $N_1$ ,  $U_1$  i  $N_2$ ,  $U_2$  broj zavoja i napon u primarnoj odnosno sekundarnoj zavojnici.

Ako je otpor vodiča uz stalnu temperaturu stalan, kažemo da za vodič vrijedi Ohmov zakon:

$$\frac{U}{I} = R \Rightarrow U = I \cdot R.$$



$$\left. \begin{array}{l} U_1 = I_1 \cdot R \\ \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1 \cdot R}{U_2} \cdot \frac{U_2 \cdot N_2}{N_1} \Rightarrow U_2 = I_1 \cdot R \cdot \frac{N_2}{N_1} =$$

$$= 0.1 \text{ A} \cdot 100 \text{ } \Omega \cdot \frac{750}{1500} = 5 \text{ V.}$$

**Vježba 052**

Magnetizirajuća struja transformatora ima jakost 0.1 A. Primarna zavojnica ima 2000 zavoja i otpor 100 Ω. Ako sekundarna zavojnica ima 1000 zavoja, koliki je sekundarni napon?

**Rezultat:** 5 V.

## VI.

### Zadatak 457 (Marijana, maturantica)

Metak mase 5 g izlijeće brzinom 500 m / s iz puške mase 4 kg. Kolika je kinetička energija puške u trenutku kad metak izleti? Odredite domet metka ako strijelac pušku drži u visini ramena (160 cm). (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

### Rješenje 457

$$m_1 = 5 \text{ g} = 0.005 \text{ kg}, \quad v_1 = 500 \text{ m / s}, \quad m_2 = 4 \text{ kg}, \quad h = 160 \text{ cm} = 1.6 \text{ m}, \\ g = 9.81 \text{ m / s}^2, \quad E_k = ?, \quad D = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

### Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$

**Horizontalni hitac** je gibanje koje se sastoji od jednolikoga gibanja u horizontalnom smjeru brzinom  $v_0$  i slobodnog pada. Domet kod horizontalnog hica računa se po formuli

$$D = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

gdje je  $h$  početna visina.



Brzinu puške nakon pucnja dobijemo iz zakona o održanju količine gibanja. Budući da su početne brzine obaju tijela (puške i metka) bile jednake nuli, taj zakon glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \Rightarrow m_2 \cdot v_2 = -m_1 \cdot v_1 \cdot \frac{1}{m_2} \Rightarrow v_2 = -\frac{m_1 \cdot v_1}{m_2}$$

Pomak puške je protivnog smjera u odnosu na brzinu gibanja metka pa je brzina  $v_2$  negativnog predznaka. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina brzine, a ne njezin smjer. Kinetička energija puške iznosi:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left( \frac{m_1 \cdot v_1}{m_2} \right)^2 \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1)^2}{m_2^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1)^2}{m_2^2} \Rightarrow E_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{(m_1 \cdot v_1)^2}{m_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(0.005 \text{ kg} \cdot 500 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{4 \text{ kg}} = 0.781 \text{ J.}$$

Kada strijelac pušku drži u visini ramena (na visini  $h$ ) domet metka je

$$D = v_1 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \text{ m}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 285.57 \text{ m.}$$

**Vježba 457**

Metak mase 0.5 dag izlijeće brzinom 500 m / s iz puške mase 4 kg. Kolika je kinetička energija puške u trenutku kad metak izleti? Odredite domet metka ako strijelac pušku drži u visini ramena (16 dm). (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 0.781 J, 285.57 m.

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)

## VII.

### Zadatak 458 (Marijana, maturantica)

Dijete mase 48 kg vozi se na skateboardu mase 4 kg brzinom 8 m / s. Dijete iskoči naprijed tako da je njegova brzina nakon skoka u odnosu na skateboard 13 m / s. Kolike su brzine skateboarda i djeteta s obzirom na tlo nakon skoka?

#### Rješenje 458

$m_1 = 48 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 4 \text{ kg}$ ,  $v_1 = v_2 = v = 8 \text{ m / s}$ ,  $v' = ?$  brzina skateboarda s obzirom na tlo,  $u = 13 \text{ m / s} + v' = ?$  brzina djeteta s obzirom na tlo

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

#### Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Gibanje je svuda oko nas. Nema apsolutnog mirovanja. To je jedno od osnovnih svojstava materije. Gibanje je neprekidno mijenjanje položaja tijela (ili njegovih čestica) prema okolišu. Gibanje tijela uvijek promatramo u odnosu prema okolišu. S različitih stajališta isto gibanje pokazuje nam se različito pa gdječad čak i kao mirovanje. Referentni sustav je koordinatni sustav u kojem promatramo gibanje. Referentni sustav je vezan uz ono tijelo za koje se uvjetno dogovorimo da miruje i spram kojeg se promatra gibanje nekih drugih tijela.

Kada se dva tijela gibaju **usporredno u suprotnom smjeru**, relativna brzina  $v$  u kojoj se prvo tijelo giba u odnosu na drugo tijelo jednaka je zbroju brzina  $v_1$  i  $v_2$  pa iznosi:

$$v = v_1 + v_2$$



Brzinu skateboarda, nakon skoka djeteta, dobijemo iz zakona o održanju količine gibanja.

$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot u + m_2 \cdot v' \Rightarrow m_1 \cdot v + m_2 \cdot v = m_1 \cdot \left(13 \frac{m}{s} + v'\right) + m_2 \cdot v' \Rightarrow \\ \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v &= 13 \frac{m}{s} \cdot m_1 + m_1 \cdot v' + m_2 \cdot v' \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v = 13 \frac{m}{s} \cdot m_1 + (m_1 + m_2) \cdot v' \Rightarrow \\ \Rightarrow 13 \frac{m}{s} \cdot m_1 + (m_1 + m_2) \cdot v' &= (m_1 + m_2) \cdot v \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v' = (m_1 + m_2) \cdot v - 13 \frac{m}{s} \cdot m_1 \Rightarrow \\ \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot v' &= (m_1 + m_2) \cdot v - 13 \frac{m}{s} \cdot m_1 \quad / \cdot \frac{1}{m_1 + m_2} \Rightarrow v' = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v - 13 \frac{m}{s} \cdot m_1}{m_1 + m_2} = \\ &= \frac{(48 \text{ kg} + 4 \text{ kg}) \cdot 8 \frac{m}{s} - 13 \frac{m}{s} \cdot 48 \text{ kg}}{48 \text{ kg} + 4 \text{ kg}} = -4 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

Brzina djeteta iznosi:



$$\left. \begin{array}{l} v' = -4 \frac{m}{s} \\ u = 13 \frac{m}{s} + v' \end{array} \right\} \Rightarrow u = 13 \frac{m}{s} + \left( -4 \frac{m}{s} \right) = 9 \frac{m}{s}.$$



**Vježba 458**

Dijete mase 24 kg vozi se na skateboardu mase 2 kg brzinom 8 m / s. Dijete iskoči naprijed tako da je njegova brzina nakon skoka u odnosu na skateboard 13 m / s. Kolike su brzine skateboarda i djeteta s obzirom na tlo nakon skoka?

**Rezultat:** – 4 m / s, 9 m / s.

www.halapa.com

## VIII.

**Zadatak 456 (Marijana, maturantica)**

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 15 kg bez početne brzine. Kolika mu je ukupna energija prema tlu nakon 4 s padanja? Zanimarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rješenje 456**

$$h = 100 \text{ m}, \quad m = 15 \text{ kg}, \quad t = 4 \text{ s}, \quad g = 10 \text{ m/s}^2, \quad E = ?$$

Potencijalna energija je energija međudjelovanja tijela. Ona ovisi o međusobnom položaju tijela ili o međusobnom položaju dijelova tijela. U polju sile teže tijelo mase  $m$  ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h,$$

gdje je  $g$  akceleracija slobodnog pada, a  $h$  vertikalna udaljenost tijela od mjesta gdje bi prema dogovoru tijelo imalo energiju nula.

**Zakon očuvanja energije:**

- Energija se ne može ni stvoriti ni uništiti, već samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.
- Ukupna energija zatvorenog (izoliranog) sustava konstantna je bez obzira na to koji se procesi zbivaju u tom sustavu.
- Kad se u nekom procesu pojavi gubitak nekog oblika energije, mora se pojaviti i jednak prirast nekog drugog oblika energije.

Mehanička energija je zbroj potencijalne i kinetičke energije u mehaničkom sustavu, tj. energija koja ovisi o položaju i gibanju tijela zbog djelovanja sile.

**U zatvorenome sustavu zbroj potencijalne i kinetičke energije je konstantan.**



Na visini  $h$  kamen ima gravitacijsku potencijalnu energiju

$$E_{gp} = m \cdot g \cdot h = 15 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 100 \text{ m} = 15000 \text{ J} = 15 \text{ kJ},$$

a kinetička energija jednaka je nula.

Prilikom padanja gravitacijska potencijalna energija smanjuje se, a povećava kinetička. Zbog zakona o očuvanju energije zbroj gravitacijske potencijalne i kinetičke energije stalan je i iznosi

$$E = 15 \text{ kJ}.$$

Dakle, ukupna energija prema tlu je 15 kJ.

**Vježba 456**

S tornja visokog 100 m ispušten je kamen mase 18 kg bez početne brzine. Kolika mu je ukupna energija prema tlu nakon 3 s padanja? Zanimarite silu otpora. (ubrzanje slobodnog pada  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Rezultat:** 18 kJ.

## IX.

### Zadatak 455 (Marijana, maturantica)

Tijelo mase  $m$  giba se brzinom  $10 \text{ m/s}$  po podlozi, bez trenja i udara u nepomično tijelo jednake mase. Nakon sudara tijela se gibaju zajedno. Kolika je zajednička brzina tijela nakon sudara?

A.  $10 \frac{m}{s}$       B.  $20 \frac{m}{s}$       C.  $0 \frac{m}{s}$       D.  $5 \frac{m}{s}$

### Rješenje 455

$$m_1 = m_2 = m, \quad v_1 = 10 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s} \text{ drugo tijelo je mirovalo}, \quad v_1' = v_2' = v = ?$$

Količinu gibanja definiramo kao umnožak mase tijela i njegove brzine. Količina gibanja je vektorska veličina.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad p = m \cdot v \text{ kad računamo iznos.}$$

### Zakon održanja količine gibanja

Zbroj količina gibanja dva tijela prije njihova međusobnog djelovanja jednak je zbroju njihovih količina gibanja nakon međusobnog djelovanja. To vrijedi i za više od dva tijela.

Zakon održanja količina gibanja dvaju tijela masa  $m_1$  i  $m_2$ , kojima su početne brzine bile  $v_1$  i  $v_2$ , a brzine nakon njihova međusobnog djelovanja  $v_1'$  i  $v_2'$ , glasi:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2'$$



$$\begin{aligned} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot v_1' + m_2 \cdot v_2' \Rightarrow m \cdot v_1 + m \cdot v_2 = m \cdot v + m \cdot v \Rightarrow \\ \Rightarrow m \cdot (v_1 + v_2) &= 2 \cdot m \cdot v \Rightarrow 2 \cdot m \cdot v = m \cdot (v_1 + v_2) \Rightarrow 2 \cdot m \cdot v = m \cdot (v_1 + v_2) / \cdot \frac{1}{2 \cdot m} \Rightarrow \\ \Rightarrow v &= \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{10 \frac{m}{s} + 0 \frac{m}{s}}{2} = 5 \frac{m}{s}. \end{aligned}$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 455

Tijelo mase  $m$  giba se brzinom  $20 \text{ m/s}$  po podlozi, bez trenja i udara u nepomično tijelo jednake mase. Nakon sudara tijela se gibaju zajedno. Kolika je zajednička brzina tijela nakon sudara?

A.  $10 \frac{m}{s}$       B.  $20 \frac{m}{s}$       C.  $0 \frac{m}{s}$       D.  $5 \frac{m}{s}$

**Rezultat:** A.

**X.**

**Zadatak 454 (Marijana, maturantica)**

Automobil iz stanja mirovanja akcelerira do brzine 10 m / s. Zatim dolazi na autocestu i akcelerira od brzine 10 m / s do brzine 20 m / s. Energija koja je potrebna za promjenu brzina automobila:

A. jednaka je u oba slučaja

B. veća je u slučaju kad ubrzava od  $0 \frac{m}{s}$  do  $10 \frac{m}{s}$

C. veća je u slučaju kad ubrzava od  $10 \frac{m}{s}$  do  $20 \frac{m}{s}$

**Rješenje 454**

$$v_0 = 0 \text{ m / s}, \quad v_1 = 10 \text{ m / s}, \quad v_2 = 20 \text{ m / s}, \quad \Delta E_{k1} = ?, \quad \Delta E_{k2} = ?$$

Tijelo mase  $m$  i brzine  $v$  ima kinetičku energiju

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2.$$



Računamo promjene kinetičke energije kada automobil akcelerira:

- od brzine  $v_0$  do brzine  $v_1$

$$\Delta E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 \Rightarrow \Delta E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_1^2 - v_0^2) \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{zbog jednostavnosti} \\ \text{mjernu jedinicu za} \\ \text{brzinu izostavljamo} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (10^2 - 0^2) \Rightarrow \Delta E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 100 \Rightarrow \Delta E_{k1} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 100 \Rightarrow \Delta E_{k1} = 50 \cdot m$$

- od brzine  $v_1$  do brzine  $v_2$

$$\Delta E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 \Rightarrow \Delta E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{zbog jednostavnosti} \\ \text{mjernu jedinicu za} \\ \text{brzinu izostavljamo} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (20^2 - 10^2) \Rightarrow \Delta E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (400 - 100) \Rightarrow \Delta E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta E_{k2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 300 \Rightarrow \Delta E_{k2} = 150 \cdot m.$$

Budući da je

$$\Delta E_{k2} > \Delta E_{k1},$$

energija koja je potrebna za promjenu brzina automobila veća je u slučaju kad ubrzava od 10 m / s do 20 m / s.

Odgovor je pod C.

**Vježba 454**

Automobil iz stanja mirovanja akcelerira do brzine 12 m / s. Zatim dolazi na autocestu i akcelerira od brzine 12 m / s do brzine 20 m / s. Energija koja je potrebna za promjenu brzina automobila:

A. jednaka je u oba slučaja

B. veća je u slučaju kad ubrzava od  $0 \frac{m}{s}$  do  $12 \frac{m}{s}$

C. veća je u slučaju kad ubrzava od  $12 \frac{m}{s}$  do  $20 \frac{m}{s}$

**Rezultat:** C.

## XI.

### Zadatak 230 (Mimi, gimnazija)

Da prijeđe put između dva grada autobusu treba određeno vrijeme. Jednu četvrtinu tog vremena vozio je brzinom 45 km / h, a ostalo vrijeme brzinom 75 km / h. Nađite prosječnu brzinu autobusa na cijelom putu.

#### Rješenje 230

$$t_1 = \frac{1}{4} \cdot t, \quad v_1 = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad t_2 = \frac{3}{4} \cdot t, \quad v_2 = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}}, \quad v = ?$$

Jednoliko pravocrtno gibanje duž puta s jest gibanje pri kojem vrijedi izraz

$$s = v \cdot t \Rightarrow v = \frac{s}{t},$$

gdje je v stalna, konstantna brzina kojom se tijelo giba.

Srednja brzina tijela u vremenskom intervalu  $\Delta t$  jest kvocijent dijela puta  $\Delta s$ , što ga je tijelo prešlo za to vrijeme i vremenskog razmaka  $\Delta t$ :

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Srednja (ili prosječna) brzina tijela (pri nejednolikom gibanju) definira se:

$$\bar{v} = \frac{\text{prijeđeni dio puta}}{\text{pripadni dio vremena}}, \quad \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad \bar{v} = \frac{\text{ukupni prijeđeni put}}{\text{ukupno vrijeme gibanja}}, \quad \bar{v} = \frac{s}{t}.$$



1. inačica

$$\begin{aligned} v = \frac{s}{t} &\Rightarrow v = \frac{s_1 + s_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_2}{t} \Rightarrow v = \frac{v_1 \cdot \frac{1}{4} \cdot t + v_2 \cdot \frac{3}{4} \cdot t}{t} \Rightarrow v = \frac{t \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \right)}{t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v = \frac{t \cdot \left( \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 \right)}{t} \Rightarrow v = \frac{1}{4} \cdot v_1 + \frac{3}{4} \cdot v_2 = \frac{1}{4} \cdot 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} + \frac{3}{4} \cdot 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 67.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}. \end{aligned}$$

2. inačica

Neka je t ukupno vrijeme vožnje autobusa. Jednu četvrtinu tog vremena vozio je brzinom 45 km / h pa je prešao put

$$s_1 = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{4} \cdot t.$$

Drugi dio puta vozio je brzinom 75 km / h pa je prevaljeni put iznosio

$$s_2 = 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{4} \cdot t.$$

Tada je cijeli put jednak

$$s = s_1 + s_2 \Rightarrow s = 45 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1}{4} \cdot t + 75 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{3}{4} \cdot t \Rightarrow s = \left( \frac{45 \text{ km}}{4 \text{ h}} + \frac{225 \text{ km}}{4 \text{ h}} \right) \cdot t \Rightarrow s = \frac{270 \text{ km}}{4 \text{ h}} \cdot t.$$

Budući da je put jednak umnošku brzine i vremena, zaključujemo da je prosječna brzina autobusa jednaka

$$v = \frac{270 \text{ km}}{4 \text{ h}} = 67.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

**Vježba 230**

Da prijeđe put između dva grada autobusu treba određeno vrijeme. Jednu četvrtinu tog vremena vozio je brzinom 40 km / h, a ostalo vrijeme brzinom 70 km / h. Nađite prosječnu brzinu autobusa na cijelom putu.

**Rezultat:** 62.5 km / h.

[www.halapa.com](http://www.halapa.com)

## XII.

### Zadatak 672 (Mislav, srednja škola)

Tijelo 1 ima dva puta veću masu od tijela 2. Na tijelo 1 djeluje sila koja je dva puta manja od one koja djeluje na tijelo 2. Koja od navedenih tvrdnji je ispravna?

- A. Akceleracija tijela 1 je dva puta veća od akceleracije tijela 2.
- B. Akceleracija tijela 1 je dva puta manja od akceleracije tijela 2.
- C. Akceleracija tijela 1 je četiri puta veća od akceleracije tijela 2.
- D. Akceleracija tijela 1 je četiri puta manja od akceleracije tijela 2.

### Rješenje 672

$$m_1 = 2 \cdot m, \quad m_2 = m, \quad F_1 = \frac{1}{2} \cdot F, \quad F_2 = F$$

**Drugi Newtonov poučak:** Ako na tijelo djeluje stalna sila u smjeru njegova gibanja, tijelo ima akceleraciju koja je proporcionalna sili, a obrnuto proporcionalna masi tijela te ima isti smjer kao i sila.

$$a = \frac{F}{m}$$



$$\left. \begin{array}{l} a_1 = \frac{F_1}{m_1} \\ a_2 = \frac{F_2}{m_2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{F_1}{m_1}}{\frac{F_2}{m_2}} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{F_1 \cdot m_2}{F_2 \cdot m_1} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F \cdot m}{F \cdot 2 \cdot m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F \cdot m}{F \cdot 2 \cdot m} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{4} \cdot a_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{4} \cdot a_2$$

Akceleracija tijela 1 je četiri puta manja od akceleracije tijela 2.  
Odgovor je pod D.

### Vježba 672

Tijelo 1 ima dva puta manju masu od tijela 2. Na tijelo 1 djeluje sila koja je četiri puta manja od one koja djeluje na tijelo 2. Koja od navedenih tvrdnji je ispravna?

- A. Akceleracija tijela 1 je dva puta veća od akceleracije tijela 2.
- B. Akceleracija tijela 1 je dva puta manja od akceleracije tijela 2.
- C. Akceleracija tijela 1 je četiri puta veća od akceleracije tijela 2.
- D. Akceleracija tijela 1 je četiri puta manja od akceleracije tijela 2.

**Rezultat:** B.



### XIII.

#### Zadatak 671 (Ema, gimnazija)

Tijelo smo bacili početnom brzinom  $v_0$  pod kutom  $\alpha$  prema horizontalnoj ravnini. Tijelo se vratilo na tlo za 3 sekunde? Koju je najveću visinu postiglo? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ )

#### Rješenje 671

$$v_0, \quad \alpha, \quad t = 3 \text{ s}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2, \quad H = ?$$

Složena gibanja pri kojima jednu komponentu gibanja uzrokuje djelovanje sile teže zovu se hici. Kosi hitac sastoji se od jednolikoga gibanja brzinom  $v_0$  po pravcu koji s horizontalnim smjerom zatvara kut  $\alpha$  (kut elevacije) i slobodnog pada.

To je složeno gibanje. Tijelo se složeno giba kad istodobno obavlja dva ili više gibanja. Pri takvom gibanju vrijedi načelo neovisnosti gibanja koje glasi:

Kad tijelo istodobno obavlja dva gibanja, giba se tako da se u svakom trenutku nalazi u točki do koje bi stiglo kad bi obavilo samo jedno gibanje u određenom vremenskom razmaku, a neovisno o tom gibanju istodobno i drugo gibanje u istom vremenskom razmaku.

Izraz za najveću visinu  $H$  glasi:

$$H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g},$$

gdje je  $v_0$  početna brzina,  $\alpha$  kut elevacije,  $g$  ubrzanje slobodnog pada.

Vrijeme za koje tijelo postigne najveći domet je

$$t = \frac{2 \cdot v_0 \sin \alpha}{g},$$

gdje je  $v_0$  početna brzina,  $\alpha$  kut elevacije,  $g$  ubrzanje slobodnog pada.

Slobodni pad je jednoliko ubrzano pravocrtno gibanje sa početnom brzinom  $v_0 = 0 \text{ m/s}$  i konstantnom akceleracijom  $a = g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Za slobodni pad vrijedi izraz:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2,$$

gdje je  $h$  visina pada.



1. inačica

$$\left. \begin{array}{l} t = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g} \\ H = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = t \\ H = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{2 \cdot v_0 \cdot \sin \alpha}{g} = t \cdot \frac{g}{2} \\ H = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} v_0 \cdot \sin \alpha = \frac{t \cdot g}{2} \\ H = \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 \cdot g} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{metoda} \\ \text{zamjene} \end{array} \right] \Rightarrow H = \frac{\left(\frac{t \cdot g}{2}\right)^2}{2 \cdot g} \Rightarrow H = \frac{t^2 \cdot g^2}{4 \cdot 2 \cdot g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{t^2 \cdot g}{4} \Rightarrow H = \frac{t^2 \cdot g}{8} = \frac{(3 \text{ s})^2 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{8} = 11.04 \text{ m}.$$

2. inačica

Prema načelu neovisnosti gibanja za vrijeme  $\frac{t}{2}$  tijelo stigne do najviše točke pa je

$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot \left(\frac{3 s}{2}\right)^2 = 11.04 m.$$

**Vježba 671**

Tijelo smo bacili početnom brzinom  $v_0$  pod kutom  $\alpha$  prema horizontalnoj ravnini. Tijelo se vratilo na tlo za 4 sekunde? Koju je najveću visinu postiglo? (ubrzanje slobodnog pada  $g = 9.81 \text{ m / s}^2$ )

**Rezultat:** 19.62 m.

## XIV.

**Zadatak 515 (Tin, gimnazija)**

Tijelo mase 2 kg predalo je količinu topline od 15 kJ. Za koliko se stupnjeva promijenila temperatura tijela ako je specifični toplinski kapacitet tijela  $c = 840 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ ?

- A. Tijelo se ugrijalo za 28.2 K.      B. Tijelo se ohladilo za 28.2 K.  
C. Tijelo se ugrijalo za 8.93 K.      D. Tijelo se ohladilo za 8.93 K.

**Rješenje 515**

$$m = 2 \text{ kg}, \quad Q = 15 \text{ kJ} = 15000 \text{ J}, \quad c = 840 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}, \quad \Delta T = ?$$

Toplina  $Q$  je onaj dio unutarnje energije tijela koji prelazi s jednog tijela na drugo zbog razlike temperatura tih tijela. Toplina koju neko tijelo zagrijavanjem primi odnosno hlađenjem izgubi jednaka je

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T,$$

gdje je  $m$  masa tijela,  $c$  specifični toplinski kapacitet, a  $\Delta T$  promjena temperature.



Tijelo predaje toplinu, dakle, hladi se pa promjena temperature iznosi:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = Q \Rightarrow m \cdot c \cdot \Delta T = Q \cdot \frac{1}{m \cdot c} \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{m \cdot c} = \frac{15000 \text{ J}}{2 \text{ kg} \cdot 840 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}} = 8.93 \text{ K}.$$

Odgovor je pod D

**Vježba 515**

Tijelo mase 2 kg primilo je količinu topline od 15 kJ. Za koliko se stupnjeva promijenila temperatura tijela ako je specifični toplinski kapacitet tijela  $c = 840 \text{ J / (kg} \cdot \text{K)}$ ?

- A. Tijelo se ugrijalo za 28.2 K.      B. Tijelo se ohladilo za 28.2 K.  
C. Tijelo se ugrijalo za 8.93 K.      D. Tijelo se ohladilo za 8.93 K.

**Rezultat:** C.

**XV.****Zadatak 294 (Tomislav, srednja škola)**

Amplituda harmoničnog titranja je 1 cm, a perioda titranja 1 s. Najveća brzina tijela koje titra iznosi:

A.  $6.28 \frac{m}{s}$       B.  $6.28 \frac{cm}{s}$       C.  $628 \frac{m}{s}$       D.  $62.8 \frac{cm}{s}$

**Rješenje 294**

$$A = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad T = 1 \text{ s}, \quad v = ?$$

Maksimalna brzina tijela koje harmonično titra mijenja se s vremenom

$$v = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot A,$$

gdje je T perioda (vrijeme jednog titraja), A amplituda (maksimalna udaljenost od položaja ravnoteže).



$$v = \frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot A = \frac{2 \cdot \pi}{1 \text{ s}} \cdot 0.01 \text{ m} = 0.0628 \frac{m}{s} = 6.28 \frac{cm}{s}.$$

Odgovor je pod B.

**Vježba 294**

Amplituda harmoničnog titranja je 0.1 dm, a perioda titranja 1 s. Najveća brzina tijela koje titra iznosi:

A.  $6.28 \frac{m}{s}$       B.  $6.28 \frac{cm}{s}$       C.  $628 \frac{m}{s}$       D.  $62.8 \frac{cm}{s}$

**Rezultat:** B.

## XVI.

**Zadatak 295 (Tomislav, srednja škola)**

Amplituda harmoničnog titranja je 1 cm, a perioda titranja 1 s. Najveća akceleracija tijela koje titra iznosi:

A.  $6.28 \frac{m}{s^2}$       B.  $6.28 \frac{cm}{s^2}$       C.  $39.48 \frac{cm}{s^2}$       D.  $3.94 \frac{cm}{s^2}$

**Rješenje 295**

$$A = 1 \text{ cm} = 0.01 \text{ m}, \quad T = 1 \text{ s}, \quad a = ?$$

Maksimalna akceleracija tijela koje harmonično titra mijenja se s vremenom

$$v = -\frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot A,$$

gdje je T perioda (vrijeme jednog titraja), A amplituda (maksimalna udaljenost od položaja ravnoteže). Negativan predznak pokazuje da su a i A suprotnog smjera. Znak minus u tom izrazu možemo izostaviti jer nas zanima samo veličina akceleracije, a ne njezin smjer.

$$v = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot A.$$



$$v = \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2} \cdot A = \frac{4 \cdot \pi^2}{(1 \text{ s})^2} \cdot 0.01 \text{ m} = 0.3948 \frac{m}{s^2} = 39.48 \frac{cm}{s^2}.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 295**

Amplituda harmoničnog titranja je 10 mm, a perioda titranja 1 s. Najveća akceleracija tijela koje titra iznosi:

A.  $6.28 \frac{m}{s^2}$       B.  $6.28 \frac{cm}{s^2}$       C.  $39.48 \frac{cm}{s^2}$       D.  $3.94 \frac{cm}{s^2}$

**Rezultat:** C.

## XVII.

### Zadatak 143 (Matija, gimnazija)

Dva tijela jednakih masa udaljena su za  $r$  i privlače se silom  $F$ . Ako se dva puta povećaju udaljenost i mase obaju tijela, kolikom će se silom privlačiti tijela?

A.  $F$       B.  $2 \cdot F$       C.  $\frac{1}{2} \cdot F$       D.  $F \cdot \sqrt{2}$

### Rješenje 143

$$m_1 = m_2 = m, \quad r, \quad F, \quad r_1 = 2 \cdot r, \quad m_1' = m_2' = 2 \cdot m, \quad F_1 = ?$$

### Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa  $m_1$  i  $m_2$  nalaze u međusobnoj udaljenosti  $r$ , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je  $G$  gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.



$$\left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m_1' \cdot m_2'}{r_1^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{2 \cdot m \cdot 2 \cdot m}{(2 \cdot r)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{4 \cdot m^2}{4 \cdot r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{4 \cdot m^2}{4 \cdot r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F_1 = F.$$

Odgovor je pod A.

### Vježba 143

Dva tijela jednakih masa udaljena su za  $r$  i privlače se silom  $F$ . Ako se tri puta povećaju udaljenost i mase obaju tijela, kolikom će se silom privlačiti tijela?

A.  $F$       B.  $2 \cdot F$       C.  $\frac{1}{2} \cdot F$       D.  $F \cdot \sqrt{2}$

**Rezultat:** A.

## XVIII.

### Zadatak 144 (Matija, gimnazija)

Dva tijela jednakih masa udaljena su za  $r$  i privlače se silom  $F$ . Ako se udaljenost između tijela poveća dva puta, kolikom će se silom privlačiti tijela?

A.  $F$       B.  $2 \cdot F$       C.  $\frac{1}{2} \cdot F$       D.  $\frac{1}{4} \cdot F$

### Rješenje 144

$$m_1 = m_2 = m, \quad r, \quad F, \quad r_1 = 2 \cdot r, \quad F_1 = ?$$

#### Opći zakon gravitacije:

Ako se bilo koja dva tijela masa  $m_1$  i  $m_2$  nalaze u međusobnoj udaljenosti  $r$ , među njima djeluje privlačna gravitacijska sila čiji je iznos

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

gdje je  $G$  gravitacijska konstanta koja ima jednaku vrijednost za privlačenje između bilo koja dva tijela. Taj zakon zovemo općim zakonom gravitacije.



$$\left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_1^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m \cdot m}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m \cdot m}{(2 \cdot r)^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{m^2}{r^2} \\ F_1 = G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{G \cdot \frac{m^2}{4 \cdot r^2}}{G \cdot \frac{m^2}{r^2}} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{F_1}{F} = \frac{1}{4} / \cdot F \Rightarrow F_1 = \frac{1}{4} \cdot F.$$

Odgovor je pod D.

### Vježba 144

Dva tijela jednakih masa udaljena su za  $r$  i privlače se silom  $F$ . Ako se udaljenost između tijela poveća tri puta, kolikom će se silom privlačiti tijela?

A.  $F$       B.  $3 \cdot F$       C.  $\frac{1}{3} \cdot F$       D.  $\frac{1}{9} \cdot F$

**Rezultat:** D.

**XIX.**

**Zadatak 514 (Marija, gimnazija)**

U posudi 1 obujma  $V$  nalazi se  $n$  molova plina. Posuda 2 ima obujam  $2 \cdot V$  i u njoj se nalazi  $n / 2$  molova plina. Koliki je omjer tlakova ako su temperature u obje posude jednake? Zaokružite ispravan odgovor!

A.  $p_2 = p_1$       B.  $p_2 = \frac{p_1}{2}$       C.  $p_2 = \frac{p_1}{4}$       D.  $p_2 = 4 \cdot p_1$

**Rješenje 514**

$V_1 = V, \quad n_1 = n, \quad V_2 = 2 \cdot V, \quad n_2 = n / 2, \quad T_1 = T_2 = T, \quad p_2 : p_1 = ?$

Jednadžba stanja plina, ako je zadana množina  $n$  idealnog plina, glasi:

$p \cdot V = n \cdot R \cdot T,$

gdje je  $p$  tlak,  $V$  obujam plina,  $R$  plinska konstanta,  $T$  termodinamička temperatura plina.



$$\left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V_1 = n_1 \cdot R \cdot T_1 \\ p_2 \cdot V_2 = n_2 \cdot R \cdot T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} p_1 \cdot V = n \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot 2 \cdot V = \frac{n}{2} \cdot R \cdot T \end{array} \right\} \Rightarrow \left[ \begin{array}{l} \text{podijelimo} \\ \text{jednadžbe} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2 \cdot 2 \cdot V}{p_1 \cdot V} = \frac{\frac{n}{2} \cdot R \cdot T}{n \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{p_2 \cdot 2 \cdot V}{p_1 \cdot V} = \frac{\frac{n}{2} \cdot R \cdot T}{n \cdot R \cdot T} \Rightarrow \frac{2 \cdot p_2}{p_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot p_2}{p_1} = \frac{1}{2} \quad / \cdot \frac{p_1}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{p_1}{4}.$$

Odgovor je pod C.

**Vježba 514**

U posudi 1 obujma  $V$  nalazi se  $n$  molova plina. Posuda 2 ima obujam  $2 \cdot V$  i u njoj se nalazi  $n$  molova plina. Koliki je omjer tlakova ako su temperature u obje posude jednake? Zaokružite ispravan odgovor!

A.  $p_2 = p_1$       B.  $p_2 = \frac{p_1}{2}$       C.  $p_2 = \frac{p_1}{4}$       D.  $p_2 = 4 \cdot p_1$

**Rezultat:** B.